Circuitos DC: Corriente Eléctrica

Nazario Félix González
n.felix@upm.es

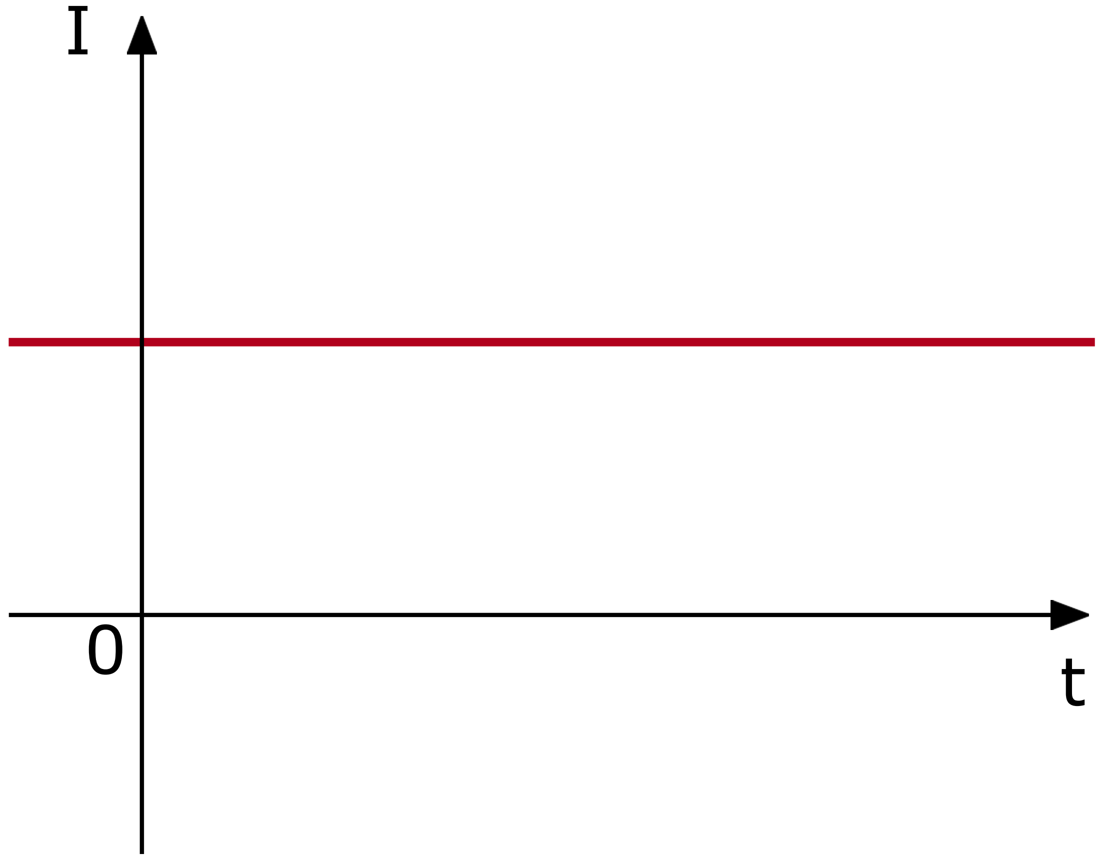
Ángel García Pedrero
angelmario.garcia@upm.es

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos
Universidad Politécnica de Madrid

