

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

### Función de transferencia de la planta y de los controladores:

La función de transferencia y los controladores que usaremos en la práctica es la siguiente:

$$G_P(s) = \frac{(s + 20)(s^2 + 30s + 325)}{(s - 5)(s + 15)(s + 50)} = \frac{s^3 + 50s^2 + 925s + 6500}{s^3 + 60s^2 + 425s - 3750}$$

Acción proporcional:  $K$

Acción integral:  $\frac{K}{s}$

Acción derivativa:  $Ks$

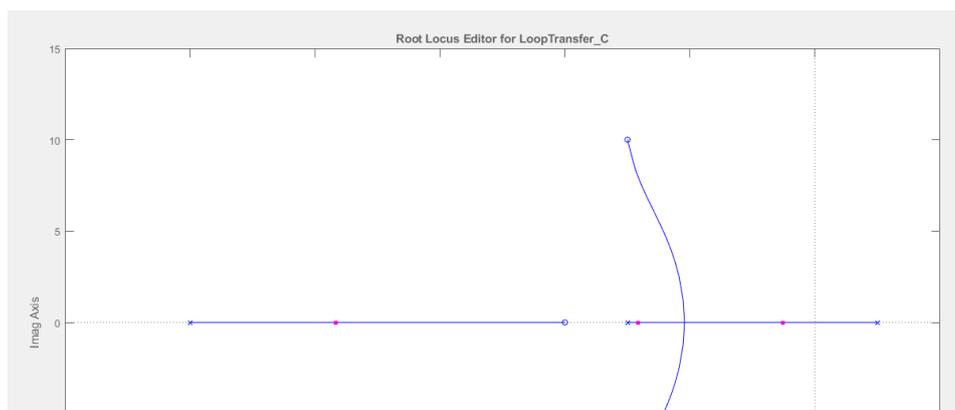
### Análisis de la estabilidad del sistema continuo en lazo cerrado:

Procedemos a realizar todas las tareas usando un solo controlador, y al finalizar la tarea 6, comenzamos de nuevo usando un controlador diferente hasta usar los 3 controladores proporcionados.

#### - Acción proporcional:

- 1) Trazar el lugar de las raíces suponiendo que  $G_P(s)$  se encuentra controlada por cada uno de los controladores elegidos y realimentada unitariamente. Comprobar que el lugar de las raíces cumple con todas las propiedades estudiadas en clase.

Con la función de transferencia de la planta y el controlador proporcional, indicamos en *rltool* cuáles son las funciones y estudiamos el lugar de las raíces y la respuesta a la entrada escalón.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Para empezar, analizamos el lugar de las raíces del sistema con la función de transferencia de la planta y del controlador proporcional.

Al ser un controlador proporcional, no se introducen nuevos polos o ceros a la planta, y sabiendo eso, podemos observar el cero doble dominante se une con la línea de tendencia con los polos dominantes y más cercanos a 0 (en este caso el polo en 5 y en -15). Finalmente el cero en -20 se une con el polo en -50 con una línea de tendencia.

Cabe destacar que no tenemos líneas de tendencias que tienen a infinito o  $-\infty$  debido a que tenemos el mismo número de polos y ceros.

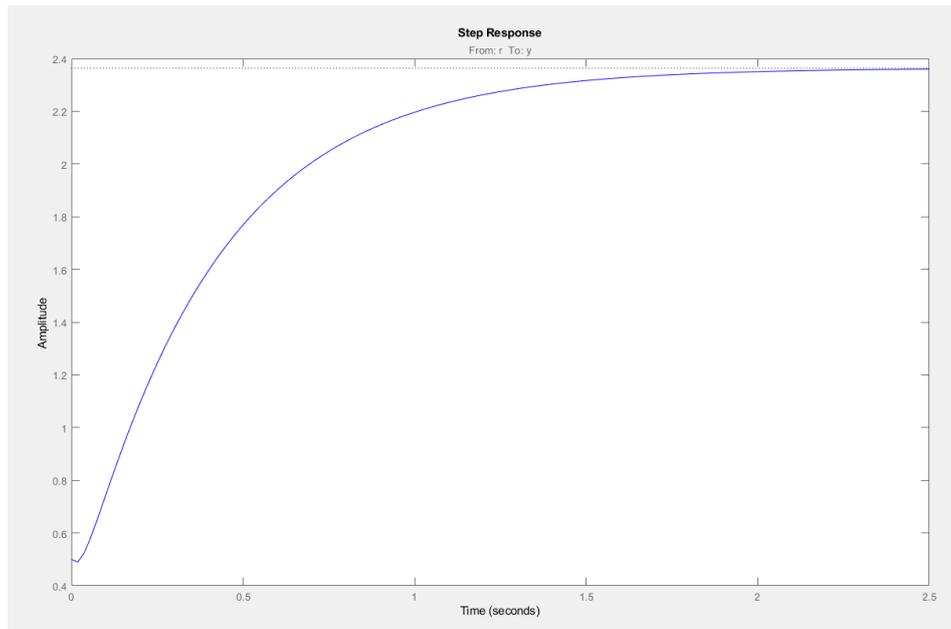


Figura 2: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador proporcional.

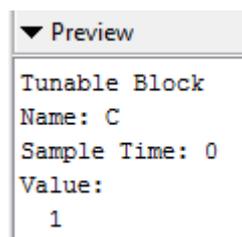


Figura 3: Valor de K del controlador proporcional

- 2) Calcular el rango de K que asegura la estabilidad utilizando el lugar de las raíces.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

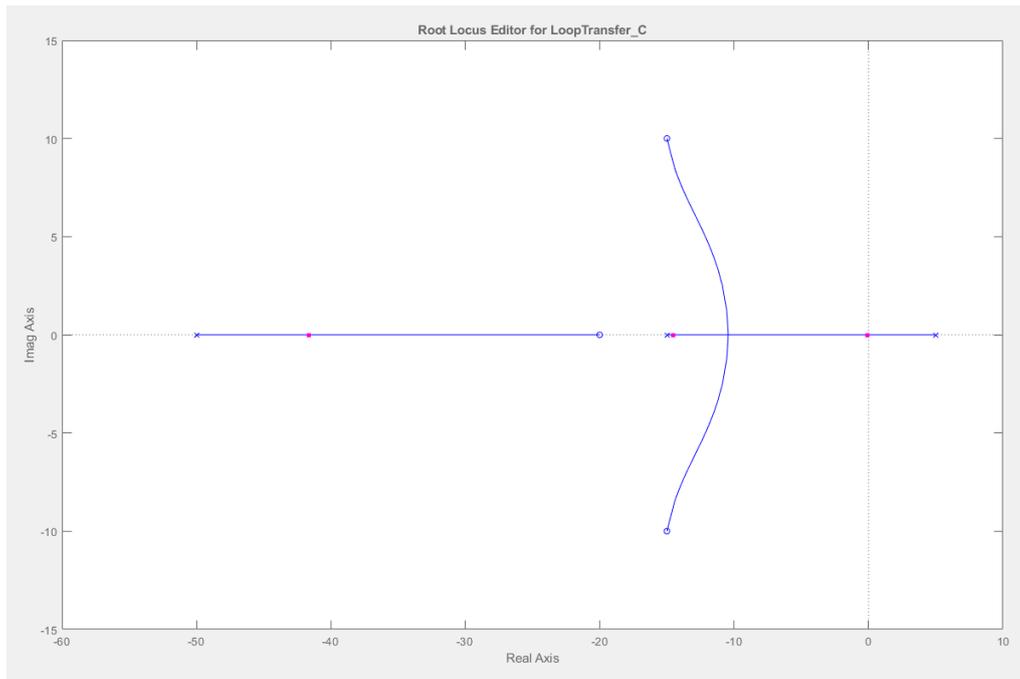
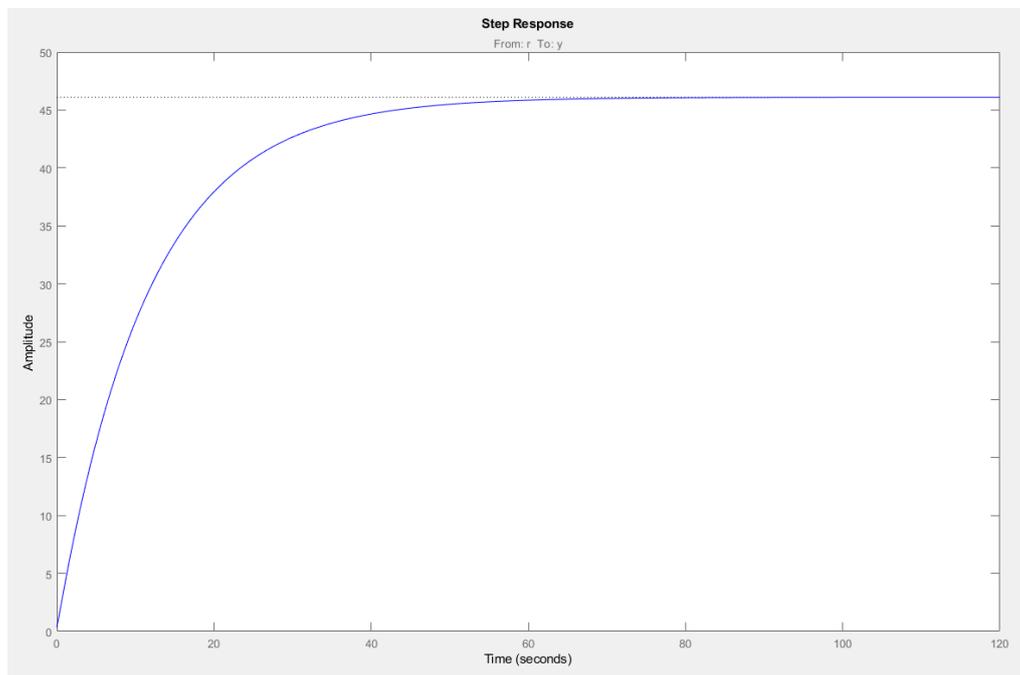


Figura 4: Lugar de las raíces de la función de transferencia de la planta y controlador proporcional en el límite de la estabilidad.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

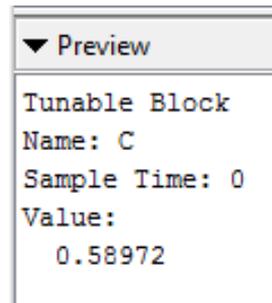


Figura 6: Valor de K del controlador proporcional en el límite de la estabilidad.

Vemos que para K aproximadamente 0.58972, el sistema sigue siendo estable, pero si seguimos disminuyendo, el sistema pasa a ser inestable al tener un polo con parte real positiva.

Respondiendo a la tarea, el sistema es estable para:

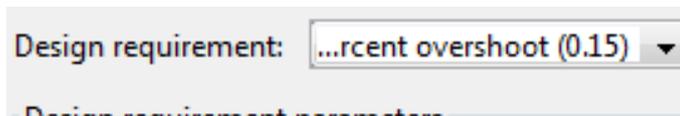
$$\text{Sistema estable: } K \geq 0.58972$$

- 3) Calcular el valor de K para que los polos dominantes del sistema en lazo cerrado tengan una  $\zeta > 0,9$ . Calcular las raíces correspondientes. Comprobar si la respuesta del sistema en lazo cerrado ante la entrada escalón en sigue las condiciones asociados a los polos elegidos.

Para este apartado, calculamos el rango de sobre-elongación que debemos introducir como característica en *rltool* y poder obtener el rango de K para dicha característica.

