

Control y realimentación

Ingeniería Electrónica de Comunicaciones

Eva Besada Portas

Departamento de Arquitectura de Computadores y Automática.
Universidad Complutense de Madrid

Curso 2020-2021

Esquema



- 1 Objetivos
- 2 Ejemplos
- 3 Tipos de sistemas de control
- 4 Señales habituales y funciones de transferencia
- 5 Resumen



Los objetivos del tema son introducir al alumno en:

- Estudio del concepto de realimentación y su importancia para el control
- Tipos de sistemas de control
- Señales habituales del sistema de control y funciones de transferencia entre las señales del sistema
- Efectos de la realimentación:
 - ▶ Aspectos positivos:
 - ★ Modifica la respuesta permanente, transitoria y en frecuencia
 - ★ Reducción del efecto de las perturbaciones
 - ▶ Inconvenientes:
 - ★ Costes



- 1 Objetivos
- 2 Ejemplos
- 3 Tipos de sistemas de control
- 4 Señales habituales y funciones de transferencia
- 5 Resumen

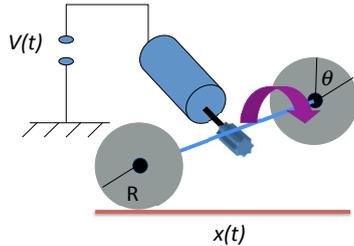
Ej1: Control del espacio recorrido por un vehículo I



1 Especificaciones:

- ▶ Hacer que el vehículo recorra la distancia elegida
- ▶ Que en su recorrido siga las especificaciones adecuadas.

2 Modelar el comportamiento del vehículo:



$$\dot{\theta} = KV(t)$$

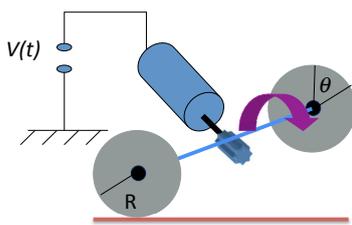
$$\dot{x} = R\dot{\theta} = KRV(t)$$

3 Elegir el tipo de control y diseñar sus parámetros

- ▶ ¿Podemos obtener el comportamiento deseado sin añadir ningún elemento?
 - ★ Si sabemos el valor de K y R y no hay ninguna perturbación, llega con aplicar una señal cuadrada durante el tiempo necesario

$$x = KR \int_0^t V(\tau) d\tau = KR V_{cte} t \rightarrow t = \frac{x}{KR V_{cte}}$$
 - ★ Pero si hay perturbaciones o el valor de K o R son incorrectos, no podemos determinar t .

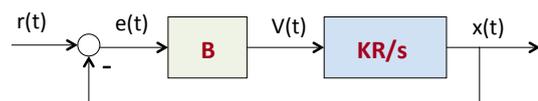
Ej1: Control del espacio recorrido por un vehículo II



$$\dot{x} = KRV(t)$$

3 Elegir el tipo de control y diseñar sus parámetros

- ▶ Realimentar el sistema utilizando una ganancia como controlador



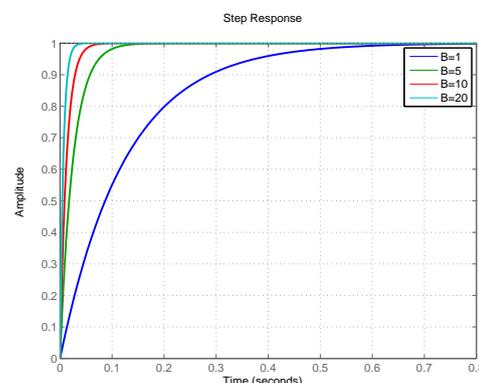
4 Analizar el comportamiento del sistema completo

- ▶ Respuesta temporal

```

K=2;R=4;
sys=tf(K*R,[1 0])
lg={};
for B=[1,5,10,20]
    con=tf(B,1)
    syscl=feedback(con*sys,1)
    step(syscl);hold on;
    lg{end+1}=sprintf('B=%d',B);
end
legend(lg);
    
```

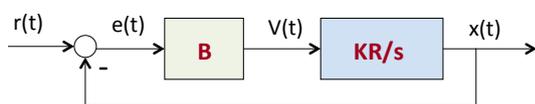
Realimentar un sistema con una ganancia no elimina necesariamente el error



