EM II (GRADO) ORIGINAL. Septiembre 2014

Material*: Calculadora NO programable*. Duración: 2h.

CUESTIONES

Cuestión 1 *(1 punto)*

Corrientes de imanación (magnetización): origen, expresión matemática, conveniencia de su introducción.

Cuestión 2*(1 punto)*

En electromagnetismo, la determinación de los campos **E** y **B** se puede realizar mediante los potenciales **A** y V. a) Indique las relaciones básicas entre los potenciales y los campos. b) ¿Definen estas relaciones de forma unívoca a los campos? Explique y justifique. c) Señale las ventajas de esta utilización de los potenciales. *(1 punto)*

Cuestión 3 *(1 punto)*

En la incidencia normal de una onda plana sobre la supercicie de separación de dos medios, explique, basándose en las condiciones de contorno, por qué es necesario que Γ= -1en la frontera entre un dieléctrico y un conductor perfecto.

Cuestión 4 *(1 punto)*

En el ámbito de la radiación electromagnética describa lo que se entiende por región de campo lejano y qué características tienen los campos de radiación en esta región.

PROBLEMAS

PROBLEMA 1 *(3 puntos)*

Un hilo conductor ideal de longitud L pende de un soporte en el punto 0 (figura 1). Se hace girar el hilo a velocidad angular constante ω, alrededor del eje 0z formando un ángulo β con éste, en presencia de un campo magnético .

Determine, por este orden: A) la fuerza magnética sobre los electrones del hilo en movimiento; B) el campo eléctrico en un punto del hilo; C) la fuerza electromotriz inducida en los extremos del hilo; D) el valor del ángulo que haría máxima la fuerza electromotriz.

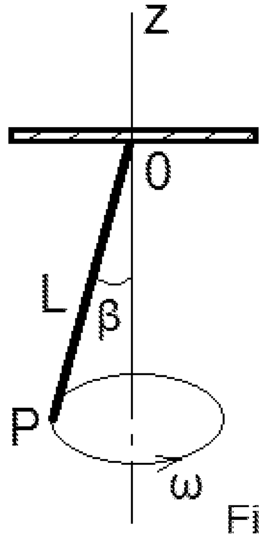

Fig 1

PROBLEMA 2 *(3 puntos)*

Un submarino está encallado a una profundidad de 100 m. El técnico de comunicaciones sabe que se encuentra justo debajo de una ruta marítima de manera que puede enviar una señal de socorro. El mensaje es transmitido mediante una señal (onda plana) de 2.25 kHz. Ahora bien, el umbral mínimo de densidad de potencia que es capaz de detectar el sistema de comunicaciones de los barcos es de $20\mu W/m^2$.

Si el submarino es capaz de emitir una señal de amplitud E_o =10 V/m, ¿conseguirá hacer llegar el mensaje de socorro a algún barco? Razone la respuesta y determine: a) la densidad de potencia emitida por el submarino y b) las expresiones del campo eléctrico y magnético en función del tiempo, en un punto cualquiera entre el submarino y la superficie del mar.

Los parámetros constitutivos del agua del mar para esta frecuencia son: $\varepsilon_r = 81$; $\mu_r = 1$ y $\sigma = 4$ S/m. Datos: $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m y $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

FORMULARIO

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint \frac{Idl' \times (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3} \qquad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{\left(z^2+R^2\right)^{3/2}}\mathbf{u}_z$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left(\frac{2\cos\theta}{r^3}\mathbf{u}_r + \frac{sen\theta}{r^3}\mathbf{u}_\theta\right)$$

$$\boldsymbol{F} = \oint_C I d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B} \qquad \boldsymbol{T} = \oint_C \boldsymbol{r} \times (d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$$

$$\oint_S \boldsymbol{D}.d\boldsymbol{s} = Q \qquad \oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{s}$$

$$\oiint \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{s} = 0 \qquad \oint \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l} = \iint \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot d\boldsymbol{s}$$

$$\nabla.\mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\mathbf{n}_2 \times \left(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2\right) = \mathbf{J}_s \qquad \mathbf{n}_2.\left(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2\right) = \rho_s$$

Coordenadas cilíndricas

$$\nabla.\phi = \frac{\partial\phi}{\partial\rho}\mathbf{u}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\mathbf{u}_\varphi + \frac{\partial\phi}{\partial z}\mathbf{u}_z$$

$$\nabla.\mathbf{A}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho A_\rho\right)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}A_\varphi+\frac{\partial}{\partial z}A_z$$

$$\nabla^2\phi=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\phi}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2}\right)+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$$

