

Tema 2: FUNCIONES DE VARIABLE REAL

1. Hállese el dominio de las funciones

$$f(x) = \frac{2x}{4(x-1) - x^2}, \quad g(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}, \quad h(x) = \sqrt{|x+5| - |x-7|}.$$

2. Determinése el dominio de las funciones

$$f(x) = \log_2(\log_{1/2} x), \quad g(x) = \sqrt{\operatorname{sen}(x) - \cos(x)}, \quad h(x) = \operatorname{arcsen}\left(\ln \frac{x+3}{7}\right).$$

3. Representa las funciones $y = \ln x$ e $y = e^x$ y a partir de ellas representa la gráfica de estas otras funciones

$$f(x) = \ln(x+3), \quad g(x) = 6 + \ln x, \quad h(x) = 1 - \ln x, \quad F(x) = -e^{x+2} + 3$$

4. Basandote en las gráficas de $y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$ e $y = \tan x$ representa

i) $y = \operatorname{sen}(3x)$, ii) $y = 3 \cdot \operatorname{sen} x$, iii) $y = \cos(x + \pi)$, iv) $y = 1 + \cos x$,

v) $y = \frac{1}{2} \cos(x - \pi) - 6$, vi) $y = \tan(x/4) + 2$

5. A partir de la hipérbola $y = 1/x$ representa

i) $y = \frac{6}{x-2}$, ii) $y = \frac{x}{x+1}$, iii) $y = \frac{-2}{4x+3}$, iv) $y = \frac{1-x}{x}$

6. Dadas las funciones

$$f(x) = 2x^3 - \frac{3}{x^2}, \quad g(x) = \frac{2+x^2}{x^3-3},$$

calcúlese $g - f$ y $g \cdot f$.

7. Se consideran las funciones

$$g(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x < 0, \\ 1-x^2, & \text{si } x \geq 0, \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{si } x < 2, \\ 2x, & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

Hállense $h - g$ y g/h .

8. Sea la función $f(x) = |x| + |x-1| - |2x-1|$. Se pide: representarla, determinar $f([0, 1])$ y también $f^{-1}([1/2, 1])$

9. Dadas las funciones

$$g(x) = \frac{2-x}{2x}, \quad h(x) = \frac{x}{2} - \frac{2}{x},$$

hállense las composiciones $h \circ g$, $g \circ h$ y $g \circ g$ y sus dominios.

10. Se consideran las funciones

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < 0, \\ 1-x, & \text{si } x \geq 0, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1-2x, & \text{si } x < 1, \\ 1+x, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

Determinése la función $g \circ f$.

11. Determinése si las funciones siguientes son pares o impares:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

14. Para $x \in \mathbb{R}$ denotamos por $E(x)$ o $[x]$ a la parte entera de x , es decir, el mayor entero que no supera a x . Representa las funciones $f(x) = E(x)$ y $g(x) = x - E(x)$.



15. Determínese si las siguientes funciones son inyectivas. En caso afirmativo, hállese su inversa.

$$\text{a) } f(x) = \cos 3x, \quad \text{b) } g(x) = 3x + 2.$$

16. Sea la función $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$. Di si siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta:

1. La restricción de f al intervalo $[0,1)$ es una biyección de $[0,1)$ sobre $[-1, \infty)$.
2. La restricción de f al intervalo $(1, \infty)$ admite una función inversa.
3. La ecuación $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$ tiene una única solución.
4. Para todo $a < 0$, la ecuación $f(x) = a$ admite dos soluciones diferentes.

17. Dibújese la gráfica de la función $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$.

18. Dibújese la gráfica de la función $f(x) = \max\{x^2 + x - 2, -x^2 - 3x\}$.

19. Para cada una de las funciones siguientes determina cuales están acotadas superior o inferiormente y cuales tienen máximo y/o mínimo:

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \text{ en } [0, 5] \quad g(x) = \frac{3}{x+2}, \text{ en } [-3, 2]$$

$$h(x) = x + |x|, \text{ en } [-2, 2] \quad F(x) = \frac{x}{1+|x|}, \text{ en } \mathbb{R}$$

20. La ley de Pareto para la distribución del ingreso, en dolares, en un grupo particular es

$$N = \frac{216 \cdot 10^{10}}{x^{3/2}}$$

donde N representa el número de personas cuyos ingresos exceden a x . Se pide:

- a) Cuántas personas son millonarias?
- b) Cuántas personas tienen ingresos entre 3.600 y 10.000 dolares?
- c)Cuál es el ingreso más bajo de las 80 personas que tienen ingresos mas alto?



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70