

Cuestiones

- Q1.** (1 punto) Describa las ventajas e inconvenientes de usar una aleación metálica ferromagnética como núcleo de un transformador.

Solución:

Usar un material ferromagnético como núcleo de un transformador aporta una permeabilidad magnética elevada, con lo que se disminuye la pérdida de flujo magnético entre primario y secundario por lo que el factor de acoplamiento, k , tiende a ± 1 y el transformador gana eficiencia. La mayor permeabilidad magnética redonda también en un mayor factor de conversión entre la intensidad del primario y el flujo magnético del secundario.

Por otro lado, los materiales ferromagnéticos presentan ciclos de histéresis, lo que lleva a pérdidas energéticas. Además, si el núcleo es conductor se producen corrientes parásitas (corrientes de Foucault), que también conllevan pérdida de eficiencia.

- Q2.** (1 punto) ¿Qué resultado refleja la siguiente expresión? Identifique cada término y analice razonadamente su significado.

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \right) dv = \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv + \int_S \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s}$$

- Q3.** (1 punto) A partir de las ecuaciones del telegrafista

$$\begin{aligned} -\frac{d\hat{V}(z)}{dz} &= (R + j\omega L)\hat{I}(z) \\ -\frac{d\hat{I}(z)}{dz} &= (G + j\omega C)\hat{V}(z) \end{aligned}$$

Obtenga las soluciones para el voltaje y la corriente en una línea de transmisión y la expresión para la constante κ de propagación.

- Q4.** (1 punto) El potencial vector de un dipolo elemental viene dado por la expresión

$$\hat{V}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jkr}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Ejercicios

E1. (3 puntos) Una guía de ondas rectangular ($a = 2b$) de dieléctrico aire conduce una onda progresiva TE_{10} . Se sabe que la longitud de onda en la guía es $\lambda' = 4,88$ cm y que la velocidad de fase es $v_{ph} = 4,39 \cdot 10^8$ m/s.

- Deduzca las dimensiones de la guía. Halle también la impedancia de onda intrínseca en la guía asociada a este modo y a la frecuencia obtenida.
- La componente H_z tiene un valor máximo de 19,3 A/m. Halle las amplitudes de las componentes transversales y las expresiones fasoriales para los campos.
- Determine las expresiones instantáneas para los campos y analice los desfases entre las distintas componentes.

Solución:

(a) A partir de los datos dados en el enunciado:

$$\beta_{10} = \frac{2\pi}{\lambda} = 40,98\pi \text{ m}^{-1}$$

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta_{10}} \Rightarrow \omega = v_{ph}\beta_{10} = 1,8\pi \cdot 10^{10} \text{ rad/s}$$

Por lo que la frecuencia de la señal es

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 9 \text{ GHz}$$

Y por la relación de dispersión:

$$\omega^2 \mu \epsilon = \beta_{10}^2 + (k_c^{10})^2 \Rightarrow k_c^{10} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta_{10}^2} = 43,83\pi \text{ m}^{-1}$$

Ahora bien:

$$k_c^{10} = \frac{\pi}{a} \Rightarrow a = \frac{\pi}{k_c^{10}} = 2,28 \text{ cm} ; b = \frac{a}{2} = 1,14 \text{ cm}$$

(b) Las expresiones de los campos para el modo TE_{10} de la guía rectangular son:

$$\hat{H}_z = H_o \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta z}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

A partir de los datos del enunciado sabemos que

$$H_o = 19,3 \text{ A/m}$$

La amplitud de la componente x del campo magnético será

$$H_{xo} = \frac{\beta_{10}}{k_c^{10}} H_o = 18 \text{ A/m}$$

Y el valor máximo de la amplitud para el campo eléctrico es

$$|E_y|_{\text{máx}} = \frac{\mu_o \omega}{k_c^{10}} H_o = 9960,2 \text{ V/m}$$

(c) Las expresiones para los campos en función del tiempo se obtienen mediante

$$H_z = \Re \left\{ \hat{H}_z e^{j\omega t} \right\}$$

Luego

$$H_z = 19,1 \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(\omega t - 40,98\pi z)$$

Y para las componentes transversales, si tenemos en cuenta que $\pm j = e^{\pm j\pi/2}$

$$\begin{aligned} H_x &= 18 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(\omega t - 40,98\pi z + \pi/2) \\ &= -18 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{a} x \right) \operatorname{sen}(\omega t - 40,98\pi z + \pi/2) \\ &= 18 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{a} x \right) \operatorname{sen}(\omega t - 40,98\pi z + \pi) \end{aligned}$$

