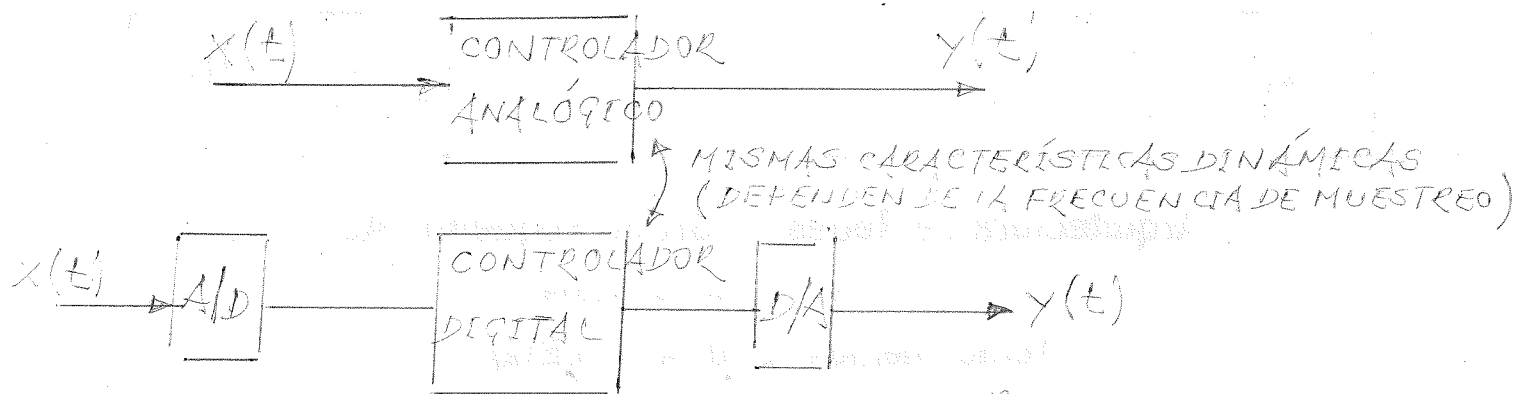
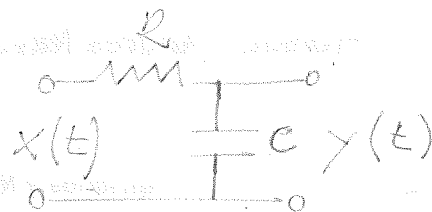




CONTROLADOR $\Rightarrow$ CLASE DE FILTRO

DISCRETIZAR UN FILTRO ANALÓGICO



$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + RCs} ; \text{ SI } a = \frac{1}{RC} \Rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a}{s + a}$$

$$sY(s) + aY(s) = aX(s) \xrightarrow{\text{Laplace}} \frac{dy}{dt} + ay(t) = aX(t)$$

¿ECUACIÓN EN DIFERENCIAS? $\longleftrightarrow$ ECUACIÓN DIFERENCIAL

$\hookrightarrow$ FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL FILTRO DISCRETO

DIFERENCIAS DE ATRASO (BACKWARD DIFFERENCE METHOD)

$$\frac{dy}{dt} = -ay + ax$$

$$\int_0^t \frac{dy}{dt} dt = -a \int_0^t y(t) dt + a \int_0^t x(t) dt$$

COMO INTERESAN LOS VALORES DE $y(t)$ EN CADA INSTANTE DE MUESTREO T

$$\int_0^{KT} \frac{dy}{dt} dt = -a \int_0^{KT} y(t) dt + a \int_0^{KT} x(t) dt$$

$$y(KT) - y(0) = -a \int_0^{KT} y(t) dt + a \int_0^{KT} x(t) dt$$

CAMBIANDO KT POR $(k-1)T$,

$$y((k-1)T) - y(0) = -a \int_0^{(k-1)T} y(t) dt + a \int_0^{(k-1)T} x(t) dt$$

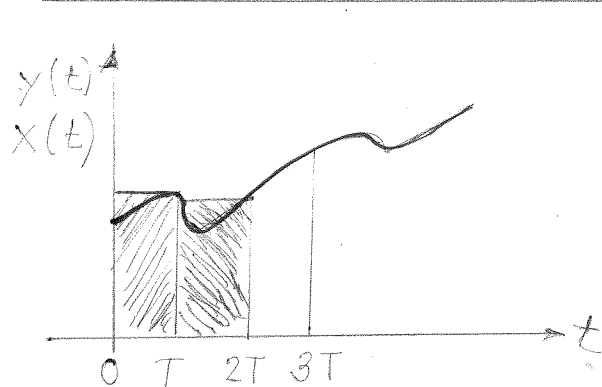
$$y(KT) - y((k-1)T) = -a \int_{(k-1)T}^{KT} y(t) dt + a \int_{(k-1)T}^{KT} x(t) dt$$

