

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– Sea $R(t, \tau)$ una función matricial con dominio en \mathbb{R}^2 y valores en las matrices cuadradas reales $n \times n$, que es derivable con respecto a la variable t , y que satisface $R(t, t) = I_n$, $R(t, s)R(s, u) = R(t, u)$ para todos $t, s, u \in \mathbb{R}$. Demostrar que

- $R(t, \tau)$ es invertible y $R(\tau, t) = R(t, \tau)^{-1}$, para todo $t, \tau \in I$.
- La matriz $\frac{\partial R}{\partial t}(t, \tau)R(\tau, t)$ es independiente de τ .
- R es la matriz resolvente de un sistema $\dot{X} = A(t)X$, donde $A(t)$ es la matriz del apartado anterior.

2.– Supongamos que f es continua y satisface la condición local de Lipschitz en $\mathcal{D} = (a, b) \times \mathbb{R}^n$. Demostrar que si existen dos funciones continuas $\alpha, \beta: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, con $\alpha(t) \geq 0$, y tales que

$$\|f(t, x)\| \leq \alpha(t)\|x\| + \beta(t),$$

para todo $t \in (a, b)$ y todo $x \in \mathbb{R}^n$, entonces toda solución maximal de $\dot{x} = f(t, x)$ es global.

3.– Consideremos el sistema lineal

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$$

donde $a \in \mathbb{R}$ es un parámetro.

1. Estudia la estabilidad del sistema en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
2. Para $a = 1$ halla la solución general del sistema homogéneo.
3. Para $a = 1$ halla la solución del sistema completo con condiciones iniciales $x(0) = 1, y(0) = 0, z(0) = 0$.

4.– Sea $x = \psi(t, t_0, x_0, \dot{x}_0, \mu)$ la solución general de la ecuación diferencial

$$(1 - t)\ddot{x} + t\dot{x} - x = (1 - t)^2\mu,$$

para $t \in (-\infty, 1)$. Sabiendo que $\psi(t, 0, 0, 1, 0) = t$ y que $\psi(t, 0, 1, 1, 0) = e^t$, halla la derivada parcial $\frac{\partial \psi}{\partial \mu}(t, 0, x_0, \dot{x}_0, 0)$.

5.– Consideremos el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = x\mu - x^2 \end{cases}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

2. Halla los puntos de equilibrio. ¿Cuántas órbitas hay en cada solución de la ecuación de las órbitas?
3. Prueba que el dominio maximal de toda solución es \mathbb{R} .

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized 'C' or a wave. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**