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{0.9\pi}{\sqrt{1-0.9^2}}} = e^{-\frac{0.9\pi}{\sqrt{0.19}}} = e^{-6.49} = \mathbf{0.0015}$$

Vemos que para valores mayores de  $\zeta > 0.9$ , el valor de  $M_p$  disminuye por la siguiente razón. Dentro de la raíz cuadrada, si  $\zeta$  aumenta, su cuadrado también aumenta y restarle el valor a 1, disminuye dando como resultado que la raíz cuadrada disminuya. El numerador aumenta si  $\zeta$  aumenta, y la fracción aumenta debido a que el numerador aumenta y el denominador disminuye. Por último, la exponencial disminuye si el exponente de la exponencial disminuye (el resultado de la fracción aumenta pero tenemos un signo negativo delante haciendo que el resultado final del exponente de la exponencial disminuya).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

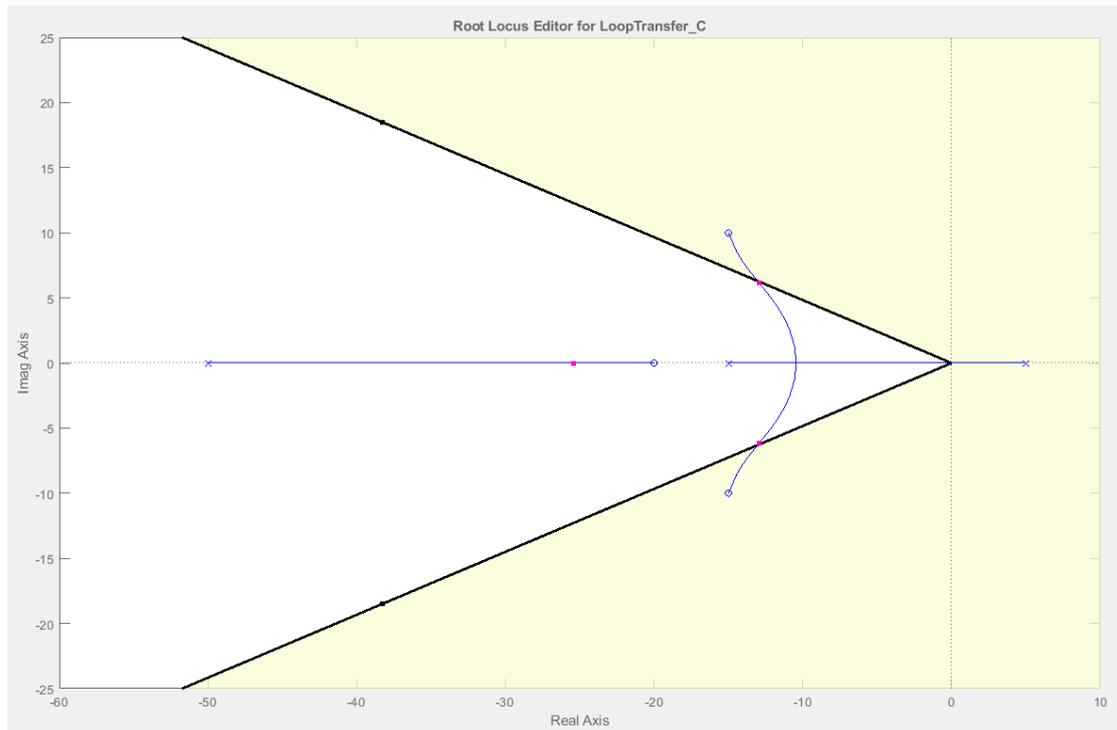


Figura 8: Lugar de las raíces con la condición de  $\zeta > 0.9$ . Área amarilla no cumple la condición y área blanca si cumple la condición.

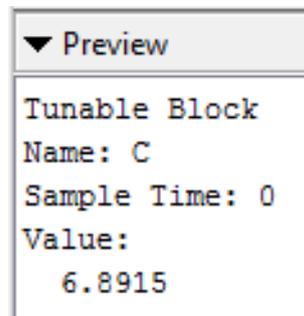


Figura 9: Valor de K límite para cumplir la condición de  $\zeta > 0.9$ .

La posición de los polos dominantes es:

$$-12.9 \pm 6.13j$$

Cabe destacar que los polos deben estar más cercanos a la posición del cero doble debido a

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

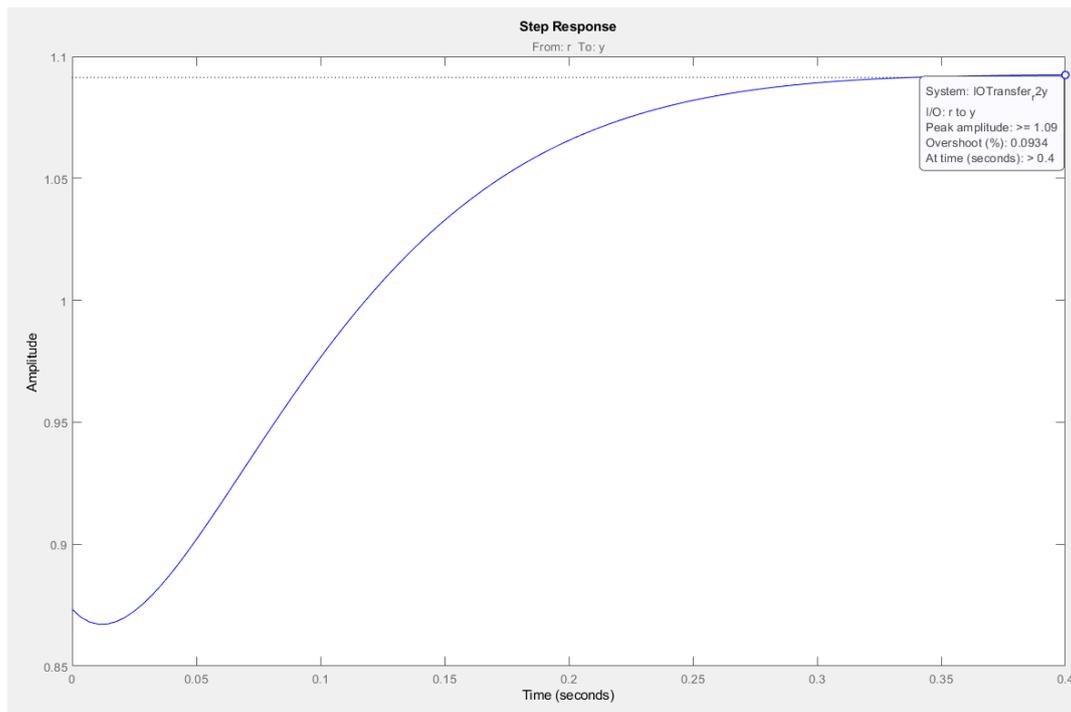


Figura 10: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador proporcional con la condición  $\zeta > 0.9$ .

Podemos ver que si los polos tienden al cero dominante, el valor de la sobre-elongación observado en la Figura 10 tiene un valor de 0.0934%.

$$\zeta = \frac{\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(M_p))^2}} = \frac{-\ln(0.000934)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(0.000934))^2}} = 0.9118$$

Comprobamos que cumplimos la condición propuesta en el enunciado de la tarea.

- 4) Calcular el valor de K para que los polos dominantes del sistema en lazo cerrado tengan una  $w = 5$  rad/s. Calcular las raíces correspondientes. Comprobar si la respuesta del sistema en lazo cerrado a la entrada escalón en sigue las condiciones asociados a los polos elegidos.

Para este apartado, establecemos un rango o límite para el eje imaginario, es decir, para cumplir la condición de  $w = 5$  rad/s, el valor imaginario del polo dominante debe ser 5 por la siguiente razón:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

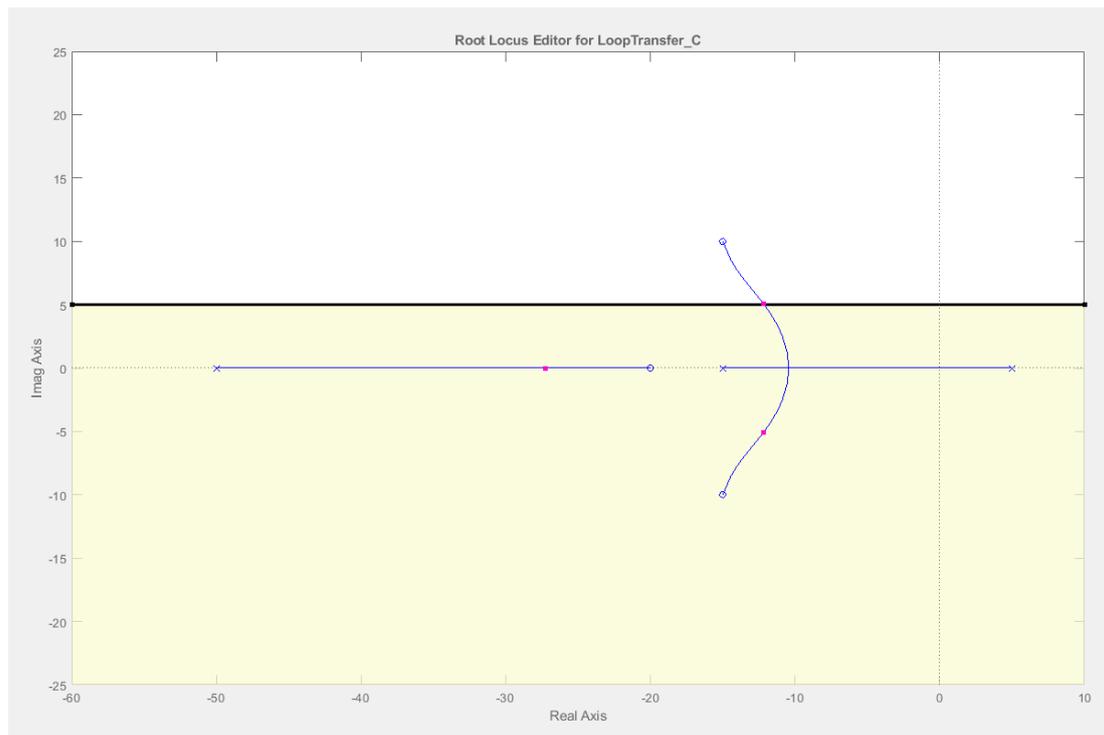


Figura 11: Lugar de las raíces con la condición de  $\omega = 5$  rad/s. Área amarilla y área blanca no cumple la condición. La condición solo se cumple en la frontera entre ambas áreas.

Al ser un polo doble conjugado en este punto, el polo del área amarilla también cumple la condición ya que sigue siendo  $\omega = 5$ . Solo he marcado la línea para el polo con imaginario positivo por simplicidad a la hora de dibujar la sección del área en el lugar de las raíces.