Ej1: Control del espacio recorrido por un vehículo III



4 Analizar el comportamiento del sistema completo

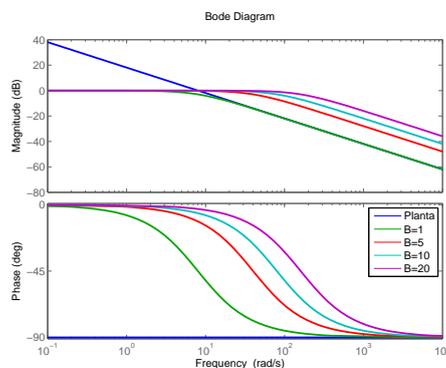


```

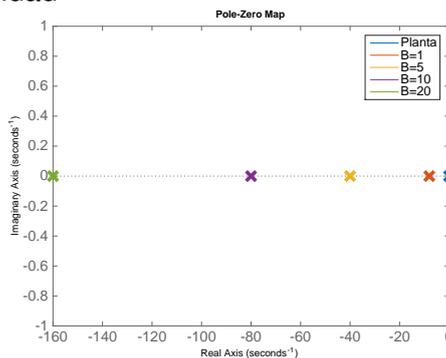
K=2;R=4;
sys=tf(K*R,[1 0])
figure(1);bode(sys);hold on;
figure(2);pzmap(sys);hold on;
lg={'Planta'};
for B=[1,5,10,20]
    con=tf(B,1)
    syscl=feedback(con*sys,1)
    figure(1);bode(syscl);
    figure(2);pzmap(syscl);
    lg{end+1}=sprintf('B=%d',B);
end
figure(1);legend(lg);
figure(2);legend(lg);
    
```

También sería conveniente ver el valor de la señal de control
 Simulink permite ver fácilmente varias señales simultáneamente

Respuesta en frecuencia



Estabilidad



Ej2: Control de la temperatura de una casa I

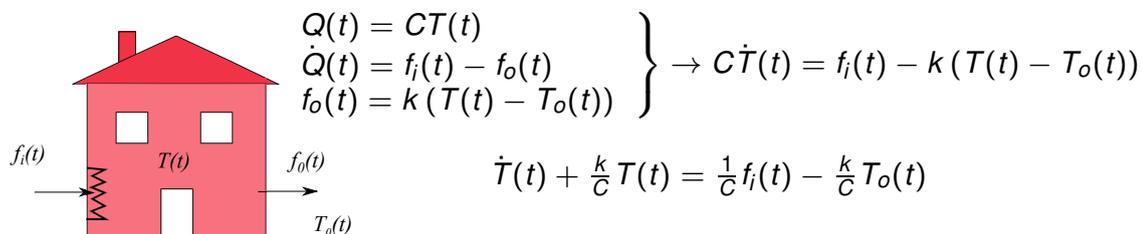


1 Especificaciones:

- ▶ Hacer que la temperatura de una casa alcance un valor dado
- ▶ Que en su evolución siga las especificaciones adecuadas.

2 Modelar el comportamiento del sistema calefacción-casa:

- ▶ Consideramos que calentamos una casa que está a una temperatura $T(t)$ suministrándole un flujo de calor $f_i(t)$ a través de una resistencia eléctrica y que pierde calor a través de sus paredes $f_o(t)$ debido a la temperatura en el exterior $T_o(t)$.



- ▶ Consideramos que la temperatura exterior $T_o(t) = 0$

$$\dot{T}(t) + \frac{k}{C}T(t) = \frac{1}{C}f_i(t)$$

Ej2: Control de la temperatura de una casa II

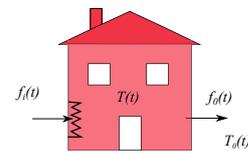
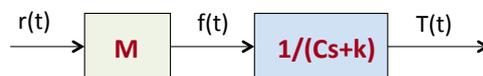


3 Elegir el tipo de control y diseñar sus parámetros

- ¿Podemos hacer que alcance una referencia sin añadir ningún elemento?

$$G(s) = \frac{T(s)}{F_i(s)} = \frac{1}{Cs+k}$$

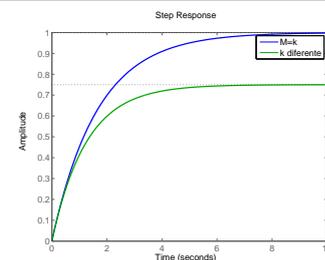
- ★ Si la entrada es un escalón de magnitud $L \rightarrow F_i(s) = \frac{L}{s}$
- ★ En el estacionario: $T(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)F_i(s) = \frac{L}{k}$
- ★ Para que la salida alcance a la entrada, si no hay perturbaciones y se conoce k , hay que añadir una ganancia $M = k$ antes de la planta.



$$\dot{T}(t) + \frac{k}{C}T(t) = \frac{1}{C}f_i(t)$$

4 Analizar el comportamiento del sistema + ganancia

```
C=5;k=3;M=k;
sys=tf(M,[C k]);step(sys);hold on;
k=4; %Una k diferente
sys=tf(M,[C k]);step(sys);
legend('M=k','k diferente');
```