RESTAR

APROXIMAR
ÁREAS

SU INTEGRACIÓN NUMÉRICA DA LUZAR
A DIFERENTES MÉTODOS

• BACKWARD DIFFERENCE METHOD (DIFERENCIAS DE ATRÁS)



$$\int_{(k-1)T}^{kT} y(t) dt \approx y(kT) \cdot T$$

$$\int_{(k-1)T}^{kT} x(t) dt = x(kT) \cdot T$$

$$y(kT) - y((k-1)T) = -a y(kT) \cdot T + a x(kT) \cdot T$$

$$Y(z) - z^{-1} Y(z) = -a \cdot T \cdot Y(z) + a \cdot T \cdot X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a \cdot T}{1 - z^{-1} + a \cdot T} = \frac{a}{\frac{1 - z^{-1}}{T} + a}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a}{s + a} \quad ; \quad \text{SI } s = \frac{1 - z^{-1}}{T} \quad \text{TRANSFORMACIÓN DEL PLANO S AL PLANO Z}$$

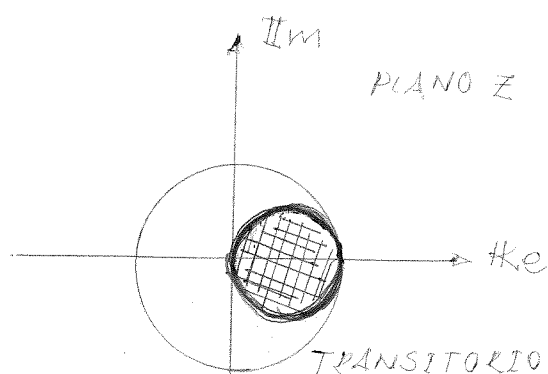
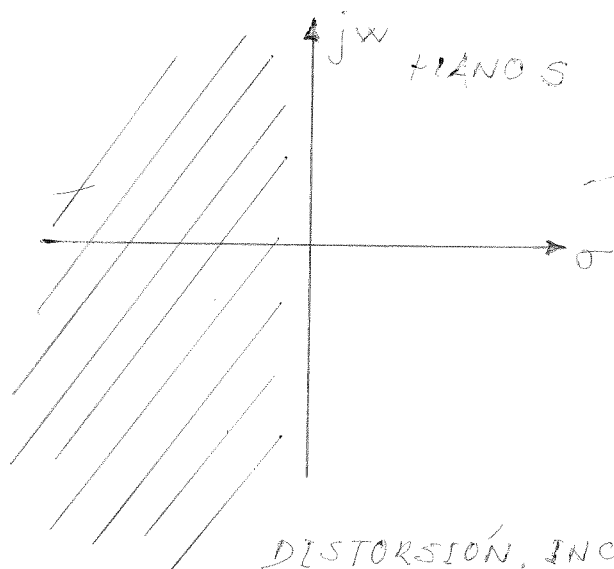
PARA PRESERVAR LA ESTABILIDAD, $\text{Re}(s) < 0$, ESTO ES,

$$\text{Re}\left(\frac{1 - z^{-1}}{T}\right) = \text{Re}\left(\frac{z - 1}{zT}\right) < 0$$

SI T ES POSITIVO Y Z PUEDE ESCRIBIRSE COMO $z = \sigma + j\omega$,

$$\text{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{\sigma + j\omega}\right) < 0, \quad \text{Re}\left(\frac{\sigma^2 - \sigma + \omega^2 + j\omega}{\sigma^2 + \omega^2}\right) < 0$$

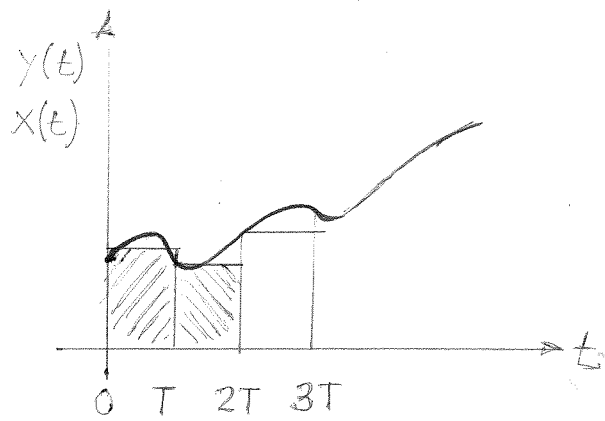
$$\frac{\sigma^2 - \sigma + \omega^2}{\sigma^2 + \omega^2} < 0 \rightarrow \left(\sigma - \frac{1}{2}\right)^2 + \omega^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$$



TRANSITORIO Y
RESPUESTA EN FRE-
CUENCIA DISTORSIONA-
DOS (PARA REDUCIR LA

DISTORSIÓN, INCREMENTAR ω_s O
REDUCIR T)