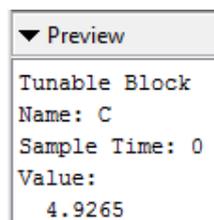


Figura 12: Valor de K límite para cumplir la condición de  $\omega = 5$  rad/s

La posición aproximada de los polos dominantes es:

$$-12.2 \pm 5.1j$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

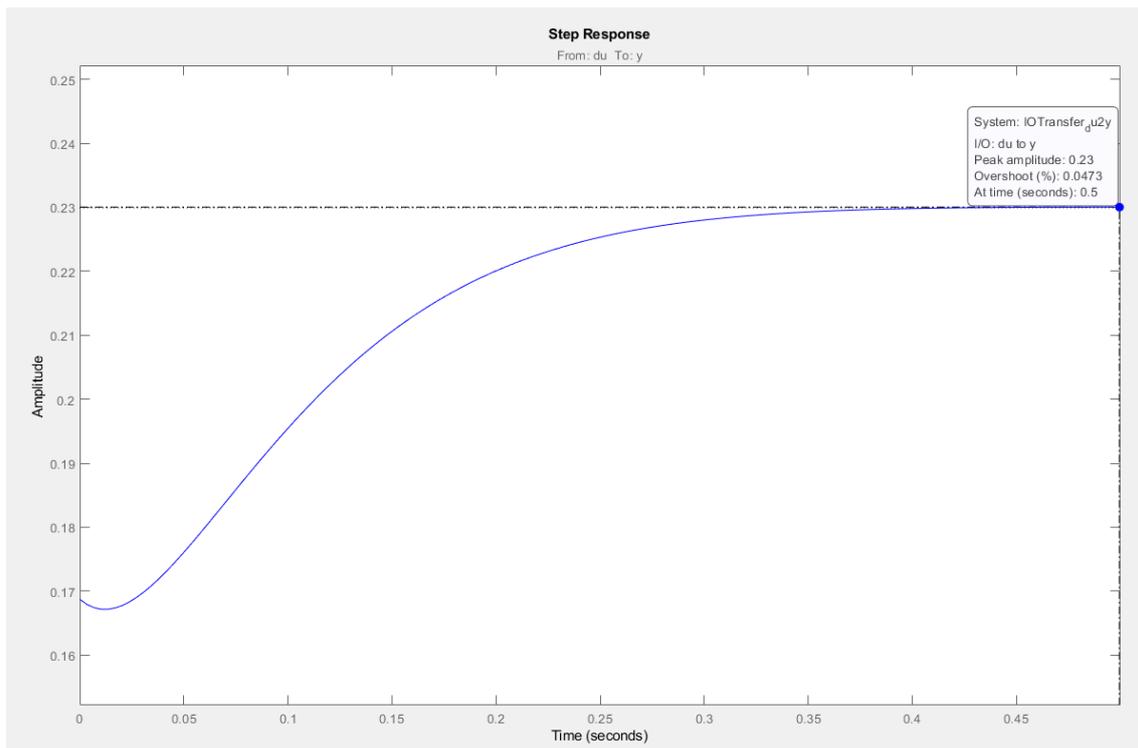


Figura 13: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador proporcional con la condición  $w = 5 \text{ rad/s}$ .

Comprobamos si cumple lo que hemos estado realizando:

$$t_p = \frac{\pi}{w} \rightarrow w = \frac{\pi}{t_p} = \frac{\pi}{0.5} = 6.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Vemos que el resultado es distinto a la  $w = 5 \text{ rad/s}$  que hemos establecido en el lugar de las raíces. Podría ser por el efecto que implica los ceros del sistema o por la proximidad del otro polo que tenemos dentro del sistema.

- 5) Calcular el valor de K para que el sistema en lazo cerrado tenga una sobre-elongación  $M_p < 5\%$  y un tiempo de asentamiento  $t_s < 0,4 \text{ seg}$  para una entrada escalón.  
Comprobar si la respuesta del sistema

Debemos aplicar dos condiciones a la gráfica del lugar de las raíces y mover los polos hasta que los polos dominantes estén dentro del área permitida.

Aplicamos la condición de sobre-elongación menor de 5% (Línea de división formando un ángulo), y la condición de tiempo de asentamiento menor de 0.4 segundos (Línea de división

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

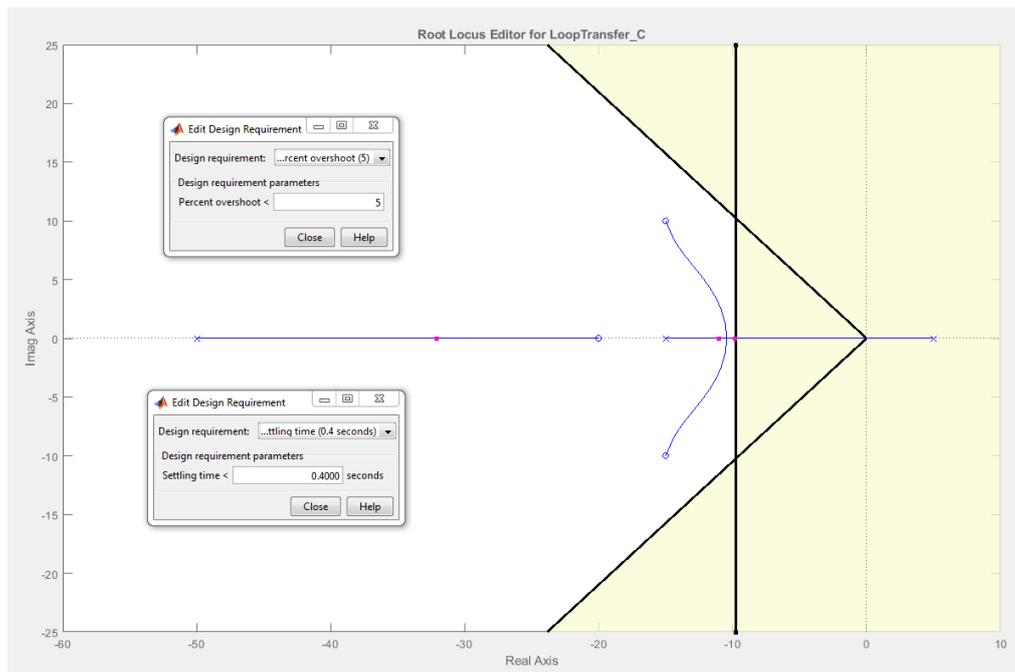


Figura 14: Lugar de las raíces con las condiciones de  $M_p < 5$  y  $t_s < 0.4$  s. Área blanca cumple las dos condiciones. Área amarilla no cumple una de las condiciones o las dos condiciones a la vez.

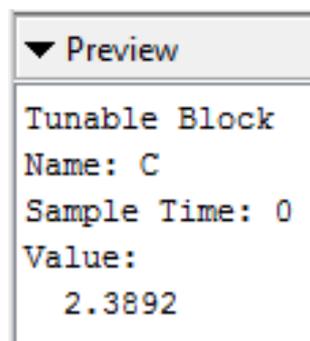


Figura 15: Valor de K límite para cumplir las dos condiciones.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

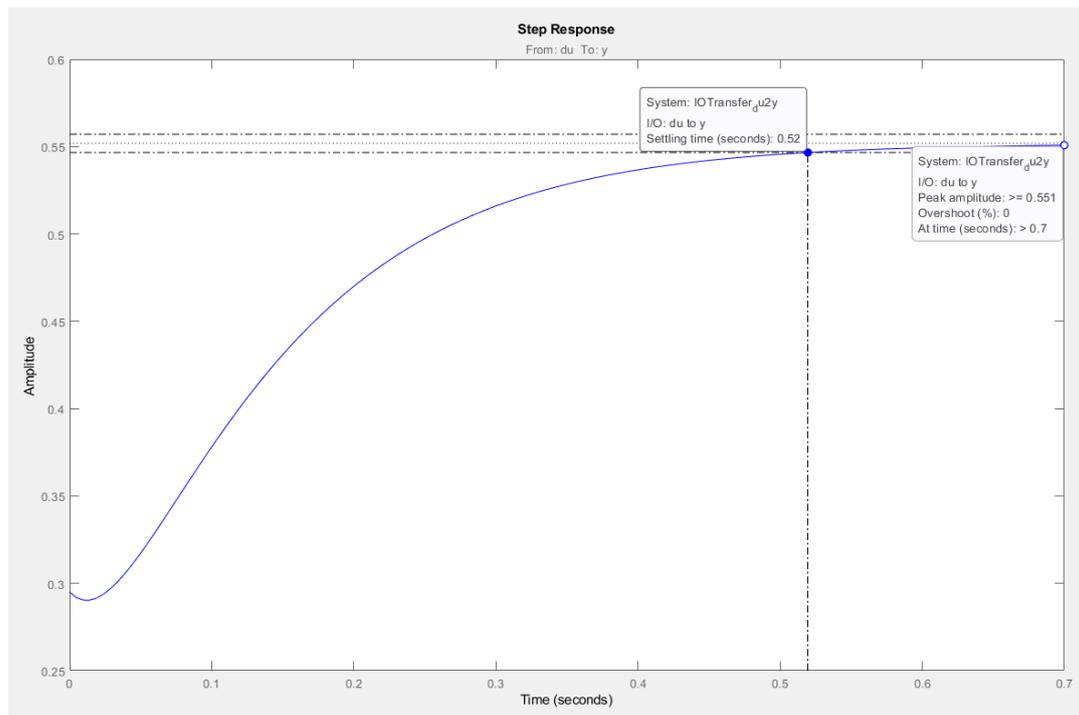


Figura 16: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador proporcional con las condiciones de  $M_p < 5$  y  $t_s < 0.4$  s

Podemos ver que no cumplen las condiciones establecidas anteriormente debido a que en vez de tener un polo complejo conjugado como polo dominante, tenemos solo un polo real dominante y esto influye a la hora de calcular los valores necesarios.

### 6) Calcular el rango de K para que el margen de estabilidad relativa sea $\sigma = -10$ .

Antes de establecer las áreas en la gráfica del lugar de las raíces, debemos obtener el tiempo de asentamiento a partir del valor de sigma del enunciado.

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ s}$$

Ahora si podemos establecer las áreas donde se indica si cumplen la condición o no. Al ser un valor concreto ( $t_s = 0.4$ s) la condición se cumple justo en el límite, es decir, en la frontera entre el área blanca y área amarilla.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

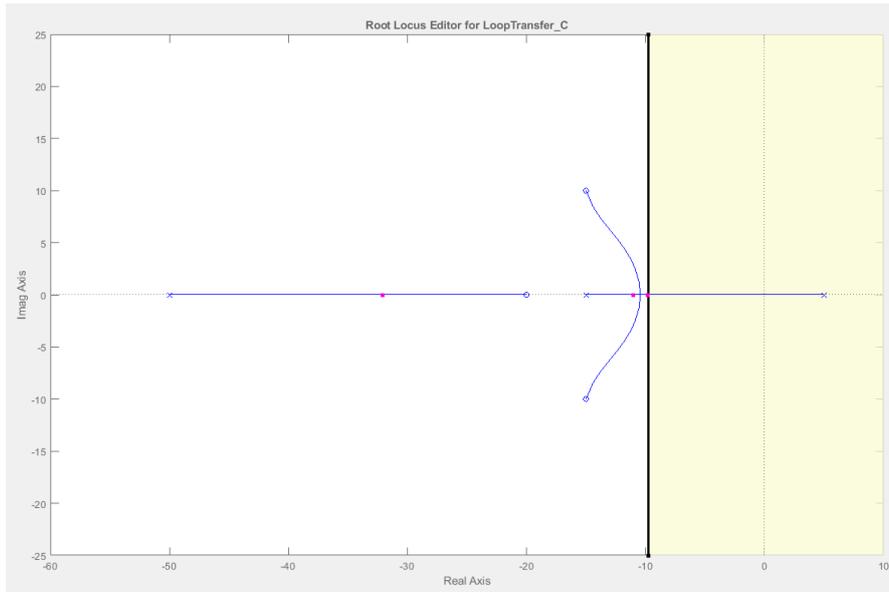


Figura 17: Lugar de las raíces con la condición de  $t_s = 0.4$  s. Área amarilla y área blanca no cumple la condición. La condición solo se cumple en la frontera entre ambas áreas.