Coordenadas esféricas

$$\nabla.\phi=\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathbf{u}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\mathbf{u}_\theta+\frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}\mathbf{u}_\varphi$$

$$\nabla.\mathbf{A}=\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2A_r\right)+\frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta sen\theta\right)+\frac{1}{rsen\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}A_\varphi\right]$$

$$\nabla\times\mathbf{A}=\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\varphi sen\theta\right)-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\frac{1}{rsen\theta}\mathbf{u}_r+\frac{1}{r}\left(\frac{1}{sen\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{\partial\left(rA_\varphi\right)}{\partial\theta}\right)\mathbf{u}_\theta+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial\left(rA_\theta\right)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\mathbf{u}_\varphi$$

$$\nabla^2\phi=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(sen\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2sen^2\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\varphi^2}$$

PROPAGACIÓN LIBRE

$\tilde{\mathbf{H}}=\frac{1}{\eta}\hat{k}\times\tilde{\mathbf{E}}$; $\tilde{\mathbf{E}}=-\eta\hat{k}\times\tilde{\mathbf{H}}$; $\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$; $\varepsilon_c=\varepsilon-j\frac{\sigma}{\omega}$; $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$; $u_p=1/\sqrt{\mu\varepsilon}$

$\Gamma=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_1+\eta_2}$ $\quad$ $\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_1+\eta_2}$ $\quad$ $\tau=1+\Gamma$

	Medio sin pérdidas	Medio de bajas pérdidas	Buen conductor
α	0	$\frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$\sqrt{\pi f\mu\sigma}$
β	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\sqrt{\pi f\mu\sigma}$
η_c	$\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$(1+j)\frac{\alpha}{\sigma}$
u_p	$1/\sqrt{\mu\varepsilon}$	$1/\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\sqrt{\frac{4\pi f}{\mu\sigma}}$
λ	u_p/f	u_p/f	u_p/f

PROPAGACIÓN GUIADA

$$k_c^2=k^2-\beta^2 \quad ; \quad k_c^2=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\tilde{E}_x = \frac{-j}{k_c^2}\left[\beta\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y}\right] \quad ; \quad \tilde{E}_y = \frac{j}{k_c^2}\left[-\beta\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + \omega\mu\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x}\right]$$

$$\tilde{H}_x = \frac{j}{k_c^2}\left[\omega\varepsilon\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x}\right] \quad ; \quad \tilde{H}_y = \frac{-j}{k_c^2}\left[\omega\varepsilon\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y}\right]$$

Modos TE	Modos TM
$\tilde{H}_z = H_o\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$E_z = E_o\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$\tilde{E}_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_o\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$\tilde{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)E_o\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$\tilde{E}_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_o\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$	$\tilde{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)E_o\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}$
$\tilde{H}_x = -\tilde{E}_y/Z_{TE}$	$\tilde{H}_x = -\tilde{E}_y/Z_{TM}$
$\tilde{H}_y = \tilde{E}_x/Z_{TE}$	$\tilde{H}_y = \tilde{E}_x/Z_{TM}$
$Z_{TE} = \eta/\sqrt{1-(f_c/f)^2}$	$Z_{TM} = \eta\sqrt{1-(f_c/f)^2}$
$f_c = \frac{u_{po}}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$	

Cavidad resonante $\quad f_{mnp} = \frac{u_{po}}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{d}\right)^2}$

RADIACIÓN

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_p} \quad ; \quad A_e = \frac{P_{int}}{S_i} \quad ; \quad R_{pér} = \frac{l}{2\pi a}\sqrt{\frac{\pi f\mu_c}{\sigma_c}}$$

Dipolo corto:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{z}}\frac{\mu_o}{4\pi}I_o l\frac{e^{-jkr}}{r} \quad ; \quad \tilde{E}_\theta = j\frac{\eta_o}{4\pi}I_o lk\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta \quad ; \quad \tilde{H}_\phi = \frac{\tilde{E}_\theta}{\eta_o}$$

$$D = 1{,}5 \quad ; \quad A_e = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$$

Antena dipolo de media longitud de onda:

$$\tilde{E}_\theta = j60I_o\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\right]\frac{e^{-jkr}}{r} \quad ; \quad \tilde{H}_\phi = \frac{\tilde{E}_\theta}{\eta_o}$$

$$D = 1{,}64 \;;\; A_e = \frac{D\lambda^2}{4\pi}$$