• FORWARD DIFFERENCE METHOD (DIFERENCIAS DE ADELANTO)



$$\int_{(k-1)T}^{kT} y(t) dt = y((k-1)T) \cdot T$$

$$\int_{(k-1)T}^{kT} x(t) dt = x((k-1)T) \cdot T$$

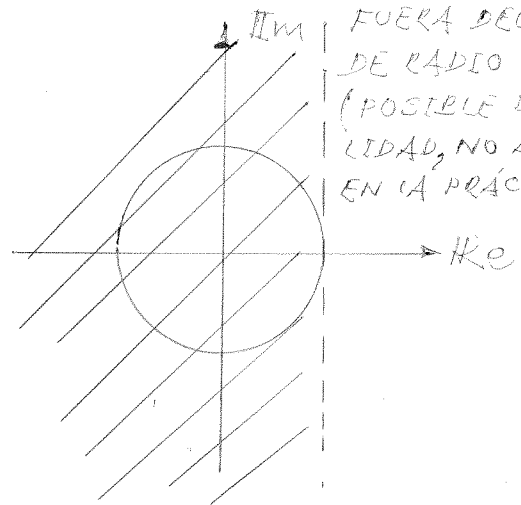
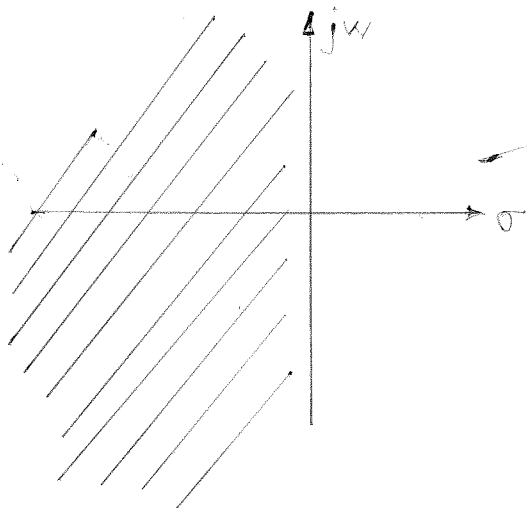
$$y(kT) - y((k-1)T) = -a y((k-1)T) \cdot T + a x((k-1)T) \cdot T$$

$$Y(z) - z^{-1} Y(z) = -a \cdot z^{-1} Y(z) \cdot T + a \cdot z^{-1} X(z) \cdot T$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{aT \cdot z^{-1}}{1 - (1 - aT)z^{-1}} = \frac{a}{\frac{1 - z^{-1}}{Tz^{-1}} + a}; \quad s = \frac{1 - z^{-1}}{Tz^{-1}}$$

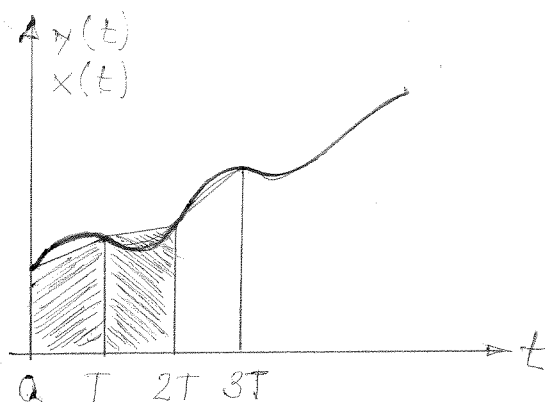
PARA PRESERVAR LA ESTABILIDAD, $\text{Re}(s) < 0$, ESTO ES,

$$\text{Re}\left(\frac{1 - z^{-1}}{Tz^{-1}}\right) = \text{Re}\left(\frac{z - 1}{T}\right) < 0; \quad |z| < 1$$



ADMITE POLOS FUERA DEL CÍRCULO DE RADIO UNIDAD (POSIBLE INESTABILIDAD, NO ACEPTABLE EN LA PRÁCTICA)

• BILINEAR TRANSFORMATION METHOD (TRAPEZOIDAL INTEGRATION METHOD O TUSTIN TRANSFORMATION METHOD)



$$\int_{(k-1)T}^{kT} y(t) dt = \frac{1}{2} [y(kT) + y((k-1)T)] T$$

$$\int_{(k-1)T}^{kT} x(t) dt = \frac{1}{2} [x(kT) + x((k-1)T)] T$$

$$y(kT) - y((k-1)T) = -\frac{aT}{2} [y(kT) + y((k-1)T)] + \frac{aT}{2} [x(kT) + x((k-1)T)]$$

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) = -\frac{aT}{2} Y(z) - \frac{aT}{2} z^{-1}Y(z) + \frac{aT}{2} X(z) + \frac{aT}{2} z^{-1}X(z)$$