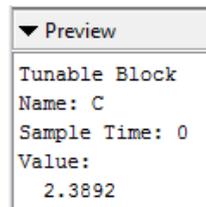
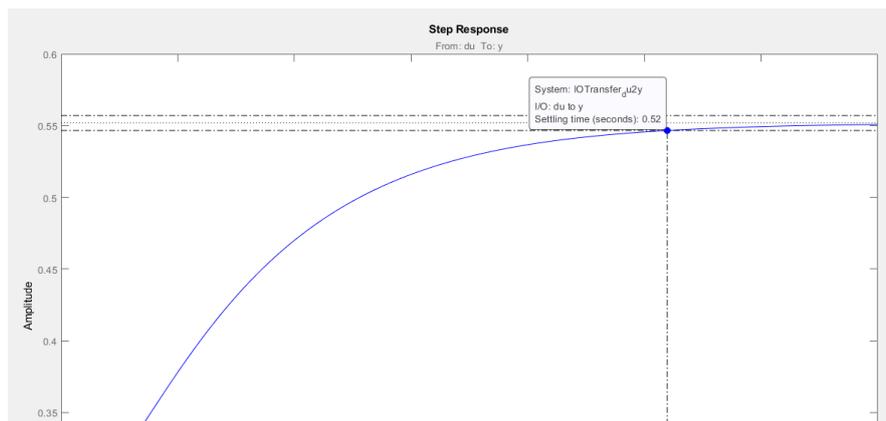


Figura 18: Valor de K límite para cumplir la condición.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

En este apartado pasa lo mismo, podemos ver que no cumplen las condiciones establecidas anteriormente debido a que en vez de tener un polo complejo conjugado como polo dominante, tenemos solo un polo real dominante y esto influye a la hora de calcular los valores necesarios.

### - Acción integral:

Usando el controlador integral, aplicamos los mismos cálculos que hemos realizado para el controlador proporcional del apartado anterior, simplemente seguimos los mismos pasos y analizamos los resultados obtenidos

- 1) **Trazar el lugar de las raíces suponiendo que  $G_p(s)$  se encuentra controlada por cada uno de los controladores elegidos y realimentada unitariamente. Comprobar que el lugar de las raíces cumple con todas las propiedades estudiadas en clase.**

Para empezar, analizamos el lugar de las raíces del sistema con la función de transferencia de la planta y del controlador integral.

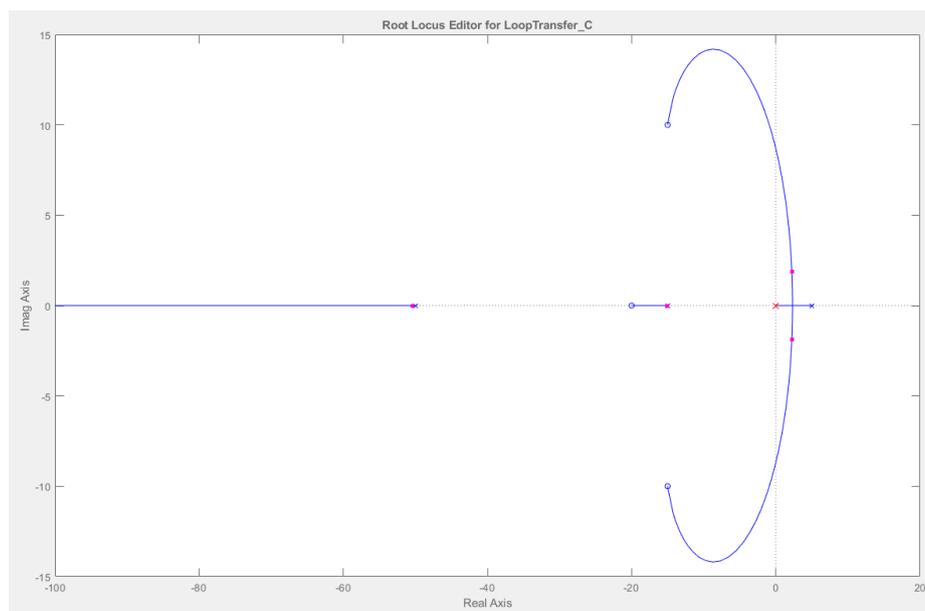


Figura 20: Lugar de las raíces de la función de transferencia de la planta y controlador integral.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

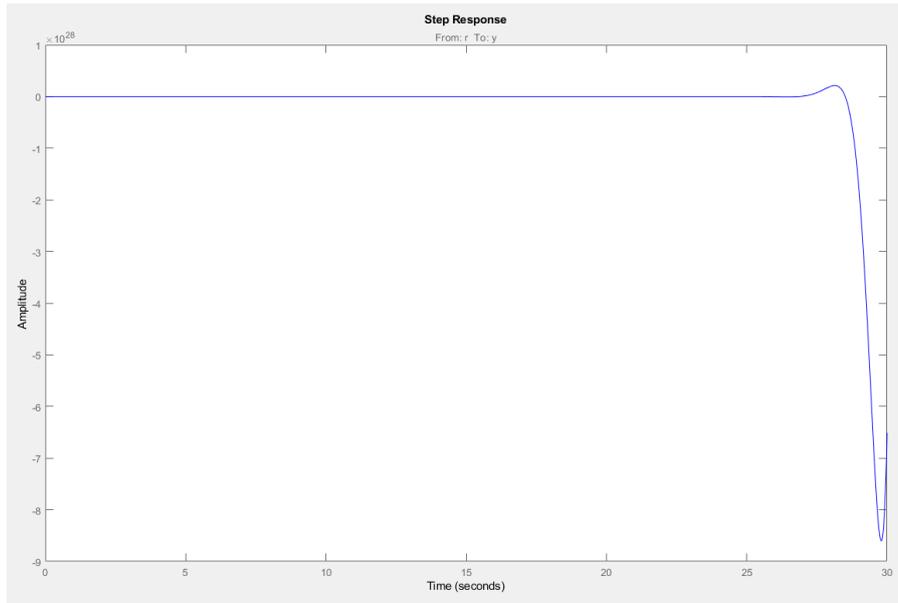
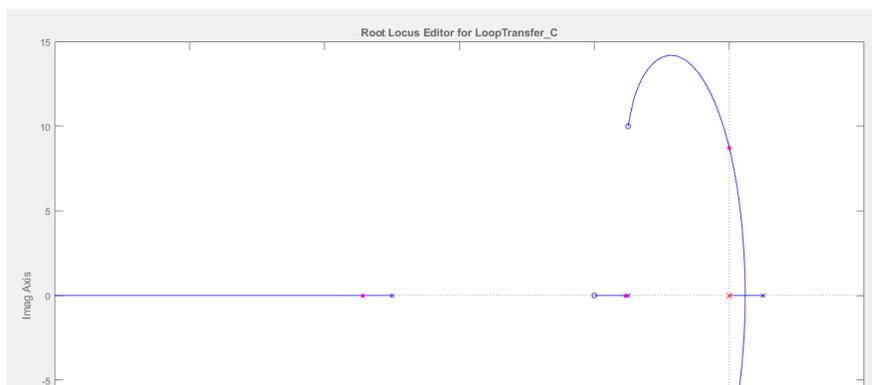


Figura 21: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador integral.

```
▼ Preview
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  1
  -
  s
```

Figura 22: Valor de K/s del controlador integral.

2) Calcular el rango de K que asegura la estabilidad utilizando el lugar de las raíces.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

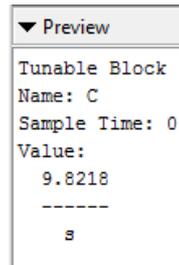


Figura 24: Valor de K del controlador integral en el límite de la estabilidad de la planta.

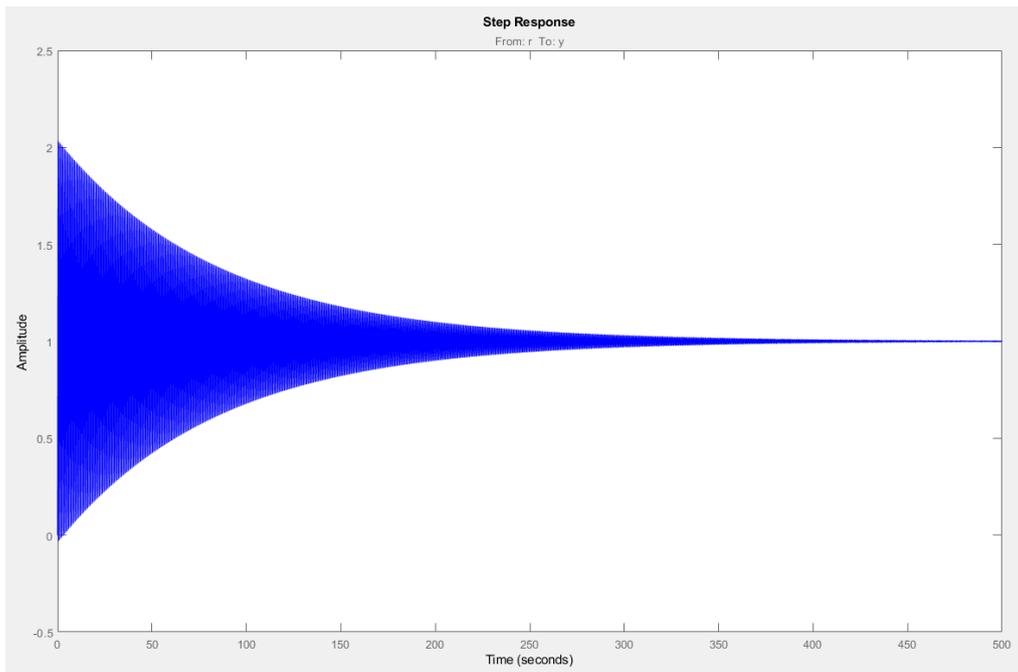


Figura 25: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador integral en el límite de la estabilidad.

El sistema es estable para el siguiente rango de K:

$$\text{Sistema estable: } K \geq 9.8218$$

- 3) Calcular el valor de K para que los polos dominantes del sistema en lazo cerrado tengan una  $\zeta > 0,9$ . Calcular las raíces correspondientes. Comprobar si la respuesta del sistema en lazo cerrado ante la entrada escalón en sigue las condiciones asociados a los polos elegidos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

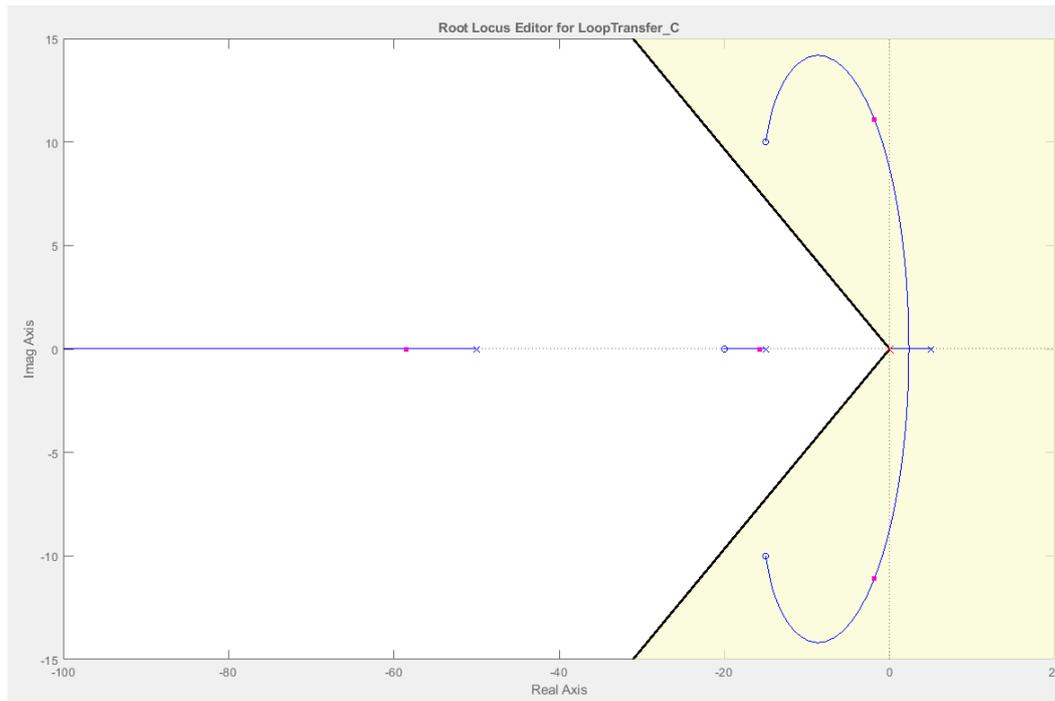


Figura 26: Lugar de las raíces con la condición de  $\zeta > 0.9$ . Área amarilla no cumple la condición y área blanca si cumple la condición.

