Retardo de transporte o tiempo muerto

Javier de Pedro Carracedo

27 de octubre de 2020

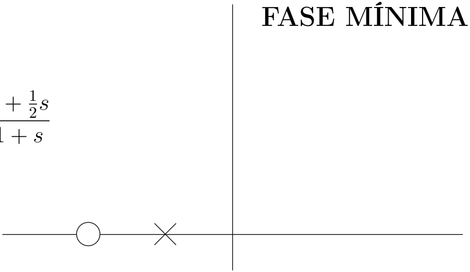
Contenidos

Sistemas de fase mínima y de fase no mínima

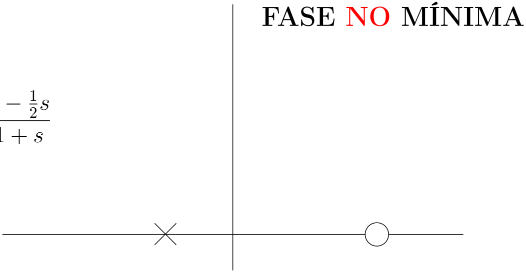
- **FASE MÍNIMA**. Los polos y ceros se sitúan en el semiplano izquierdo del plano complejo.
- **FASE NO MÍNIMA**. Sistemas con algún cero situado en el semiplano derecho o con retardos de transporte presentes.
  - A altas frecuencias presentan una fase más negativa de la que cabría esperar de acuerdo con los grados del numerador y denominador de la función de transferencia.

Ceros en el semiplano derecho

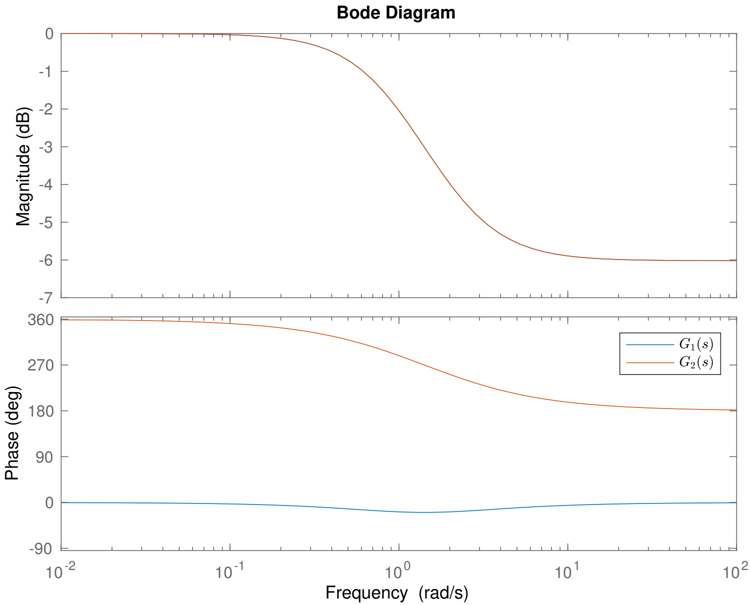
$$G_1(s) = \frac{1 + \frac{1}{2}s}{1 + s}$$



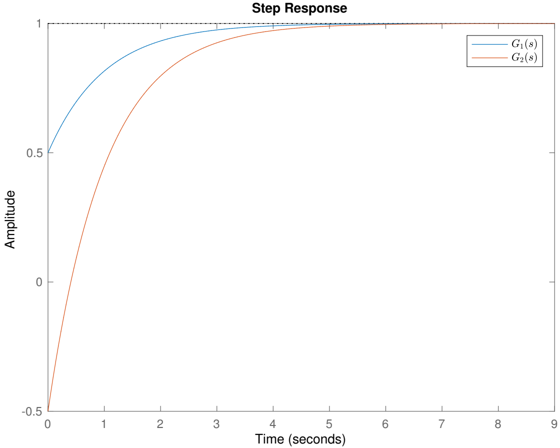
$$G_2(s) = \frac{1 - \frac{1}{2}s}{1 + s}$$



Ceros en el semiplano derecho (cont.)