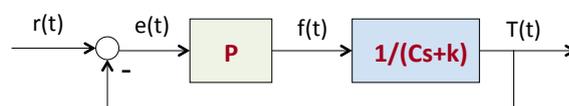


Ej2: Control de la temperatura de una casa III



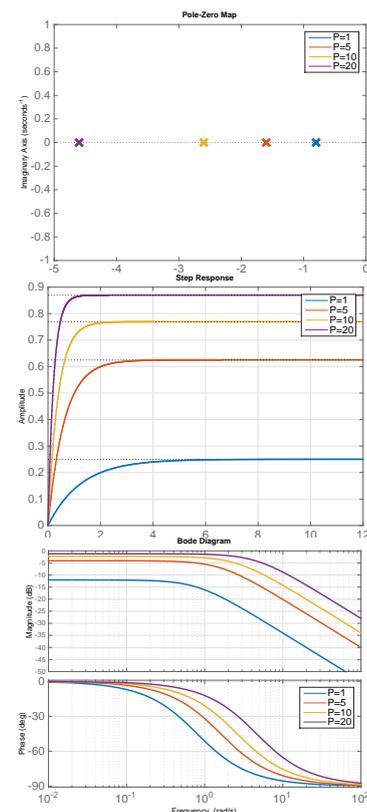
3 Elegir el tipo de control y diseñar sus parámetros

- Realimentar el sistema usando una ganancia como controlador



4 Analizar el comportamiento del sistema completo

```
C=5;k=3;
sys=tf(1,[C k]);
lg={};
for P=[1, 5, 10, 20]
    con=tf(P,1)
    syscl=feedback(con*sys,1)
    figure(1),step(syscl);hold on;
    figure(2),bode(syscl);hold on;
    figure(3),pzmap(syscl);hold on;
    lg{end+1}=sprintf('P= %d',P);
end
figure(1),legend(lg);
figure(2),legend(lg);
figure(3),legend(lg);
```

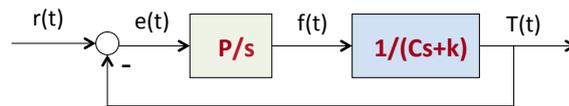


Ej2: Control de la temperatura de una casa IV



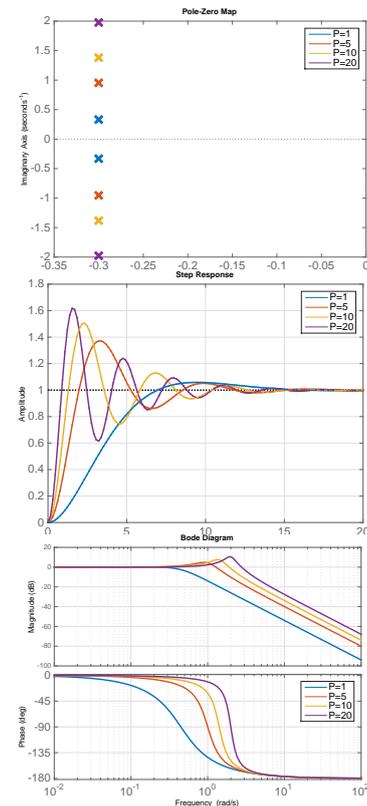
- 3 Elegir el tipo de control y diseñar sus parámetros

- ▶ Realimentar el sistema usando un integrador como controlador



- 4 Analizar el comportamiento del sistema completo

```
C=5;k=3;
sys=tf(1,[C k]);
lg={};
for P=[1,5,10,20]
    con=tf(P,[1,0])
    syscl=feedback(con*sys,1)
    figure(1),step(syscl);hold on;
    figure(2),bode(syscl);hold on;
    figure(3),pzmap(syscl);hold on;
    lg{end+1}=sprintf('P= %d',P);
end
figure(1),legend(lg);
figure(2),legend(lg);
figure(3),legend(lg);
```



Resumen de los ejemplos



- Hemos visto como los controladores más sencillos hacen que cambien la posición de los polos del sistema, y por lo tanto del transitorio, estacionario y de la respuesta en frecuencia.
- Se podría comprobar en todos los casos que si se cambia ligeramente un parámetro de la planta y el controlador no, el comportamiento del sistema en lazo cerrado se deteriora menos que en lazo abierto
- Sería conveniente observar que está sucediendo a la señal que actúa sobre la planta, porque en los sistemas reales lo habitual es que la señal de control solo pueda moverse dentro de unos rangos determinados. Para eso, podemos usar Simulink o la función de transferencia entre la señal de control y la referencia.
- No hemos visto los efectos positivos de la realimentación frente a las perturbaciones.
- En los ejemplos no se ha desestabilizado ningún sistema, aunque es un fenómeno que puede ocurrir