Podemos observar que no podemos obtener la característica deseada debido a que los polos complejos dominantes nunca podrán llegar al área blanca.

La planta no podrá obtener  $\zeta > 0.9$  para todo valor de K.

- 4) Calcular el valor de K para que los polos dominantes del sistema en lazo cerrado tengan una  $\omega = 5$  rad/s. Calcular las raíces correspondientes. Comprobar si la respuesta del sistema en lazo cerrado a la entrada escalón en sigue las condiciones asociados a los polos elegidos.

Aplicamos las características del área (usando el mismo procedimiento que hemos usado para el controlador proporcional) para que el polo dominante complejo tenga la parte imaginaria igual a  $5j$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

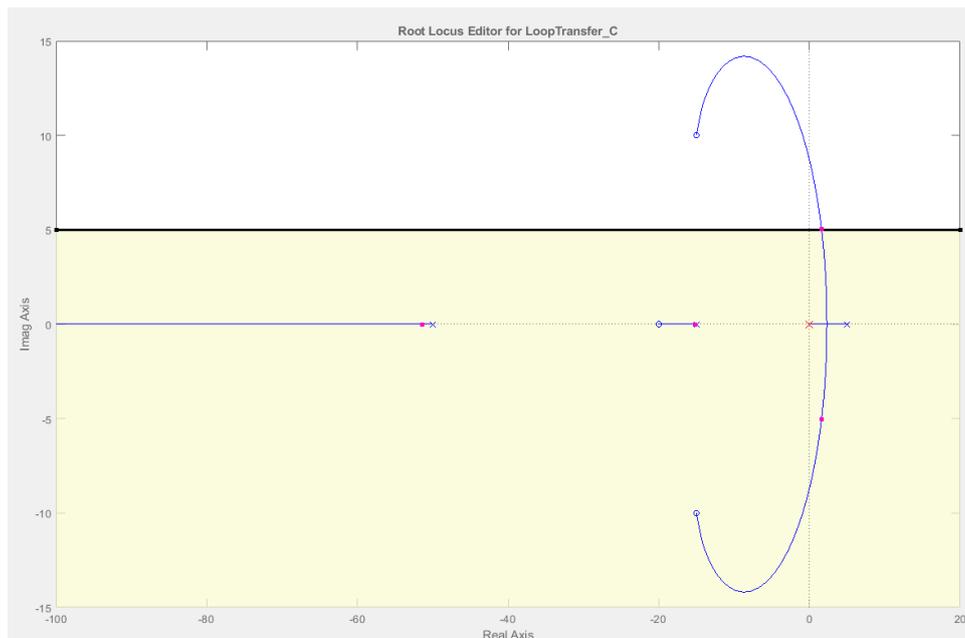


Figura 27: Lugar de las raíces con la condición de  $w = 5 \text{ rad/s}$ . Área amarilla y área blanca no cumple la condición. La condición solo se cumple en la frontera entre ambas áreas.

Al ser un polo doble conjugado en este punto, el polo del área amarilla también cumple la condición ya que sigue siendo  $w = 5$ . Solo he marcado la línea para el polo con imaginario positivo por simplicidad a la hora de dibujar la sección del área en el lugar de las raíces.

Vemos que para obtener el valor de  $W = 5 \text{ rad/s}$ , los polos dominantes han de estar en la zona de parte real positiva convirtiendo el sistema en inestable.

En conclusión, no podemos obtener la característica deseada del enunciado sin tener el sistema inestable.

- 5) **Calcular el valor de K para que el sistema en lazo cerrado tenga una sobre-elongación  $M_p < 5\%$  y un tiempo de asentamiento  $t_s < 0,4 \text{ seg}$  para una entrada escalón. Comprobar si la respuesta del sistema**

Aplicamos el mismo método que en el apartado anterior del otro controlador. Primero establecemos las condiciones, después movemos los polos y finalmente analizamos los resultados con la respuesta a la entrada escalón.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

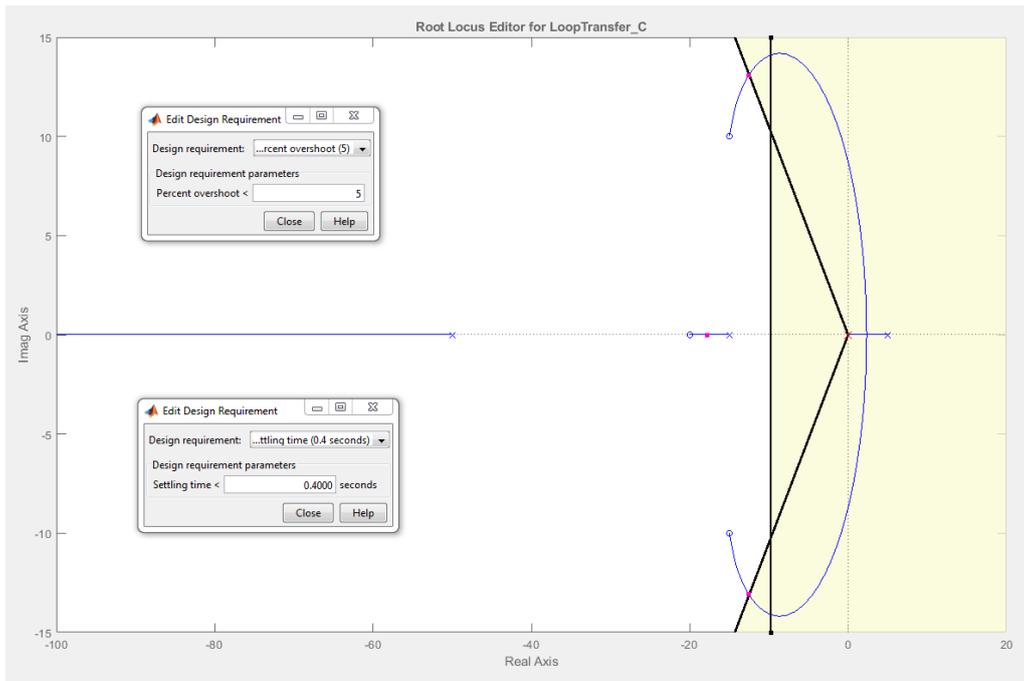


Figura 28: Lugar de las raíces con las condiciones de  $M_p < 5$  y  $t_s < 0.4$  s. Área blanca cumple las dos condiciones. Área amarilla no cumple una de las condiciones o las dos condiciones a la vez.

```
▼ Preview
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
153.28
-----
s
```

Figura 29: Valor de K en el límite para cumplir las dos condiciones deseadas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

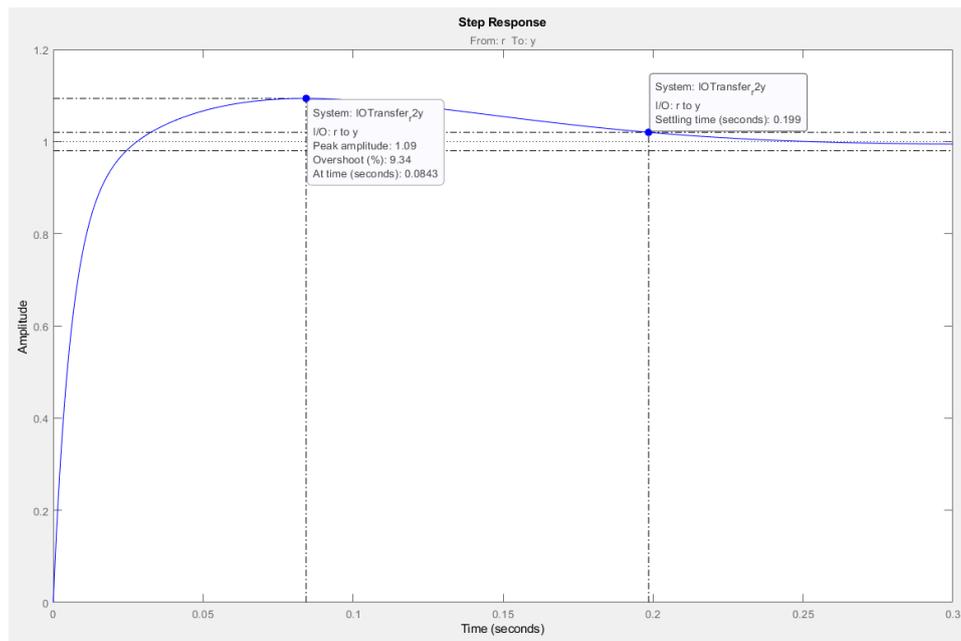


Figura 30: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador integral con las condiciones de  $M_p < 5$  y  $t_s < 0.4$  s

Al analizar los resultados de la respuesta a la entrada escalón, destaca que el valor de sobre-elongación no es el deseado, obtenemos un valor de 9.34 % cuando nuestro objetivo era un valor menor a 5%.

Revisando el lugar de las raíces, salta la vista que el polo que varía entre -20 y -15 podría interferir con el polo complejo dominante variando el resultado final. Es decir, al tener los 3 polos un valor real aproximado, el sistema podría interpretar erróneamente cual es el polo dominante verdadero.

6) Calcular el rango de K para que el margen de estabilidad relativa sea  $\sigma = -10$ .