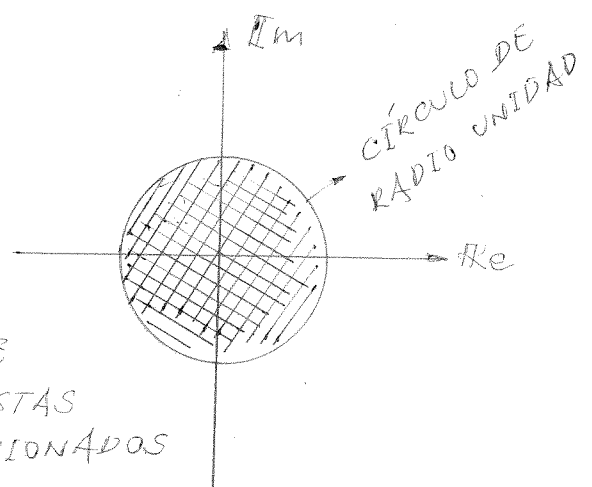
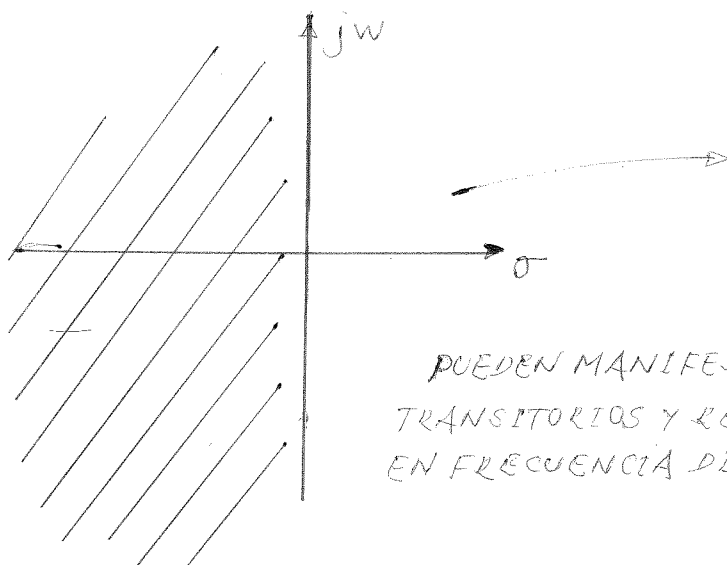
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\frac{aT}{2}(1+z^{-1})}{(1-z^{-1}) + \frac{aT}{2}(1+z^{-1})} = \frac{a}{\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + a} \quad \therefore s = \frac{2}{T} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}$$

PARA PRESERVAR LA ESTABILIDAD, $\text{Re}(s) < 0$, ESTO ES,

$$\text{Re}\left(\frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) = \text{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) < 0 ; \text{ SI } z = \sigma + j\omega$$

$$\text{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{\sigma + j\omega + 1}\right) = \text{Re}\left(\frac{\sigma^2 - 1 + \omega^2 + j2\omega}{(\sigma+1)^2 + \omega^2}\right) < 0$$

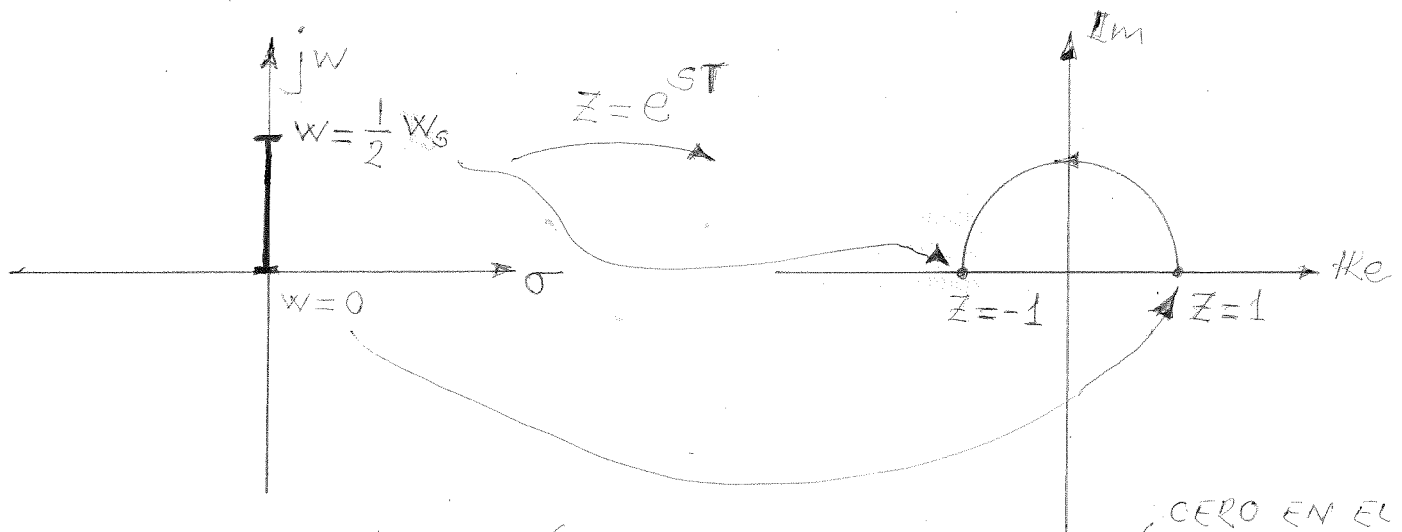
$$\sigma^2 - 1 + \omega^2 < 0 \rightarrow \sigma^2 + \omega^2 < 1$$