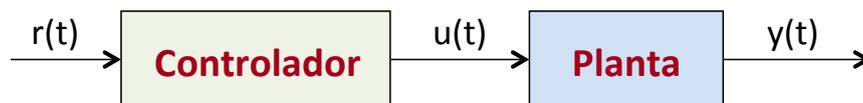


- 1 Objetivos
- 2 Ejemplos
- 3 Tipos de sistemas de control
- 4 Señales habituales y funciones de transferencia
- 5 Resumen

Control con modelos de entrada-salida I

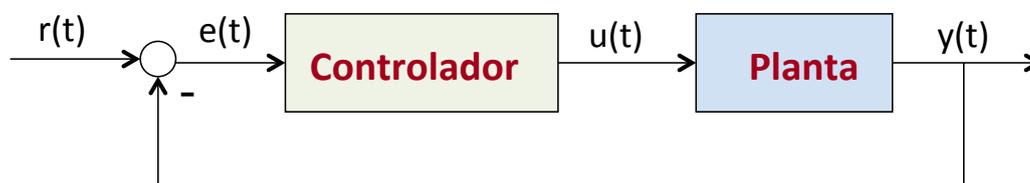


- Control en lazo abierto



Es altamente sensible a cambios de parámetros y el sistema completo ignora si la $y(t)$ tiene el comportamiento deseado

- Control en lazo cerrado con 1 grado de libertad¹



Permite ajustar la señal de control $u(t)$ de forma que la salida $y(t)$ siga a la referencia $r(t)$

¹Por grados de libertad entendemos en número de subsistemas que vamos a introducir, y no el número de parámetros que podemos sintonizar en cada uno de ellos

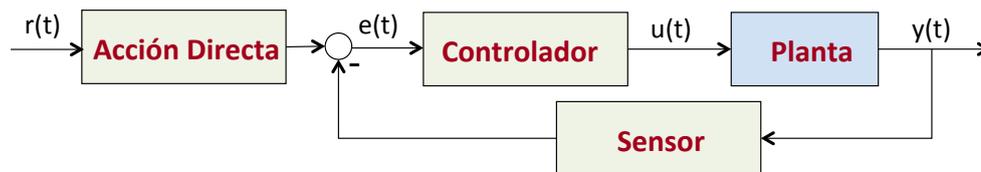


- **Control en lazo cerrado con 2 grados de libertad**



Permite ajustar la señal de control $u(t)$ para que la salida $y(t)$ siga a una versión conformada de la referencia. Se utiliza, por ejemplo, para introducir filtros que suavicen los cambios bruscos de la señal de referencia.

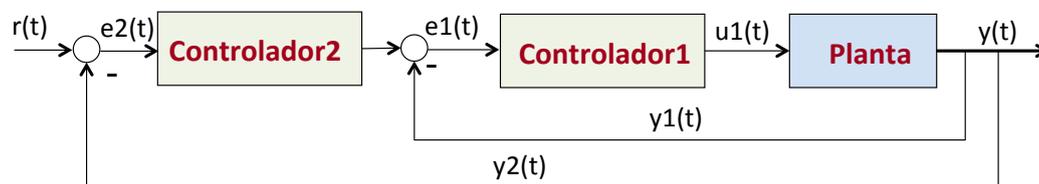
- **Control en lazo cerrado con 3 grados de libertad**



Permite modelar el sensor o modificar la señal de salida antes de compararla con una versión conformada de la entrada (o con la entrada si no se usa el bloque de acción directa).



- **Múltiples bucles de control**



En sistemas complejos se puede diseñar un control multi-capa, implementado a través de múltiples bucles.

Un ejemplo habitual sería el guiado de un vehículo, en el que en el lazo interno se puede usar para estabilizarlo y el bucle externo para guiarlo a la posición deseada



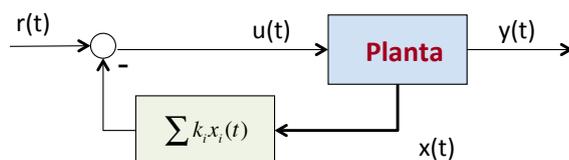
Resumiendo:

- Seleccionando adecuadamente las funciones de transferencia de los diferentes bloques se puede conseguir especificaciones para el sistema que en lazo abierto no satisface.
- En la búsqueda de las funciones (problema de síntesis) hay muchas soluciones posibles, lo natural es seleccionar aquellas que suponen un menor coste.
- En muchos problemas de control es fácil alcanzar las especificaciones con muy pocos elementos (ganancias, PID, redes).
- La disposición de la realimentación no es única, lo que amplía enormemente las posibilidades de síntesis.