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ s}$$

Teniendo el tiempo de asentamiento obtenido a partir de sigma, podemos representar el área permitida en el lugar de las raíces.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

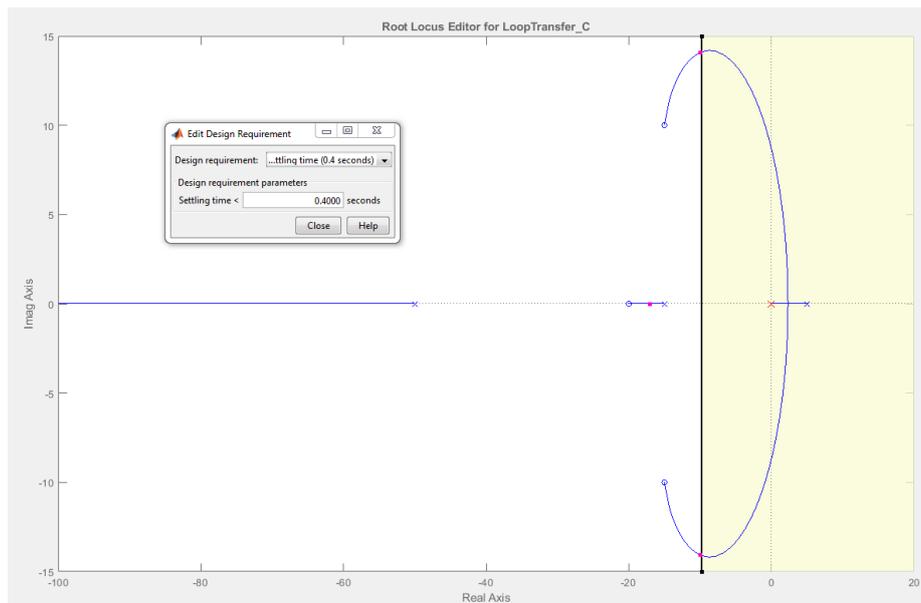


Figura 31: Respuesta a la entrada escalón de la función de transferencia de la planta y controlador integral con la condición de  $t_s < 0.4$  s

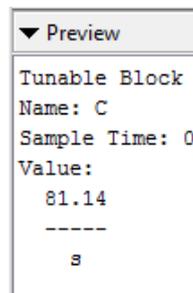
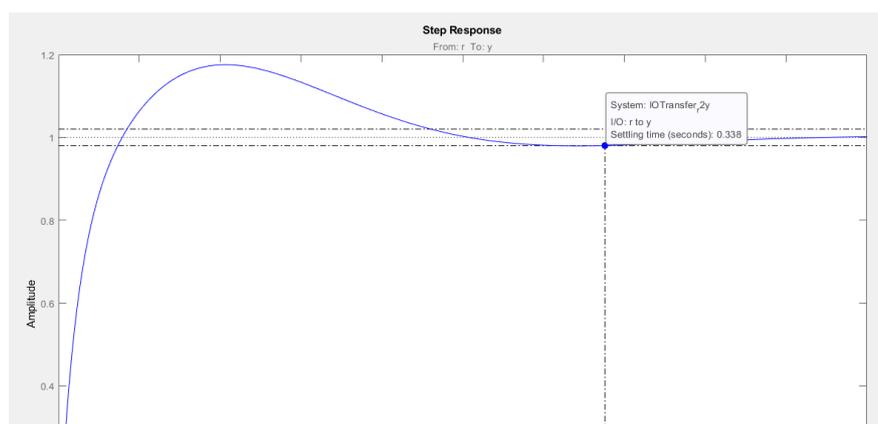


Figura 32: Valor de K en el límite para cumplir la condición deseada.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Vemos que la condición no se cumple del todo, es decir, obtenemos un valor de tiempo de asentamiento aproximado a 0.4, pero no exacto, esto se debe a lo mencionado en la tarea anterior de este mismo controlador, que tenemos 3 polos con la parte real de valores aproximados confundiendo al sistema sobre cuál es el polo dominante verdadero.

### - Acción derivativa:

- 1) Trazar el lugar de las raíces suponiendo que  $G_p(s)$  se encuentra controlada por cada uno de los controladores elegidos y realimentada unitariamente. Comprobar que el lugar de las raíces cumple con todas las propiedades estudiadas en clase.

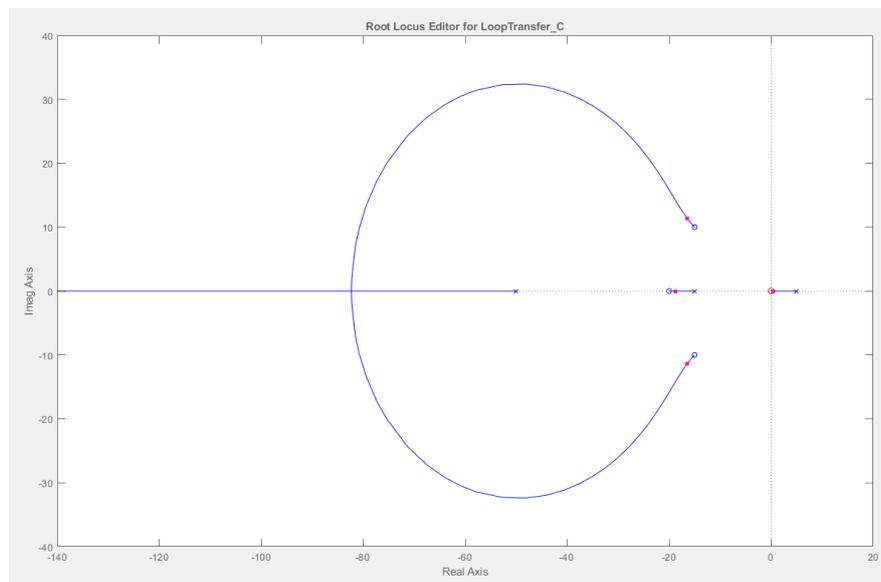


Figura 34: Lugar de las raíces de la función de transferencia de la planta y controlador derivativo.

Al ser un controlador derivativo, se introduce un nuevo cero a la planta, y sabiendo eso, podemos observar el cero dominante ahora es en 0, y se une con la línea de tendencia con el polo más cercano en 5. Después el cero en -20 se une con el polo en -15 con una línea de tendencia. Finalmente el cero doble se une con líneas de tendencia al polo en -50 y al no poseer otro polo más, obtenemos una línea de tendencia que tiende a menos infinito en el eje real.

- 2) Calcular el rango de K que asegura la estabilidad utilizando el lugar de las raíces.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

### Análisis de la estabilidad del sistema discreto en lazo cerrado:

Para realizar la discretización, debemos aplicar la línea de comando `c2d` a la cual se le indica la función de transferencia que deseamos discretizar y el periodo de discretización.

La función de transferencia de la planta es la usada en la parte de análisis continua, y la función de transferencia de la planta es el controlador integral ( $K/s$ ).

#### - Acción integral discretizada con periodo 0.1:

Para empezar, observamos con `rtool` el lugar de las raíces después de discretizar la planta y el controlador.

```
Gpz =  
  
z^3 - 0.8514 z^2 + 0.8707 z - 0.1516  
-----  
z^3 - 1.879 z^2 + 0.3805 z - 0.002479  
  
Sample time: 0.1 seconds  
Discrete-time transfer function.
```

Figura 35: Función de transferencia discreta de la planta con  $T = 0.1$

```
Gcz =  
  
0.1  
-----  
z - 1  
  
Sample time: 0.1 seconds  
Discrete-time transfer function.
```

Figura 36: Función de transferencia del controlador de acción integral discreto con  $T = 0.1$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

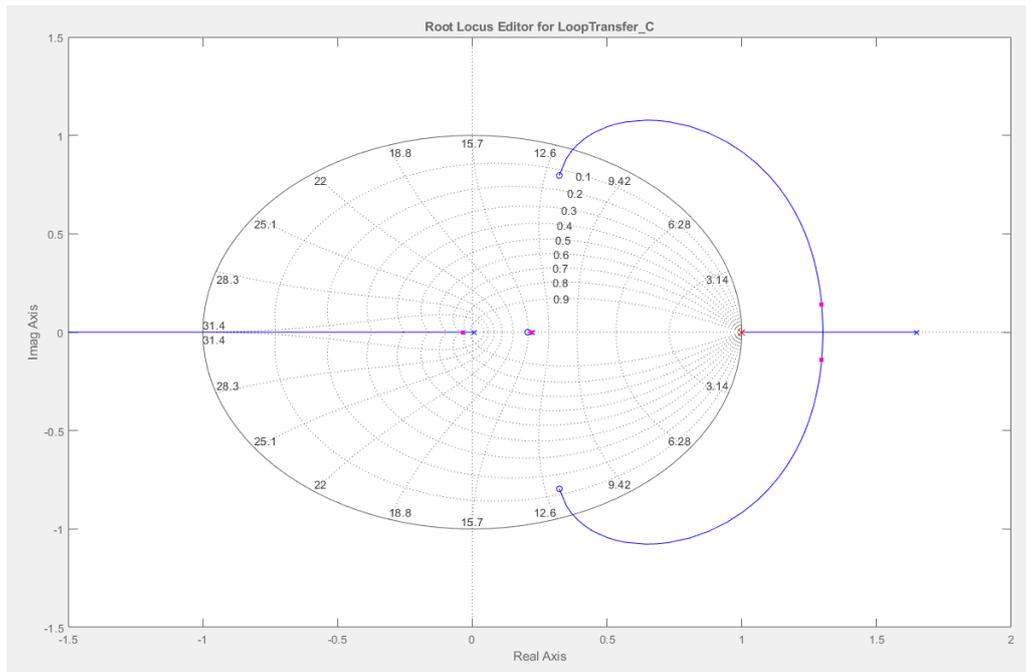


Figura 37: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 1$ .

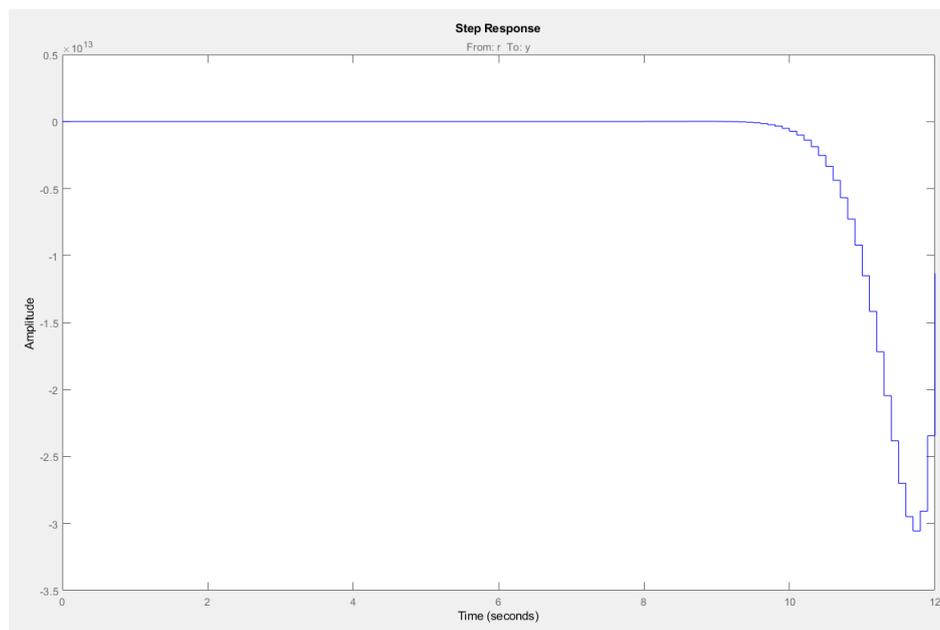


Figura 38: Respuesta del sistema a la entrada escalón con el controlador integral con  $K = 1$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Por otro lado, también podemos asegurar que el sistema es inestable observando la respuesta a la entrada escalo, y vemos que no tiende a ningún valor concreto, es decir, cuando el tiempo diente a infinito, la amplitud también tiende a infinito.

Vamos a modificar la K para ver la estabilidad del sistema.