PUEDEN MANIFESTARSE TRANSITORIOS Y RESPUESTAS EN FRECUENCIA DISTORSIONADOS

• MATCHED POLE-ZERO MAPPING METHOD (MÉTODO DE IGUALACIÓN POLO-CERO O MPZ)

$G(s)$ SE FACTORIZA, APLICÁNDOSE LA RELACIÓN $z = e^{sT}$ A TODOS LOS POLOS Y CEROS FINITOS



CUANDO $\omega \rightarrow \infty$, LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA $\rightarrow 0$ (ES UN CERO EN LA FRECUENCIA NO ES ∞ , SINO $\frac{\omega_s}{2}$, PRESERVÁNDOSE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA. CERO EN EL ∞ , ES UN CERO EN $z = -1$)

- SE AÑADEN TÉRMINOS DEL TIPO $z+1$ EN EL NUMERADOR DE LA FUNCIÓN, TANTOS COMO CEROS EN EL INFINITO.
- PARA FILTROS PASO BAJA, $\lim_{z \rightarrow 1} G(z) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$
- PARA FILTROS PASO ALTO, $\lim_{z \rightarrow -1} G(z) = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s)$

DISEÑO DISCRETO DIRECTO

• REGULADOR P: $u(k) = K_p \cdot e(k)$; $G_R(z) = K_p$

• REGULADOR PD: $u(t) = K_p \left[e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] = P + D$

$$u(k) = K_p \left[e(k) + T_D \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right]$$

APROXIMACIÓN DE LA DERIVADA POR EL MÉTODO DE EULER, ESTO ES,

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

$$\begin{aligned} U(z) &= K_p \left[E(z) + \frac{T_D}{T} E(z) - \frac{T_D}{T} z^{-1} E(z) \right] \\ &= K_p \left[1 + \frac{T_D}{T} (1 - z^{-1}) \right] E(z) \end{aligned}$$

$$G_R(z) = K_p \left[1 + \frac{T_D}{T} (1 - z^{-1}) \right] = K_p \cdot \frac{\left(\frac{T+T_D}{T} \right) z - \frac{T_D}{T}}{z} =$$

$$= K_p \cdot \left(\frac{T+T_D}{T} \right) \frac{z - \frac{T_D}{T+T_D}}{z} = K_{RD} \cdot \frac{z - c}{z}; \quad c < 1$$

• REGULADOR PI: $u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d(\tau) \right] = P + I$

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) \right]$$

APROXIMACIÓN A LA INTEGRAL POR SUMATORIO (REGLA DE SIMPSON), ESTO ES,

$$\int_0^{KT} e(t) dt = \sum_{i=0}^{(k-1)T} T \cdot e(i) = \sum_{i=0}^k T \cdot e(i)$$

$$U(z) = K_p \left[E(z) + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{z}{z-1} \cdot E(z) \right]$$

$$= K_p \left[1 + \frac{T}{T_i} \cdot \frac{z}{z-1} \right] \cdot E(z)$$

$$G_R(z) = K_p \cdot \frac{(T+T_i)z - T_i}{T_i(z-1)} = K_p \cdot (1+T_i) \cdot \frac{z - \frac{T_i}{T+T_i}}{T_i(z-1)}$$

$$= K_{RI} \cdot \frac{z - c}{T_i(z-1)}; \quad c < 1$$

• REGULADOR PID

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \right]$$

DEPENDIENDO DE CÓMO SE RESUELVAN EL TÉRMINO INTEGRAL, APARECEN DOS TÉCNICAS PARA IMPLEMENTAR EL CONTROLADOR PID DIGITAL:

• APROXIMACIÓN RECTANGULAR

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) + T_D \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right]$$

↗
ALGORITMO POSICIONAL

LA APROXIMACIÓN DE LA DERIVADA (MÉTODO DE EULER), COMO UNA DIFERENCIA EN ADELANTO, $\frac{de(t)}{dt} = \frac{e(k+1) - e(k)}{T}$, O COMO UNA DIFERENCIA EN ATRASO, $\frac{de(t)}{dt} = \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$, TIENE VALIDEZ SIEMPRE QUE T SEA SUFICIENTEMENTE PEQUEÑO.

