

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

**IMPORTANTE**

- ⌚ Duración del examen: **90 minutos**
- 📄 No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen
- 📄 No se permite ningún tipo de documentación
- 📄 Las respuestas se entregarán en hojas de examen
- 📄 Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

1. (40 puntos) Sea el sistema de control digital mostrado en la figura 1.

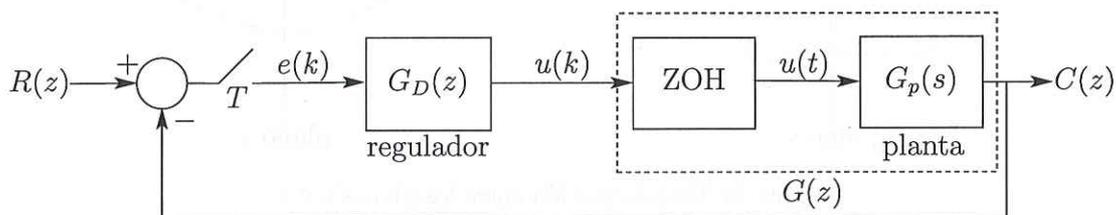


Figura 1: Sistema de control digital considerado.

Determine la secuencia de valores de  $u(k)$ , de forma que, una vez incorporado el controlador  $G_D(z)$ , la respuesta en lazo cerrado del sistema presente un tiempo de establecimiento mínimo, con un error en régimen permanente nulo y sin oscilaciones en régimen permanente ante una entrada rampa unidad. Se asume un período de muestreo  $T$  de 1 s y la función de transferencia de la planta obedece a

$$G(z) = \frac{z + 1/4}{(z - 1)(z - 1/2)}$$

2. (40 puntos) Sea el sistema de control mostrado en la figura 2.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Determine el rango de valores que debería adoptar  $K$  para que las raíces en lazo cerrado sean reales cuando se procede a «discretizar» el sistema mediante el método de diferencias de adelanto (*forward difference method*).

3. (20 puntos) Sea la transformación entre los planos  $s$  y  $z$  reflejada en la figura 3.

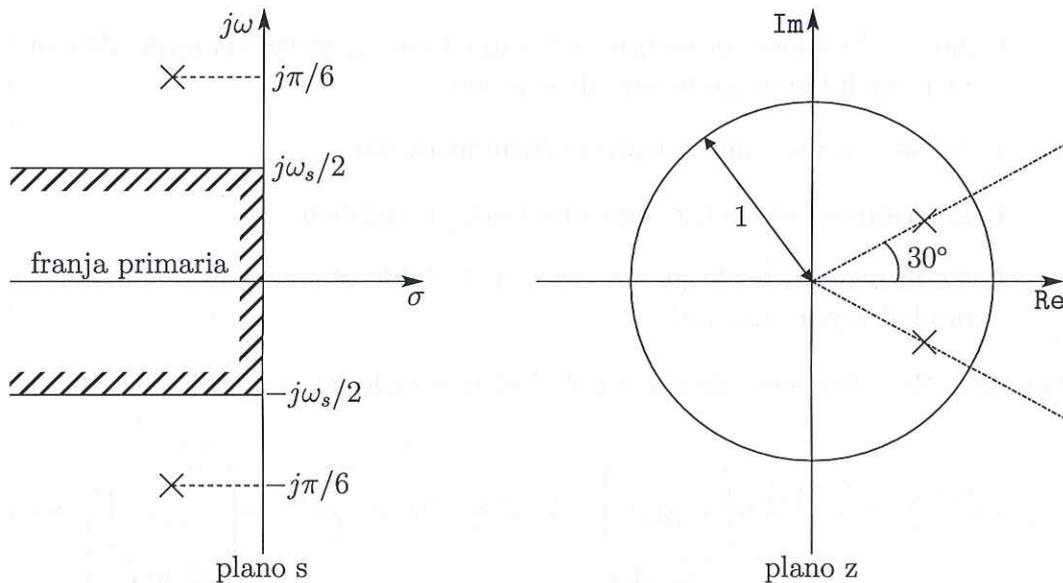


Figura 3: Transformación entre los planos  $s$  y  $z$ .

Determine el período de muestreo  $T$  que se emplea en el esquema de la figura 3, sabiendo que el sistema presenta como raíces dominantes las marcadas con el símbolo  $\times$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

①

$$G(z) = \frac{z + 0,25}{z^2 - 1,5z + 0,5} = \frac{z^{-1} + 0,25z^{-2}}{1 - 1,5z^{-1} + 0,5z^{-2}} = z^{-1} + \dots$$

$$F(z) = \overset{0}{a_0} + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$$

$$U(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \underset{\parallel}{b} (z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + \dots)$$

$$\begin{aligned} U(z) &= \frac{C(z)}{G(z)} = \frac{C(z)}{R(z)} \cdot \frac{R(z)}{G(z)} = F(z) \cdot \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} \cdot \frac{1 - 1,5z^{-1} + 0,5z^{-2}}{z^{-1} + 0,25z^{-2}} \\ &= F(z) \cdot \frac{\cancel{z^{-1}} \cdot (1 - z^{-1})(1 - 0,5z^{-1})}{(1 - z^{-1})^2 \cdot \cancel{z^{-1}} (1 + 0,25z^{-1})} \\ &= F(z) \cdot \frac{1 - 0,5z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 + 0,25z^{-1})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(z) &= b_0 + b_1 z^{-1} + z^{-2} (1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots) \\ &= b_0 + b_1 z^{-1} + z^{-2} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ &= \underline{b_0 + (b_1 - b_0)z^{-1} + (1 - b_1)z^{-2}} \end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

②

ECUACIÓN CARACTERÍSTICA:  $S^2 + S + K = 0$

DIFERENCIAS DE ADELANTO:  $S = \frac{z-1}{T}$

$$\frac{(z-1)^2}{T^2} + \frac{z-1}{T} + K = 0$$

$$z^2 + \underbrace{(T-2)}_b z + \underbrace{(1+KT^2-T)}_c = 0$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot 1}$$

PARA QUE LAS RAÍCES SEAN REALES  $b^2 - 4ac \geq 0$

$$(1-4K)T^2 - 4 \geq 0$$

$$T^2 \geq \frac{4}{1-4K}; \quad T \geq +\sqrt{\frac{4}{1-4K}}$$

$$1-4K > 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

③

$$(w_5 - w_1) \cdot T = \frac{\pi}{6} (30^\circ)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T} - w_1\right) \cdot T = \frac{\pi}{6} \quad ; \quad w_1 = \pi/6$$

$$2\pi - \pi/6 = w_1 \cdot T$$

$$\frac{11\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \cdot T \rightarrow T = 11 \text{ s}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left is positioned below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**