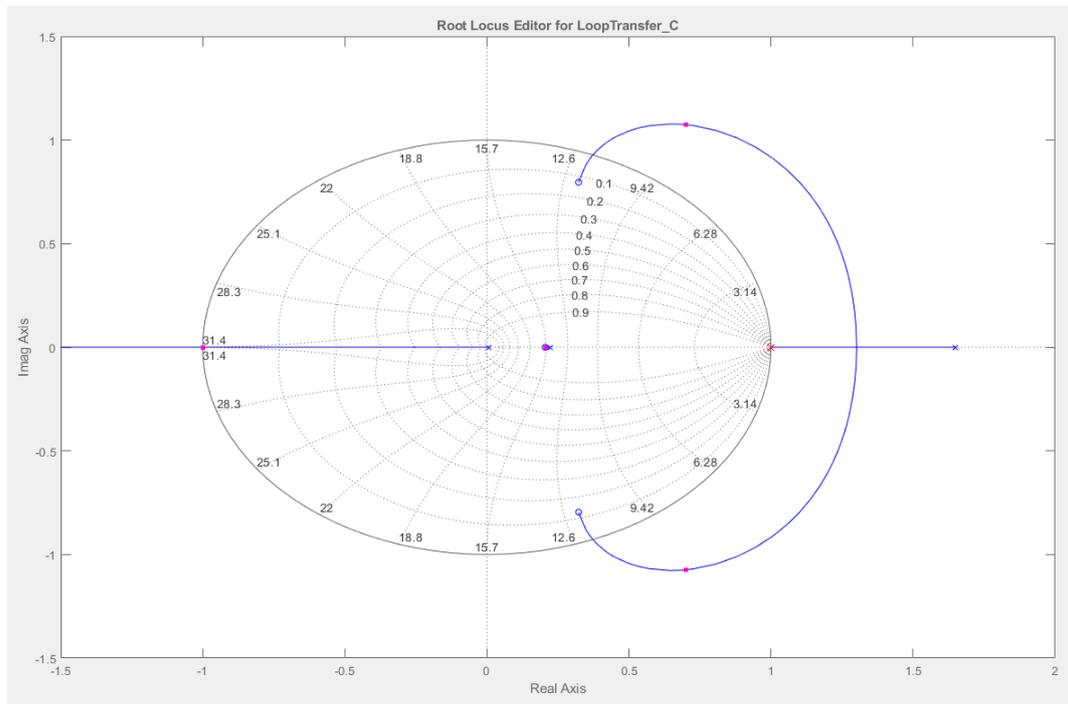


Figura 39: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 22.68$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Si vamos aumentando  $K$ , el polo que pertenece a la línea de tendencia entre el polo en 0 y el infinito, va aumentando y cuando dicho polo se encuentra en  $-1$ , el sistema sigue siendo inestable debido a que el polo doble anteriormente mencionado para  $K = 1$ , sigue estando fuera del círculo unidad.

Ahora comprobamos lo mencionado en el párrafo anterior moviendo el polo doble hasta que se encuentre en el límite del círculo unidad.

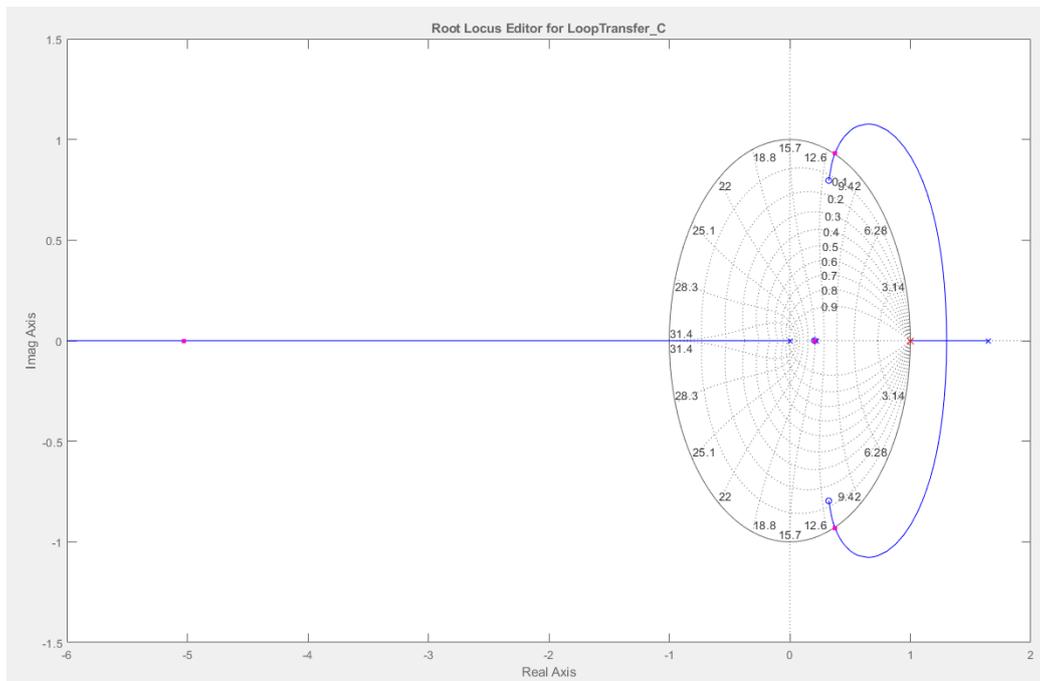
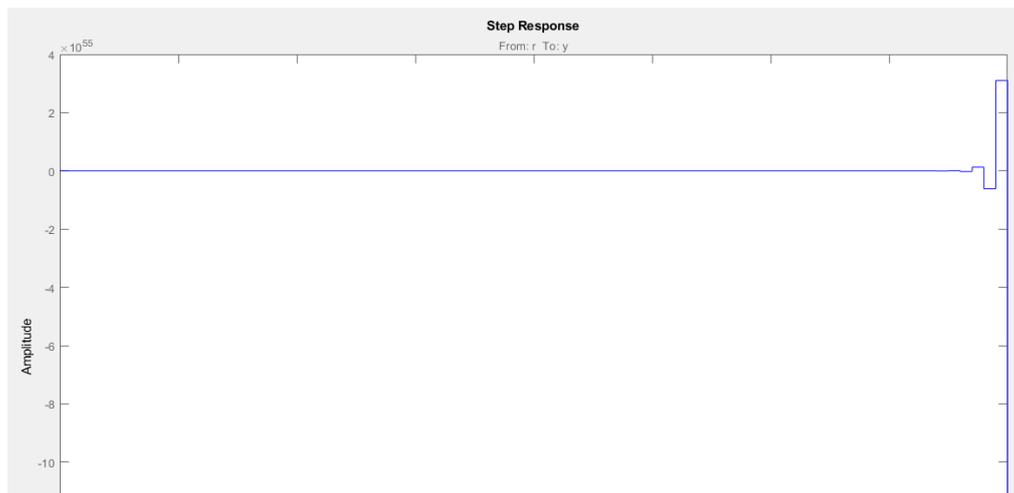


Figura 41: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 69.519$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

En conclusión, el sistema discretizado con  $T = 0.1$ , es inestable para cualquier valor de  $K$  debido a que siempre se encuentra mínimo un polo fuera del círculo unidad.

**Sistema inestable: Para todo  $K$**

### - Acción integral discretizada con periodo 0.01:

Volvemos a discretizar la planta y el controlador, pero esta vez la  $T$  vale 0.01. Ahora observamos con *rltool* el lugar de las raíces y la respuesta a la entrada escalón.

```
Gpz =  
  
z^3 - 2.571 z^2 + 2.215 z - 0.6392  
-----  
z^3 - 2.519 z^2 + 2.065 z - 0.5488  
  
Sample time: 0.01 seconds  
Discrete-time transfer function.
```

Figura 43: Función de transferencia discreta de la planta con  $T = 0.01$

```
Gcz =  
  
0.01  
-----  
z - 1  
  
Sample time: 0.01 seconds  
Discrete-time transfer function.
```

Figura 44: Función de transferencia del controlador de acción integral discreto con  $T = 0.01$

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized, blue and orange font with a shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

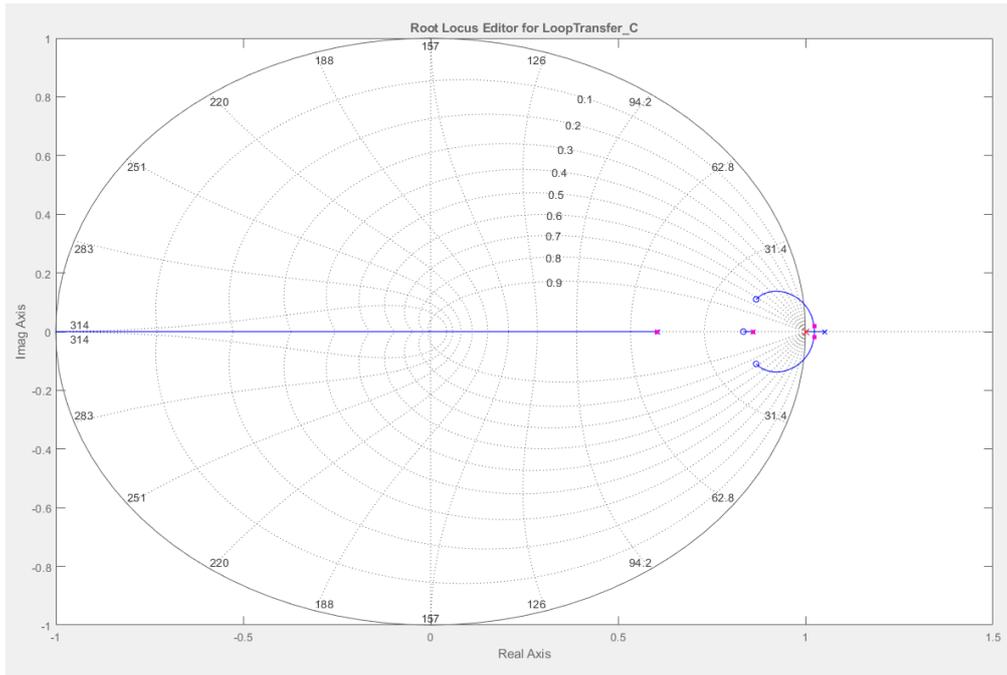
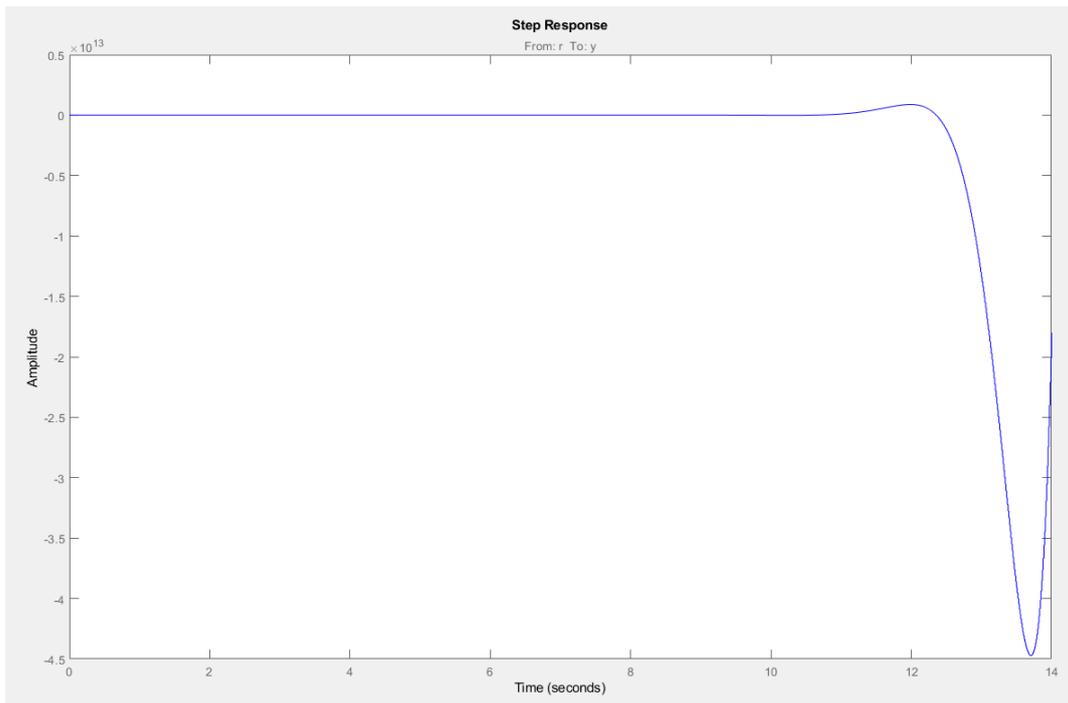


Figura 45: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 1$ .