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-2)$$

$$u(k-2) = k_p \left[e(k-2) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) + T_d \cdot \frac{e(k-1) - e(k-2)}{T} \right]$$

$$u(k) = k_p \left[e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) + T_d \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right]$$

$$u(k) = k_p \cdot e(k) + k_i T \sum_{i=0}^k e(i) + k_d \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

$$u(k-2) = k_p \cdot e(k-2) + k_i T \sum_{i=0}^{k-2} e(i) + k_d \cdot \frac{e(k-1) - e(k-2)}{T}$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-2)$$

$$= k_p \cdot e(k) - k_p e(k-2) + k_i T \cdot e(k) + k_i T e(k-1)$$

$$+ \frac{k_d}{T} \cdot e(k) - \frac{2k_d}{T} e(k-1) + \frac{k_d}{T} e(k-2)$$

$$= \left(k_p + k_i T + \frac{k_d}{T} \right) e(k) + \left(k_i T - \frac{2k_d}{T} \right) e(k-1)$$

$$+ \underbrace{\left(\frac{k_d}{T} - k_p \right)}_{k_3} e(k-2)$$

$$u(k) - u(k-2) = k_1 \cdot e(k) + k_2 \cdot e(k-1) + k_3 e(k-2)$$

• APROXIMACIÓN TRAPEZOIDAL

$$\text{ÁREA DEL TRAPEZOIDO: } \frac{T}{2} [e(k) + e(k-1)]$$

$$\frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt = k_i \sum \text{TRAPEZOIDES}$$

$$u(k) = u(k-1) + k_i \cdot \frac{T}{2} [e(k) + e(k-1)]$$

$$U(z) = z^{-1} U(z) + k_i \cdot \frac{T}{2} (1 + z^{-1}) E(z)$$

$$D_i(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = k_i \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})}$$

$$u(k) = k_p \cdot e(k) + k_i \cdot T \sum_i e(i) + \frac{k_d}{T} [e(k) - e(k-1)]$$

$$U(z) = k_p \cdot E(z) + k_i \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})} E(z) + \frac{k_d}{T} (1 - z^{-1}) E(z)$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = k_p + k_i \cdot \frac{T}{2} \cdot \frac{(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})} + \frac{k_d}{T} (1 - z^{-1})$$

$$= \frac{(2Tk_p + k_i T^2 + 2k_d) + (k_i T^2 - 2k_p T - 4k_d) z^{-1} + 2k_d z^{-2}}{2T(1 - z^{-1})}$$

$$G_{PID}(z) = \frac{k_1 + k_2 z^{-1} + k_3 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad k_1 = k_p + \frac{k_i T}{2} + \frac{k_d}{T}$$

$$k_2 = \frac{k_i T}{2} - k_p - \frac{2k_d}{T}$$

$$k_3 = \frac{k_d}{T}$$

$$U(z) = G_{PID}(z) E(z)$$

$$U(z)(1 - z^{-1}) = (k_1 + k_2 z^{-1} + k_3 z^{-2}) E(z)$$

$$u(k) = u(k-1) + k_1 e(k) + k_2 e(k-1) + k_3 e(k-2)$$

AJUSTE DE LOS PARÁMETROS DE UN CONTROLADOR PID

• MÉTODO DEL MARGEN DE FASE

INCREMENTA LA ESTABILIDAD DE LA PLANTA, Y SU ACCIÓN ANTICIPATIVA REDUCE EL SOBREPULSO

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int e(t) dt + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

MINIMIZA EL ERROR

REDUCE EL ERROR A CERO EN RÉGIMEN PERMANENTE.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_D \cdot s \right)$$

EN $s = j\omega$,

$$G_c(j\omega) = K_p \left(1 + j \left(\omega T_D - \frac{1}{\omega T_i} \right) \right)$$

PARA QUE EL SISTEMA TENGA UN DETERMINADO MF A UNA FRECUENCIA ω_1 EN PARTICULAR, DEBE VERIFICARSE QUE:

$$G_c(j\omega_1) G(j\omega_1) = 1 \cdot e^{-j(180^\circ - MF)}$$

$$\left| G_c(j\omega_1) \right| = \frac{1}{\left| G(j\omega_1) \right|} ; \angle G_c(j\omega_1) = -180^\circ + MF - \angle G(j\omega_1) = \theta_c(\omega_1)$$

$$K_p = \left| G_c(j\omega_1) \right| \cos \theta_c(\omega_1) = \frac{1}{\left| G(j\omega_1) \right|} \cdot \cos \theta_c(\omega_1)$$

$$K_p \left(\omega_1 T_D - \frac{1}{\omega_1 T_i} \right) = \frac{1}{\left| G(j\omega_1) \right|} \cdot \sin \theta_c(\omega_1)$$

DOS ECUACIONES PARA 3 INCÓGNITAS, K_p, T_D y T_i , ASÍ QUE SE DISPONE DE UN GRADO DE LIBERTAD.

FIJANDO K_p , AUMENTAR T_D INCREMENTA EL ANCHO DE BANDA DEL SISTEMA; REDUCIR T_i DISMINUYE EL ERROR EN RÉGIMEN PERMANENTE. SIEMPRE QUE SE SATISFAGAN LAS ECUACIONES, VARIACIONES DE T_D Y T_i IMPLICAN VARIAR EL MG, SIN MODIFICAR EL MF.

