

<b>Ecuaciones Diferenciales Ordinarias</b>
--

1.– Sea  $R(t, \tau)$  una función matricial con dominio en  $\mathbb{R}^2$  y valores en las matrices cuadradas reales  $n \times n$ , que es derivable con respecto a la variable  $t$ , y que satisface  $R(t, t) = I_n$ ,  $R(t, s)R(s, u) = R(t, u)$  para todos  $t, s, u \in \mathbb{R}$ . Demostrar que

- $R(t, \tau)$  es invertible y  $R(\tau, t) = R(t, \tau)^{-1}$ , para todo  $t, \tau \in I$ .
- La matriz  $\frac{\partial R}{\partial t}(t, \tau)R(\tau, t)$  es independiente de  $\tau$ .
- $R$  es la matriz resolvente de un sistema  $\dot{X} = A(t)X$ , donde  $A(t)$  es la matriz del apartado anterior.

2.– Supongamos que  $f$  es continua y satisface la condición local de Lipschitz en  $\mathcal{D} = (a, b) \times \mathbb{R}^n$ . Demostrar que si existen dos funciones continuas  $\alpha, \beta: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $\alpha(t) \geq 0$ , y tales que

$$\|f(t, x)\| \leq \alpha(t)\|x\| + \beta(t),$$

para todo  $t \in (a, b)$  y todo  $x \in \mathbb{R}^n$ , entonces toda solución maximal de  $\dot{x} = f(t, x)$  es global.

3.– Consideremos el sistema lineal

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$$

donde  $a \in \mathbb{R}$  es un parámetro.

1. Estudia la estabilidad del sistema en función de los valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ .
2. Para  $a = 1$  halla la solución general del sistema homogéneo.
3. Para  $a = 1$  halla la solución del sistema completo con condiciones iniciales  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $z(0) = 0$ .

4.– Sea  $x = \psi(t, t_0, x_0, \dot{x}_0, \mu)$  la solución general de la ecuación diferencial

$$(1-t)\ddot{x} + t\dot{x} - x = (1-t)^2\mu,$$

para  $t \in (-\infty, 1)$ . Sabiendo que  $\psi(t, 0, 0, 1, 0) = t$  y que  $\psi(t, 0, 1, 1, 0) = e^t$ , halla la derivada parcial  $\frac{\partial \psi}{\partial \mu}(t, 0, x_0, \dot{x}_0, 0)$ .

5.– Consideremos el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = x\mu - x^2 \\ \dot{\mu} = \dots \end{cases}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



2. Halla los puntos de equilibrio. ¿Cuántas órbitas hay en cada solución de la ecuación de las órbitas?
3. Prueba que el dominio maximal de toda solución es  $\mathbb{R}$ .

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized 'C' or a wave. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**