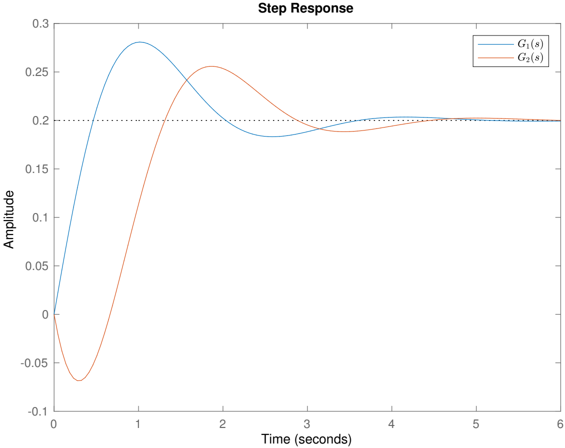


Ceros en el semiplano derecho (cont.)



$$G_1(s) = \frac{1 + \frac{1}{2}s}{1 + s}; \; G_2(s) = \frac{1 - \frac{1}{2}s}{1 + s}$$

Ceros en el semiplano derecho (cont.)



$$G_1(s) = \frac{1 + \frac{1}{2}s}{s^2 + 2s + 5};\, G_2(s) = \frac{1 - \frac{1}{2}s}{s^2 + 2s + 5}$$

Ceros en el semiplano derecho (cont.)

- Las curvas de magnitud coinciden, no así las curvas de fase.
  - Se aprecia un atraso de fase excesivo en los sistemas de fase no mínima, esto es, la velocidad de respuesta es más lenta, por lo que no deben usarse componentes de fase no mínima.

Ceros en el semiplano derecho (cont.)

¿Cómo detectar un sistema de fase mínima?

1. A altas frecuencias la pendiente de la curva de magnitud satisface, tanto en sistemas de fase mínima como de fase no mínima,

$$-20 \cdot (M - N) \text{ dB/década},$$

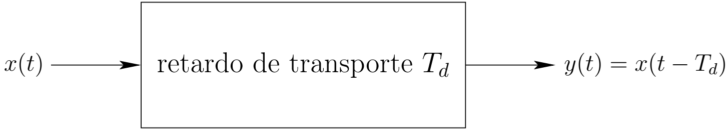
   siendo M el grado del denominador y N el grado del numerador.

2. A altas frecuencias, para un sistema de fase mínima, el ángulo de la curva de fase obedece a

$$-90^\circ \cdot (M - N) \text{ grados}.$$

   Si **no** se cumple esta regla el sistema es de **fase no mínima**.

Retardo de transporte o tiempo muerto



- Sistemas con retardo de transporte (T o T_d, con la *d* de *delay*) presentan un comportamiento de fase no mínima, esto es, introducen un atraso de fase excesivo sin atenuación (no afecta a la curva de ganancia) para valores altos de frecuencia.
- Los tiempos muertos se manifiestan habitualmente en sistemas térmicos, hidráulicos y neumáticos.

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{retardo de transporte } T_d} \longrightarrow y(t) = x(t - T_d)$$

$$Y(s) = X(s) \cdot \mathrm{e}^{-T_d s} \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \mathrm{e}^{-T_d s}$$

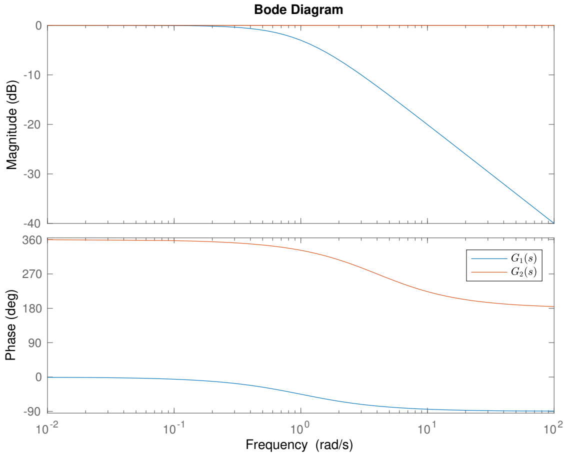
$$G(j\omega) = \mathrm{e}^{-T_d j\omega} \begin{cases} |G(j\omega)| = 1 \ (0\,\mathrm{dB}), \\ \angle G(j\omega) = -\omega T_d = -\omega T_d \dfrac{180}{\pi} \approx -57,3\omega T_d \text{ en } {}^\circ. \end{cases}$$