LA INFORMACIÓN NECESARIA SOBRE $G(j\omega)$ PUEDE REDUCIRSE AL MÍNIMO SI SE OPERA A UNA ω_c PARA LA QUE $\angle G(j\omega_c) = -180^\circ$

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \cdot \cos(MF); \quad K_p \left(\omega_c T_D - \frac{1}{\omega_c T_i} \right) = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \cdot \sin(MF)$$

SI $T_i = \alpha T_D$, $\alpha \geq 4$,

$$\omega_c T_D - \frac{1}{\omega_c \alpha T_D} = \tan(MF) \Rightarrow \alpha T_D^2 \omega_c^2 - \alpha T_D \tan(MF) \omega_c - 1 = 0$$

$$\omega_c = \frac{\tan(MF)}{2T_D} \pm \frac{\sqrt{\tan^2(MF) + 4/\alpha}}{2T_D}; \quad \text{DE ESTA ECUACIÓN SE LLEVA A cabo } T_D, \text{ UNA VEZ CONOCI-}$$

DA ω_c , QUE SE CALCULA MIDIENDO LA GANANCIA CRÍTICA QUE LLEVA AL PROCESO A LA INESTABILIDAD Y, POR CONSIGUIENTE, LA ω_c PRESENTE EN DICHA SITUACIÓN (2.º MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS)

MÉTODO DE UBICACIÓN DE POLOS Y CEROS

PARA SU APLICACIÓN SE REQUIERE UN CONOCIMIENTO A PRIORI DEL SISTEMA A CONTROLAR, LO QUE LIMITA SU RANGO DE APLICACIÓN.

SE ESTABLECE A PRIORI LA ZONA DE S DONDE UBICAR LAS RAÍCES DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO, DETERMINÁNDOSE LOS PARÁMETROS DEL COMPENSADOR EN CONSECUENCIA (RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN CARACTERÍSTICA).

MÉTODO DE DISEÑO ANALÍTICO

SE BUSCA UNA RESPUESTA EN LAZO CERRADO CON t_s MÍNIMO, CON UN ERROR EN RÉGIMEN PERMANENTE NULO Y SIN OSCILACIONES EN RÉGIMEN PERMANENTE ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN, RAMPA O ACELERACIÓN.

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G_D(z) \cdot G(z)}{1 + G_D(z) G(z)} = F(z) = \frac{a_0 z^N + a_1 z^{N-1} + \dots + a_N}{z^N}, \text{ CON } N \geq n,$$

SIENDO n EL ORDEN DEL SISTEMA.

$\rightarrow$ TODOS LOS POLOS EN EL ORIGEN (MUY SENSIBLE A VARIACIONES DE LOS PARÁMETROS). SIEMPRE ESTABLE.

PARA QUE EL SISTEMA TENGA UN t_s MÍNIMO, FINITO, CON ERROR NULO EN RÉGIMEN PERMANENTE, $F(z)$ DEBE PRESENTAR UNA RESPUESTA FINITA AL IMPULSO, ESTO ES, (FIR)

$$F(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N} \quad \begin{matrix} \text{NÚMERO FINITO DE} \\ \text{TÉRMINOS} \end{matrix}$$

NO DEBE CONTENER TÉRMINOS CON POTENCIAS POSITIVAS EN z , YA QUE IMPLICARÍA QUE LA SALIDA ANTECEDE A LA ENTRADA (IRREALIZABLE FÍSICAMENTE)

$$G_D(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - F(z))}$$

PARA QUE $G_D(z)$ SEA FÍSICAMENTE REALIZABLE, DEBEN CUMPLIRSE Ciertas CONDICIONES:

- 1.- EL GRADO DEL NUMERADOR DE $G_D(z)$ $\leq$ GRADO DEL DENOMINADOR. DE OTRO MODO, EL SISTEMA REQUERIRÍA DE FUTURAS ENTRADAS DE DATOS PARA PRODUCIR LA SALIDA ACTUAL.
- 2.- SI LA PLANTA $G_p(s)$ INCLUYE UN RETARDO DE TRANSPORTE e^{-Ls} , EL SISTEMA EN LAZO CERRADO DEBE TENER, AL MENOS, IDÉNTICO RETARDO. EN CASO CONTRARIO EL SISTEMA HA DE RESPONDER ANTES DE QUE APAREZCA UNA ENTRADA, LO QUE ES FÍSICAMENTE IMPOSIBLE.
- 3.- EL TÉRMINO DE MENOR ORDEN DE $F(z)$ EN z^{-1} DEBE SER, AL MENOS, DEL MISMO ORDEN QUE EL MENOR TÉRMINO EN $G(z)$ [SI $G(z)$ COMIENZA CON z^{-1} , EL PRIMER TÉRMINO DE $F(z)$ DEBE SER 0, ESTO ES, $a_0 = 0$]. DE ESTA FORMA, EL SISTEMA NO PUEDE RESPONDER INSTANTÁNEAMENTE A UNA SEÑAL DE CONTROL FINITA.