Control en variables de estado I

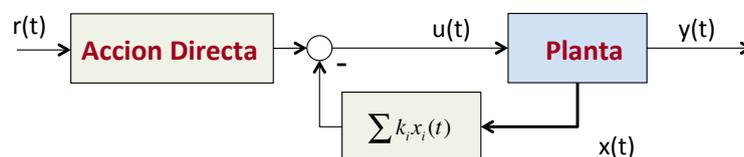


- **Control por realimentación de estados**



En el caso de poder acceder directamente a los estados del sistema, se puede calcular la señal de control como la diferencia que existe entre la señal de referencia y una combinación lineal de los estados.

- **Control por realimentación de estados con acción directa**

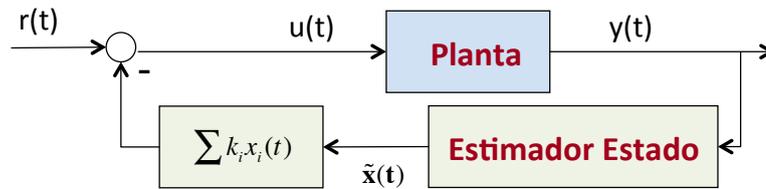


También se puede añadir un bloque de acción directa para comparar la combinación lineal de estados con una versión conformada o filtrada de la entrada

- **Control por realimentación de estados con acción integral**



- **Control por realimentación y observación de estados**



En el caso de no poder acceder directamente a los estados del sistema, se puede estimar su valor y utilizar el valor estimado para realizar el control por realimentación de estados.

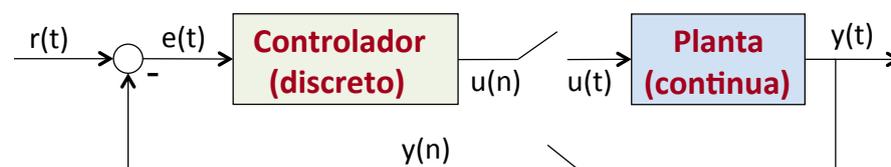
- **Control por realimentación y observación de estados con acción directa**
- **Control por realimentación y observación de estados con acción integral**

Control continuo, discreto y digital



- **Control continuo:** los subsistemas que se añaden son sistemas continuos
- **Control discreto:** los subsistemas que se añaden son sistemas discretos.

- ▶ En el caso de que el sistema que se controle sea continuo, además es necesario añadir conversores de continuo a discreto y de discreto a continuo.



- ▶ En el caso de que se controle un sistema discreto no hay que añadir elementos adicionales

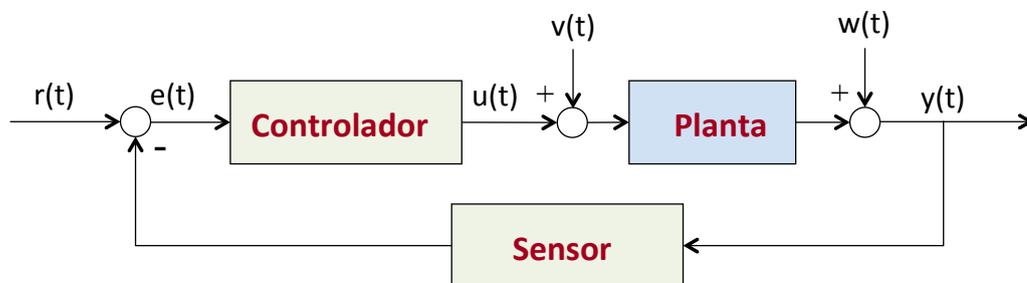
- **Control digital:** Control discreto realizado a través de un elemento de procesamiento digital (computador, microprocesador, controlador lógico programable)



- 1 Objetivos
- 2 Ejemplos
- 3 Tipos de sistemas de control
- 4 Señales habituales y funciones de transferencia**
- 5 Resumen



Las señales habituales en los controles de entrada-salida:



$r(t)$: Referencia

$e(t)$: Error

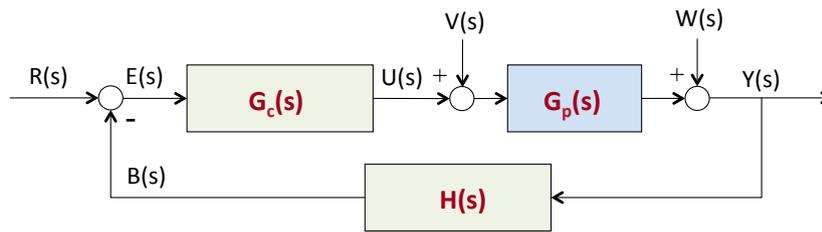
$v(t)$: Perturbación de control

$y(t)$: Salida

$u(t)$: Señal de control

$w(t)$: Perturbación de medida

Funciones de transferencia I



Para calcular la relación (función de transferencia) entre la salida y las diferentes entradas del sistema, suponer que el resto de las entradas son nulas (ya que el sistema es lineal) y operar.