Y

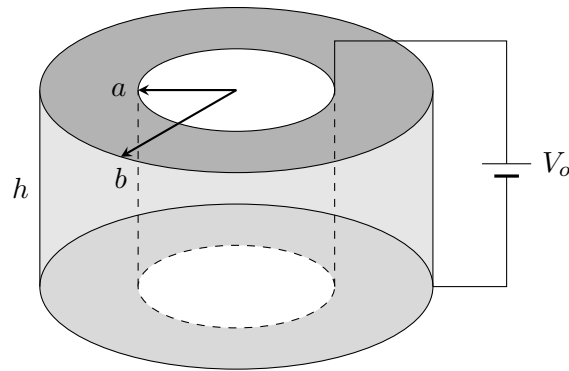
$$\begin{aligned} E_y &= 9960,2 \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \cos(\omega t - 40,98\pi z - \pi/2) \\ &= 9960,2 \cos \left(\frac{\pi}{a} x \right) \operatorname{sen}(\omega t - 40,98\pi z) \end{aligned}$$

A la vista de las expresiones de estas componentes se infiere que E_y y H_x están en oposición de fase entre sí y desfasadas ambas respecto a H_z en $\pi/2$.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



- (a) Calcule los campos \mathbf{E} , \mathbf{J} en el interior del metal. Calcule la intensidad de corriente, I , y la resistencia del cilindro, R (suponga que la permitividad dieléctrica es la misma que en el vacío).
- (b) Establezcamos ahora un campo magnético uniforme en la dirección del eje del cilindro, $\mathbf{B} = B_o \mathbf{u}_z$. Calcule la densidad de corriente \mathbf{J}' , la corriente I' y la resistencia R' en esta nueva situación. Calcule explícitamente el cociente $|J'_{\varphi}/J'_{\rho}|$.

Solución:

- (a) Los campos tiene dirección radial; a partir de la Ley de Gauss, tomando una superficie gaussiana cilíndrica, sabemos que $E(2\pi\rho h) = Q/\epsilon_o$ donde Q es la carga en la superficie interna. De aquí tenemos:

$$V_o = \int_a^b E d\rho = \int_a^b \frac{Q}{2\pi\epsilon_o h \rho} d\rho = \frac{Q}{2\pi\epsilon_o h} \ln \frac{b}{a}$$

$$Q = \frac{2\pi\epsilon_o h}{\ln \frac{b}{a}} V_o$$

por tanto

$$\mathbf{E} = \frac{V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}} \mathbf{u}_{\rho}$$

A partir de la Ley de Ohm

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} = \frac{\gamma V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}} \mathbf{u}_{\rho}$$

La corriente I es el flujo de \mathbf{J} a través de cualquier superficie cilíndrica $\mathbf{S} = (2\pi\rho h)\mathbf{u}_{\rho}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- (b) Consideramos ahora la presencia del campo magnético lo que provoca que, por la acción de la fuerza de Lorentz, los portadores se desvíen de la dirección radial y adquieran una cierta velocidad transversal que se traduce en una componente J'_φ de la densidad de corriente. Partimos de la ecuación (1.9) del texto base:

$$\mathbf{J}' = \gamma \mathbf{E} + \nu \mathbf{J}' \times \mathbf{B}$$

y consideramos que $\mathbf{J}' = J'_\rho \mathbf{u}_\rho + J'_\varphi \mathbf{u}_\varphi$. Sustituyendo tenemos:

$$\begin{aligned} J'_\rho &= \frac{\gamma V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}} + \nu J'_\varphi B_o \\ J'_\varphi &= -\nu J'_\rho B_o \end{aligned}$$

donde hemos tomado $\mathbf{u}_\rho \times \mathbf{u}_z = -\mathbf{u}_\varphi$ y $\mathbf{u}_\varphi \times \mathbf{u}_z = \mathbf{u}_\rho$. A partir de la segunda ecuación ya tenemos directamente el cociente que nos piden en el enunciado:

$$\left| \frac{J'_\varphi}{J'_\rho} \right| = \nu B_o$$

Sustituimos y desarrollamos:

$$J'_\rho = \frac{\gamma V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}} - \nu^2 B_o^2 J'_\rho \quad \rightarrow \quad J'_\rho = \left(\frac{\gamma}{1 + \nu^2 B_o^2} \right) \frac{V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}}$$

y la cantidad entre paréntesis actúa como la conductividad efectiva del medio cuando hay un campo magnético. Finalmente la densidad de corriente es:

$$\mathbf{J}' = \left(\frac{\gamma}{1 + \nu^2 B_o^2} \right) \frac{V_o}{\rho \ln \frac{b}{a}} (\mathbf{u}_\rho - \nu B_o \mathbf{u}_\varphi)$$

La intensidad:

$$I' = \mathbf{J}' \cdot \mathbf{S} = \left(\frac{\gamma}{1 + \nu^2 B_o^2} \right) \frac{2\pi h V_o}{\ln \frac{b}{a}}$$

y la resistencia:

$$R' = \frac{V_o}{I'} = \frac{1 + \nu^2 B_o^2}{2\pi h \gamma} \ln \frac{b}{a}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70