CONDICIONES DE ESTABILIDAD

EL CONTROLADOR NO DEBE CANCELAR POLOS INESTABLES DE LA PLANTA, DADO QUE DESVIACIONES EN LA CANCELACIÓN, CON EL TIEMPO, CONDUCE A UN SISTEMA INESTABLE. IGUALMENTE, NO DEBERÍAN EMPLEARSE POLOS INESTABLES DEL CONTROLADOR PARA CANCELAR CEROS DE LA PLANTA SITUADOS FUERA DEL CÍRCULO UNIDAD.

- 1.- DADO QUE $G_D(z)$ NO DEBERÍA CANCELAR POLOS INESTABLES O CRÍTICAMENTE ESTABLES DE $G(z)$, TODOS LOS POLOS INESTABLES O CRÍTICAMENTE ESTABLES DE $G(z)$ DEBEN INCLUIRSE EN $1-F(z)$ COMO CEROS.
- 2.- LOS CEROS DE $G(z)$ QUE CAEN DENTRO DEL CÍRCULO DE RADIO UNIDAD PODRÍAN SER CANCELADOS POR $G_D(z)$. SIN EMBARGO, LOS CEROS DE $G(z)$ QUE CAEN EN O FUERA DEL CÍRCULO DE RADIO UNIDAD NO DEBEN SER CANCELADOS CON POLOS DE $G_D(z)$. POR TANTO, TODOS LOS CEROS DE $G(z)$ QUE CAEN EN O FUERA DEL CÍRCULO DE RADIO UNIDAD DEBEN INCLUIRSE COMO CEROS EN $F(z)$.

DISEÑO DEL CONTROLADOR

$$E(z) = R(z) - C(z) = R(z) - R(z)F(z) = R(z)(1-F(z))$$

ESCALÓN UNIDAD

$$r(t) = 1(t) \rightarrow R(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} ; p(z) = 1, q = 0$$

RAMPA UNIDAD

$$r(t) = t \cdot 1(t) \rightarrow R(z) = \frac{T z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} ; p(z) = T z^{-1}, q = 1$$

ACELERACIÓN UNIDAD

$$r(t) = \frac{1}{2} t^2 1(t) \rightarrow R(z) = \frac{T^2 z^{-1} (1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})^3} ; p(z) = \frac{1}{2} T^2 z^{-1} (1+z^{-1}), q = 2$$

$$K(z) = \frac{p(z)}{(1-z^{-1})^{q+1}}$$

$$E(z) = \frac{p(z)}{(1-z^{-1})^{q+1}} \cdot (1-F(z))$$

PARA ASEGURAR QUE EL SISTEMA ALCANZA EL RÉGIMEN PERMANENTE EN UN NÚMERO FINITO DE PERÍODOS DE MUESTREO Y MANTIENE UN ERROR EN RÉGIMEN PERMANENTE IGUAL A 0, $E(z)$ DEBE SER UN POLINOMIO EN z^{-1} CON UN NÚMERO FINITO DE TÉRMINOS.

$$1 - F(z) = (1 - z^{-1})^{q+1} \cdot N(z); \quad E(z) = P(z)N(z),$$

DONDE $N(z)$ ES UN POLINOMIO EN z^{-1} CON UN NÚMERO FINITO DE TÉRMINOS, LO QUE SIGNIFICA QUE LA SEÑAL DE ERROR SE HACE CERO EN UN NÚMERO FINITO DE PERÍODOS DE MUESTREO.

SI $F(z)$ SATISFACE LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD Y LAS PROPIEDADES QUE CAPACITAN LA REALIZACIÓN FÍSICA,

$$G_D(z) = \frac{F(z)}{G(z)(1 - F(z))} = \frac{F(z)}{G(z)(1 - z^{-1})^{q+1}N(z)}$$

PARA UNA PLANTA $G_p(s)$ ESTABLE, LAS CONDICIONES QUE IMPIDEN LA APARICIÓN DE OSCILACIONES EN LA SALIDA, UNA VEZ ALCANZADO EL RÉGIMEN PERMANENTE,

$c(t \gg nT) = \text{CONSTANTE}$, PARA UNA ENTRADA ESCALÓN

$\dot{c}(t \gg nT) = \text{CONSTANTE}$, PARA UNA ENTRADA RAMPA

$\ddot{c}(t \gg nT) = \text{CONSTANTE}$, PARA UNA ENTRADA ACELERACIÓN

$c(t)$, $\dot{c}(t)$ y $\ddot{c}(t)$ SE INTERPRETAN EN TÉRMINOS DE $u(t)$. PARA QUE NO SE MANIFIESTEN OSCILACIONES EN LA SALIDA $c(t)$, LA SEÑAL $u(t)$ EN RÉGIMEN PERMANENTE HA DE SER CONSTANTE O MONÓTONAMENTE CRECIENTE/DECRECIENTE.