$$Y(s) = G_p(s)U(s) = G_p(s)G_c(s)E(s) = G_p(s)G_c(s) [R(s) - H(s)Y(s)]$$

$$\rightarrow Y(s) = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} R(s)$$

$$Y(s) = G_p(s) [V(s) + U(s)] = G_p(s) [V(s) + G_c(s)E(s)] = G_p(s) [V(s) - G_c(s)H(s)Y(s)]$$

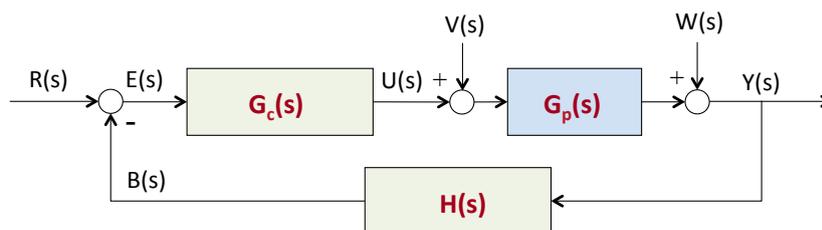
$$\rightarrow Y(s) = \frac{G_p(s)}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} V(s)$$

$$Y(s) = W(s) + G_p(s)U(s) = W(s) + G_p(s)G_c(s)E(s) = W(s) - G_p(s)G_c(s)H(s)Y(s)$$

$$\rightarrow Y(s) = \frac{1}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} W(s)$$

Suponemos que trabajamos con sistemas continuos. De ser discretos, sustituir s por z .

Funciones de transferencia II



Para calcular la relación (función de transferencia) entre la señal de control y las diferentes entradas del sistema, hay que seguir un procedimiento similar.

$$U(s) = G_c(s)E(s) = G_c(s) [R(s) - H(s)Y(s)] = G_c(s) [R(s) - H(s)G_p(s)U(s)]$$

$$\rightarrow U(s) = \frac{G_c(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} R(s)$$

$$U(s) = G_c(s)E(s) = -G_c(s)H(s)Y(s) = -G_c(s)H(s)G_p(s) [V(s) + U(s)]$$

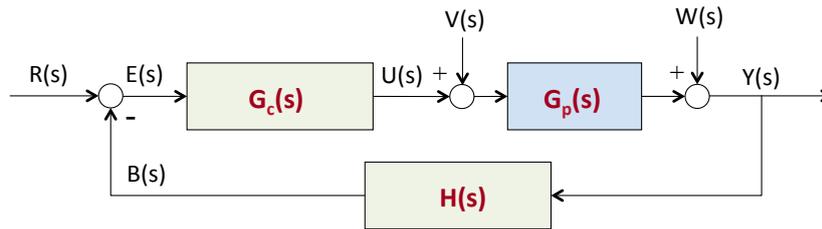
$$\rightarrow U(s) = -\frac{G_c(s)H(s)G_p(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} V(s)$$

$$U(s) = G_c(s)E(s) = -G_c(s)H(s)Y(s) = -G_c(s)H(s) [W(s) + G_p(s)U(s)]$$

$$\rightarrow U(s) = -\frac{G_c(s)H(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} W(s)$$

Suponemos que trabajamos con sistemas continuos. De ser discretos, sustituir s por z .

Funciones de transferencia III



Para calcular la relación (función de transferencia) entre la señal de error y las diferentes entradas del sistema, se sigue un procedimiento similar.

$$E(s) = R(s) - H(s)Y(s) = R(s) - H(s)G_p(s)U(s) = R(s) - H(s)G_p(s)G_c(s)E(s)$$

$$\rightarrow E(s) = \frac{1}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} R(s)$$

$$E(s) = -H(s)Y(s) = -H(s)G_p(s)[V(s) + U(s)] = -H(s)G_p(s)[V(s) + G_c(s)E(s)]$$

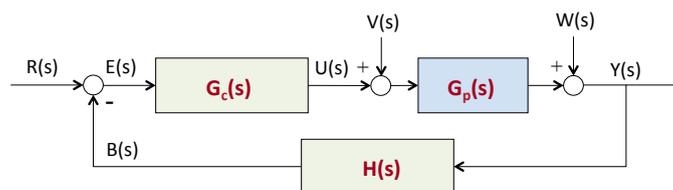
$$\rightarrow E(s) = -\frac{H(s)G_p(s)}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} V(s)$$

$$E(s) = -H(s)Y(s) = -H(s)[W(s) + G_p(s)U(s)] = -H(s)[W(s) + G_p(s)G_c(s)E(s)]$$

$$\rightarrow E(s) = -\frac{H(s)}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} W(s)$$

Suponemos que trabajamos con sistemas continuos. De ser discretos, sustituir s por z .