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Comenzamos a mover los polos en el lugar de las raíces de *rltool* para intentar obtener todos los polos dentro del círculo unidad.

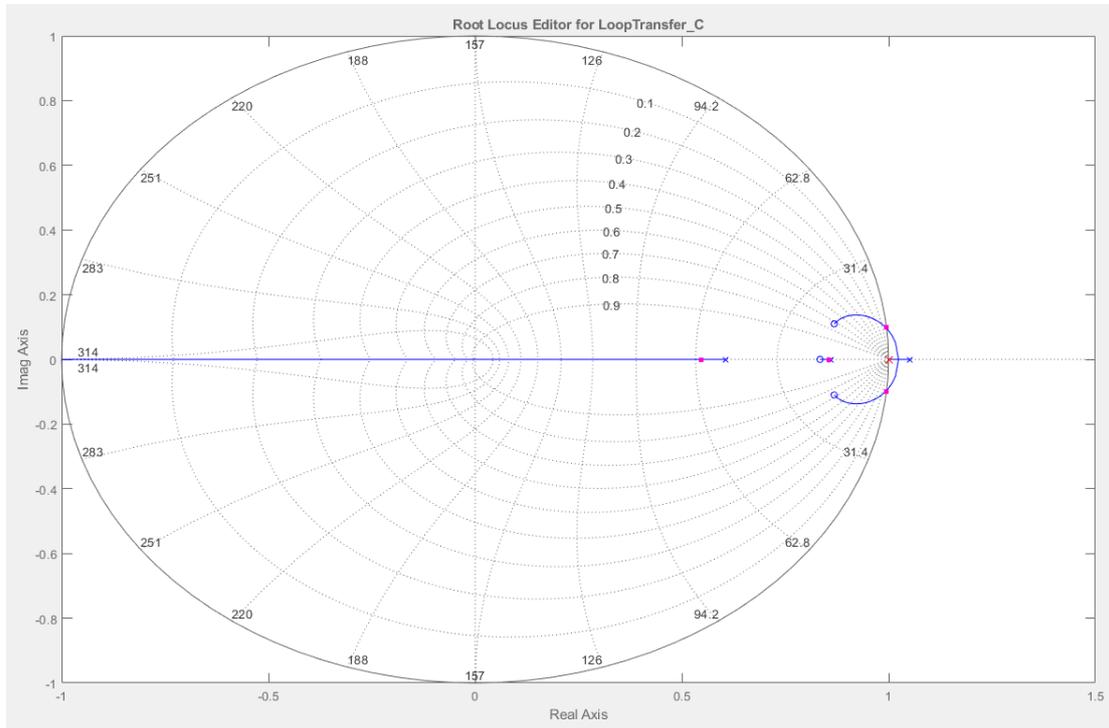
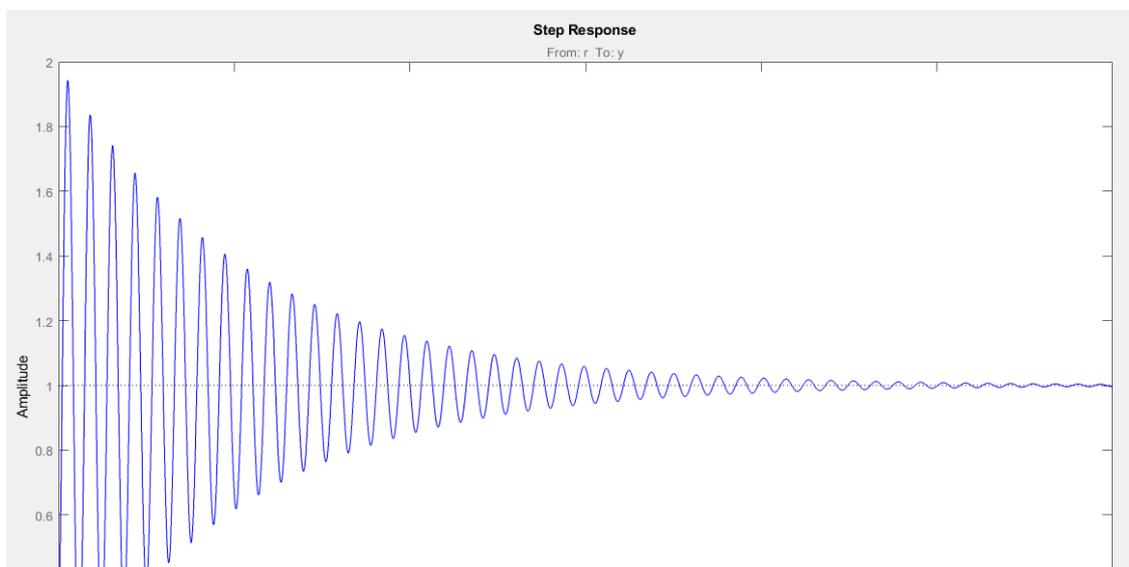


Figura 47: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 12.95$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

Ahora vemos que el sistema comienza a ser estable para  $K = 12.95$  porque todos los polos están dentro del círculo unidad y la respuesta a la entrada escalón, tiende a un valor estacionario igual a 1.

Aunque el sistema sea estable, no podemos asegurar que el sistema sea estable para  $K$  con valores igual o mayores a 12.95.

Llama la atención la línea de tendencia que nace en el polo en 0.6 aproximadamente, y tiende a  $-\infty$ . Si movemos el polo por la línea de tendencia, es indiscutible que en algún momento volverá a salir fuera del círculo unidad provocando que el sistema se vuelva inestable.

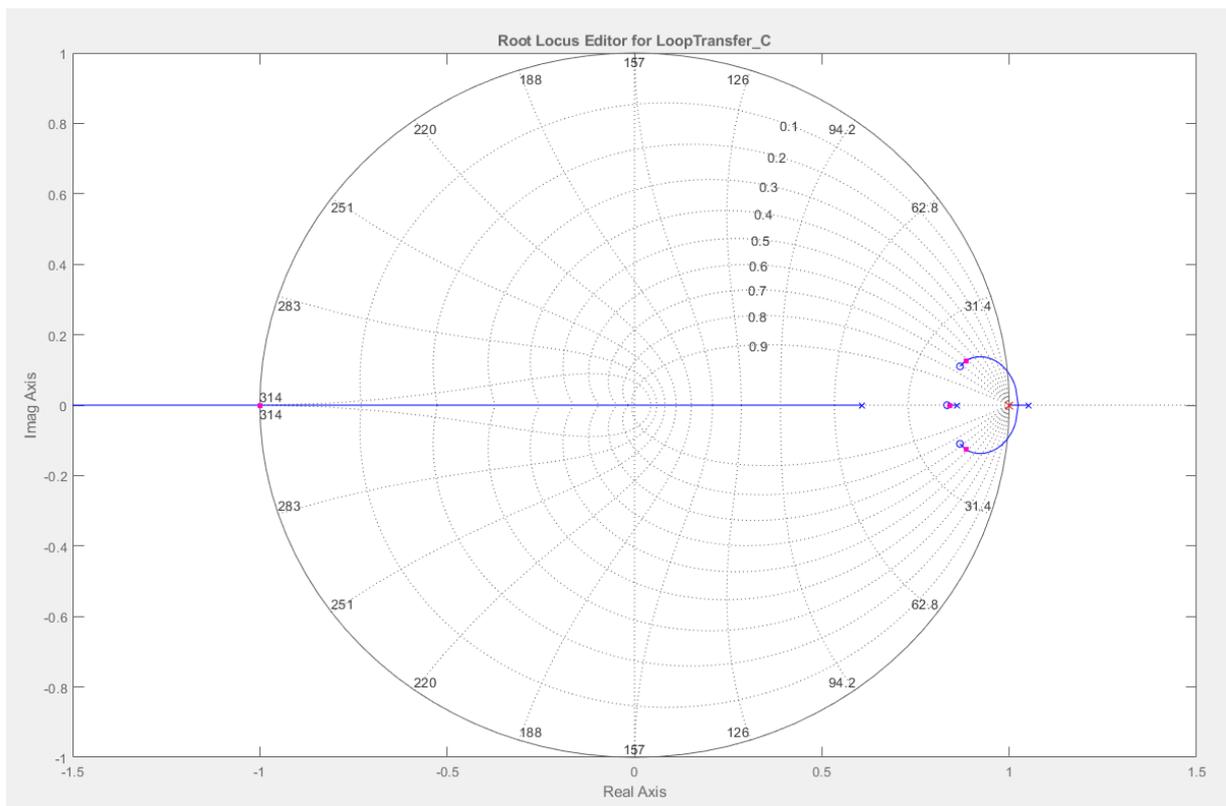


Figura 49: Lugar de las raíces del sistema con el controlador integral con  $K = 190.91$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Práctica 2: Estabilidad (Lugar de las Raíces)

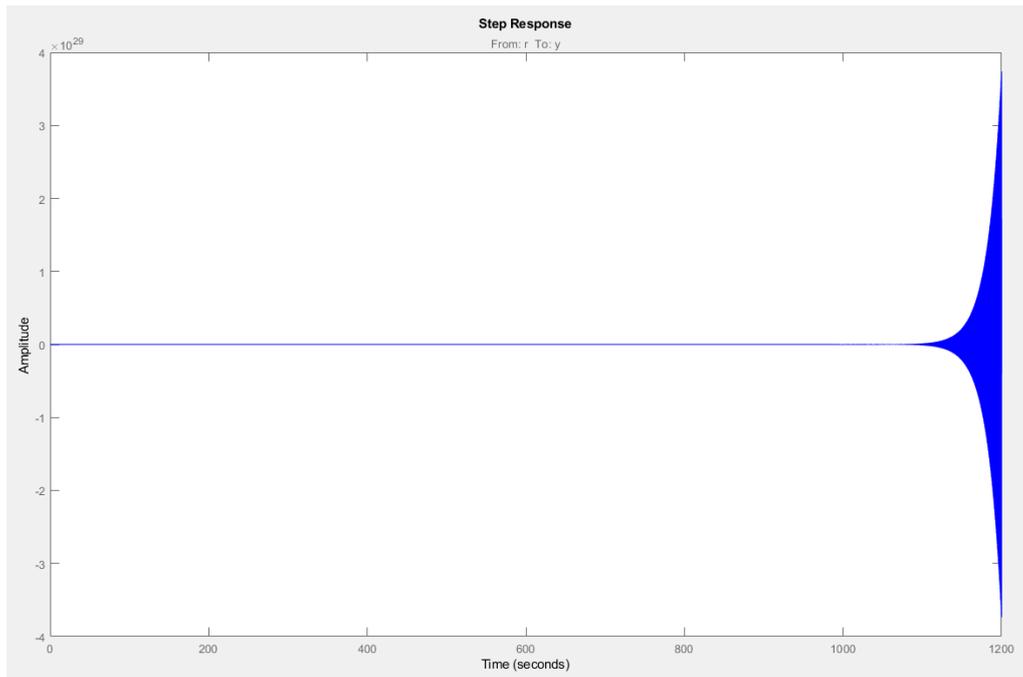


Figura 50: Respuesta del sistema a la entrada escalón con el controlador integral con  $K = 190.91$

Como habíamos indicado anteriormente, el polo de la línea de tendencia de 0.6 a  $-\infty$ , ha provocado que el sistema vuelva a ser inestable cuando  $K$  vale aproximadamente 190.91.

Con todos los datos, la estabilidad del sistema es para los siguientes valores de  $K$ :

$$\text{Sistema estable: } 12.95 \leq K < 190.91$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70