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)

- Mediante la **aproximación de Padé** el retardo de transporte puede aproximarse mediante una función de transferencia racional (cociente de polinomios), lo que facilita su análisis en el contexto de los sistemas de control.
- Como ejemplo de una aproximación de primer orden,
  1. $e^{-T_d s} \approxeq 1 - T_d s$.
  2. $e^{-T_d s} \approxeq \dfrac{1}{1 + T_d s}$.

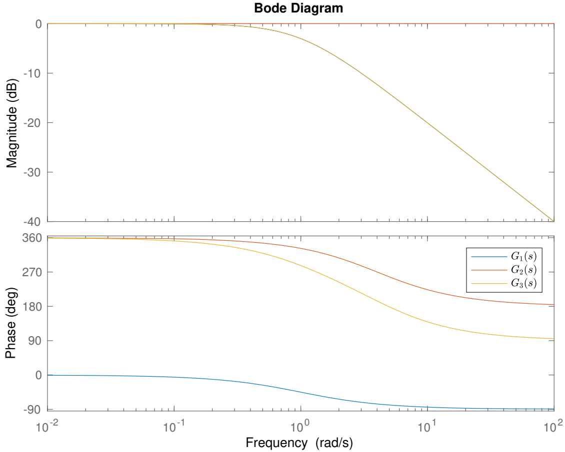
  $\rightarrow$ $e^{-T_d s} \approxeq \dfrac{2 - T_d s}{2 + T_d s}$.

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)



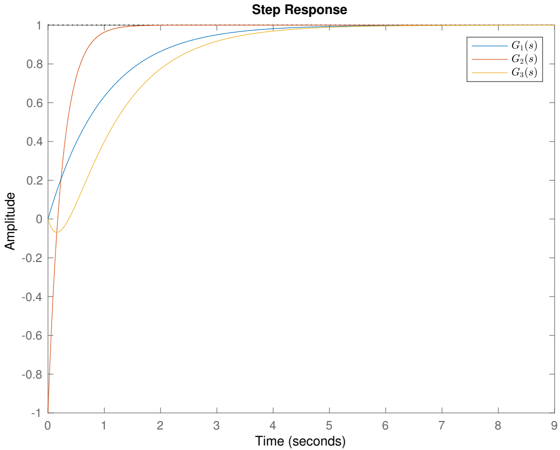
$$G_1(s) = \frac{1}{1+s};\, G_2(s) = e^{-\frac{1}{2}s}$$

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)



$$G_1(s) = \frac{1}{1+s};\ G_2(s) = e^{-\frac{1}{2}s};\ G_3(s) = \frac{e^{-\frac{1}{2}s}}{1+s}$$

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)



$$G_1(s) = \frac{1}{1+s};\ G_2(s) = e^{-\frac{1}{2}s};\ G_3(s) = \frac{e^{-\frac{1}{2}s}}{1+s}$$

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)

$\boxed{\text{ejemplo de una planta térmica}}$

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{5}{(1+100s)(1+20s)}, \\
H(s) &= \mathrm{e}^{-T_d s}.
\end{aligned}
$$

- Los retardos de transporte disminuyen la estabilidad relativa del sistema, tanto más conforme aumenta T_d.
- Los retardos de transporte obligan a reducir la ganancia para evitar oscilaciones en la respuesta temporal.

Retardo de transporte o tiempo muerto (cont.)