Funciones de transferencia IV



Acabamos de calcular la relación entre las señales principales (salida, control y error) y las entradas del sistema (referencia y perturbaciones). Aplicando el principio de superposición:

$$Y(s) = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} R(s) + \frac{G_p(s)}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} V(s) + \frac{1}{1+G_p(s)G_c(s)H(s)} W(s)$$

$$U(s) = \frac{G_c(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} R(s) - \frac{G_c(s)H(s)G_p(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} V(s) - \frac{G_c(s)H(s)}{1+G_c(s)H(s)G_p(s)} W(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} R(s) - \frac{H(s)G_p(s)}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} V(s) - \frac{H(s)}{1+H(s)G_p(s)G_c(s)} W(s)$$

- Todas tienen el mismo denominador (salvo por el orden de las FTs). Esto hace que compartan los polos relacionados con las funciones del sistema que se encuentran en el denominador
- Cuando $H=1$, la FT entre la referencia y la salida, y la FT entre la referencia y el error suman 1.

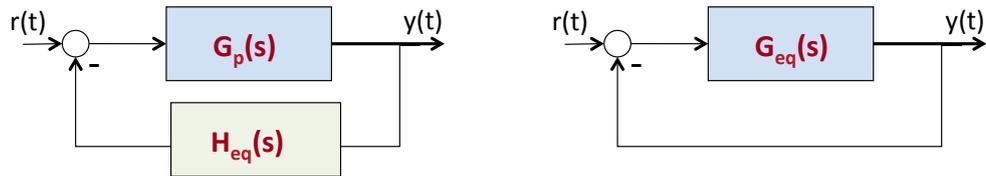
Suponemos que trabajamos con sistemas continuos. De ser discretos, sustituir s por z .

Formas equivalentes



Las manipulaciones de los lazos algebraicos de los sistemas realimentados nos permiten llegar a dos formas equivalentes, que representan la misma relación final (FT en Lazo Cerrado LC) entre la entrada y la salida del sistema y que favorecen el análisis del comportamiento del sistema en LC.

La idea es convertir un sistema genérico con diferentes bloques y realimentaciones, hasta alcanzar una de las dos siguientes formas posibles:



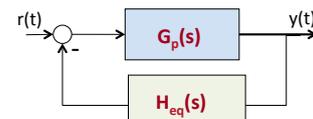
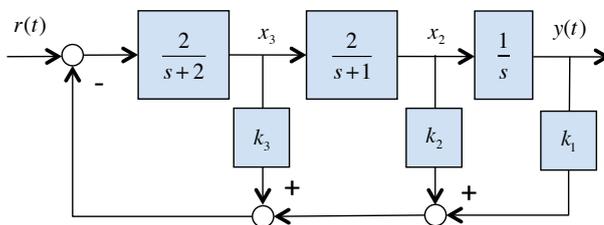
$H_{eq}(s)$ y $G_{eq}(s)$ no se corresponden necesariamente a la función de transferencia de la planta o del sensor. Son funciones de transferencia "artificiales", que se obtiene manipulando el sistema en LC original.

- La configuración de la izquierda (llamada en $H_{eq}(s)$) nos permitirá convertir un sistema en variables de estado en un sistema de entrada y salida.
- La configuración de la derecha (llamada en $G_{eq}(s)$) hace que a la entrada de $G_{eq}(s)$ se tenga el error real $e(s) = r(t) - y(t)$, permitiendo hacer el estudio del mismo

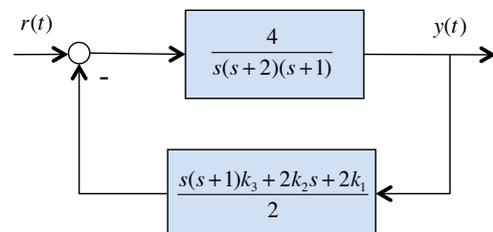
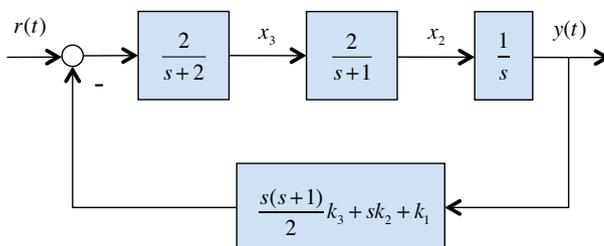
Ej. de transformación a forma equivalente $H_{eq}(s)$



Encontrar la forma $H_{eq}(s)$ del sistema en LC siguiente:



Para resolverlo, hay que aplicar algebra de bloques

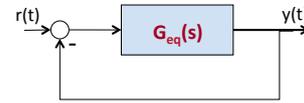
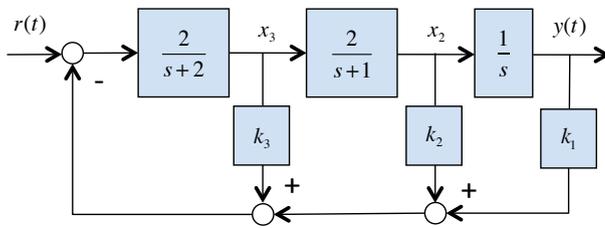


Utilizar la toolbox de Simbólico o la toolbox de control para realizar las operaciones

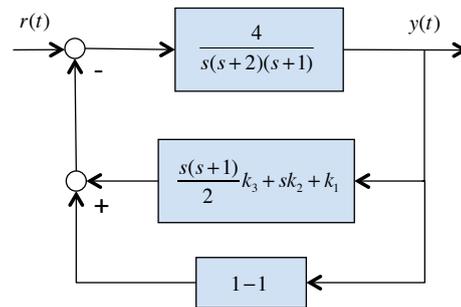
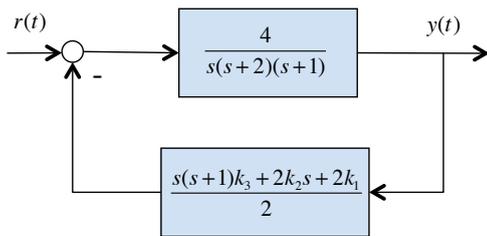
Ej. de transformación a forma equivalente $G_{eq}(s)$ I



Encontrar la forma $G_{eq}(s)$ del sistema en LC siguiente:



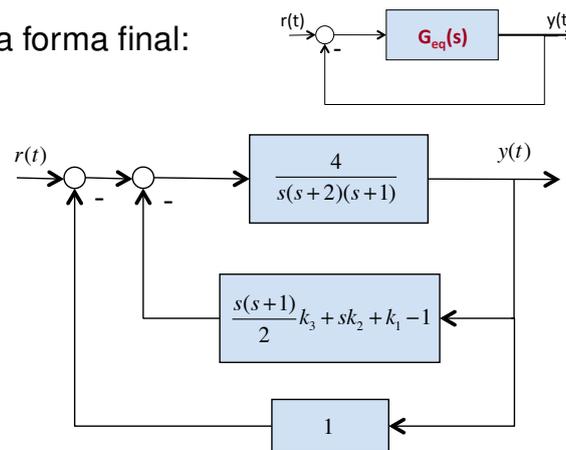
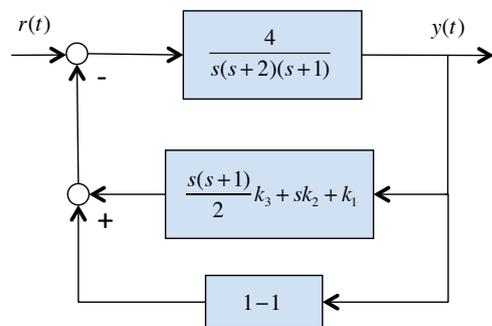
Para resolverlo, partimos de la forma $H_{eq}(s)$



Ej. de transformación a forma equivalente $G_{eq}(s)$ II



Seguimos operando hasta llegar a la forma final:



Utilizamos la toolbox de Simbólico para obtener $G_{eq}(s)$.

```
syms k1 k2 k3 s
g1=4/s/(s+2)/(s+1);
g2=s*(s+1)*k3/2+s*k2+k1-1;
Geq=simple(simple(g1/(1+g1*g2)));
pretty(Geq)
```

$$G_{eq}(s) = \frac{4}{s^3 + (2k_3 + 3)s^2 + (4k_2 + 2k_3 + 2)s + 4k_1 - 4}$$



- 1 Objetivos
- 2 Ejemplos
- 3 Tipos de sistemas de control
- 4 Señales habituales y funciones de transferencia
- 5 Resumen

Resumen de efectos de la realimentación



Los efectos más importantes de la realimentación:

- Nos permite modificar los polos/ceros del sistema y por lo tanto:
 - ▶ Su respuesta temporal (transitorio y permanente)
 - ▶ Su respuesta en frecuencia.
- Permite modificar el comportamiento del sistema frente a las perturbaciones, e incluso eliminar el efecto de las mismas en la respuesta.
- Encarece el sistema, por lo tanto es conveniente utilizar los métodos más sencillos que nos permiten alcanzar el comportamiento deseado.
- Habitualmente, hay que llegar a un compromiso para alcanzar el comportamiento deseado.
- Reduce la sensibilidad ante cambios en los parámetros (aspectos avanzados)