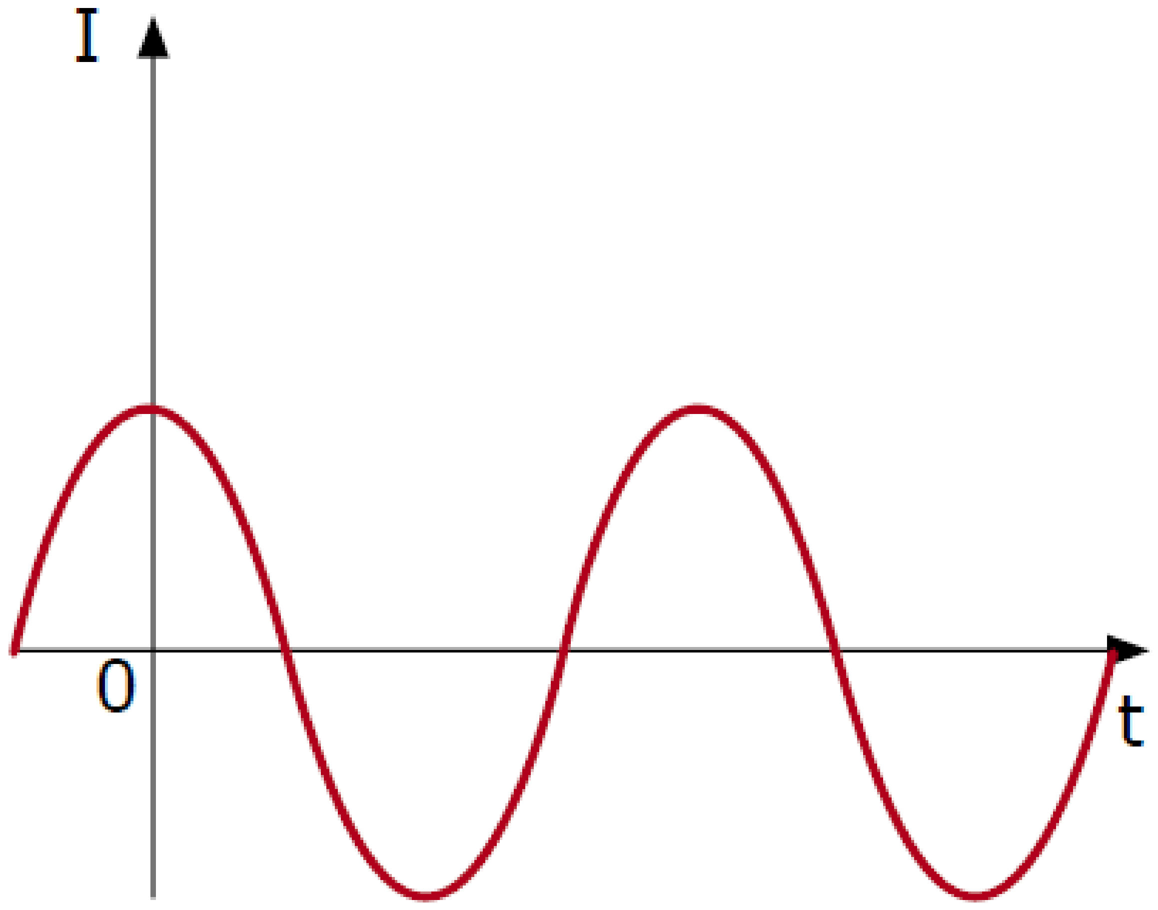
2021-2022

Corriente Eléctrica

Se define como un flujo de iones, partículas cargadas de una solución de electrolito, de un gas ionizado, o de electrones libres en un conductor. Para que este flujo se mantenga, debe existir un campo eléctrico E que lo permita.



Corriente Directa

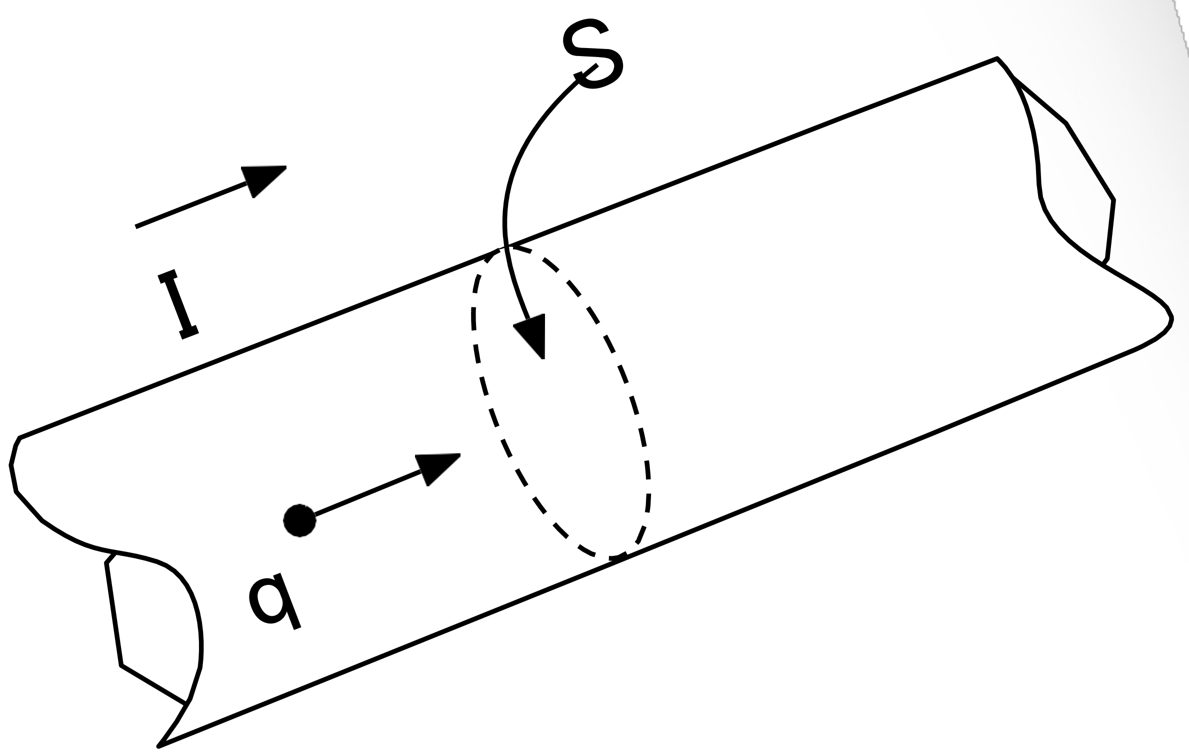


Corriente Alterna

Intensidad de corriente

Es la cantidad de carga eléctrica que pasa a través de una sección transversal del conductor (superificie) por donde fluye la carga por unidad de tiempo.

Analíticamente se expresa como : $I = \frac{dQ}{dt}$



donde Q es la carga total que pasa por la sección transversal del conductor.

Es una **magnitud escalar** pero se le asigna el movimiento, por convención, del punto de mayor a menor potencial eléctrico.

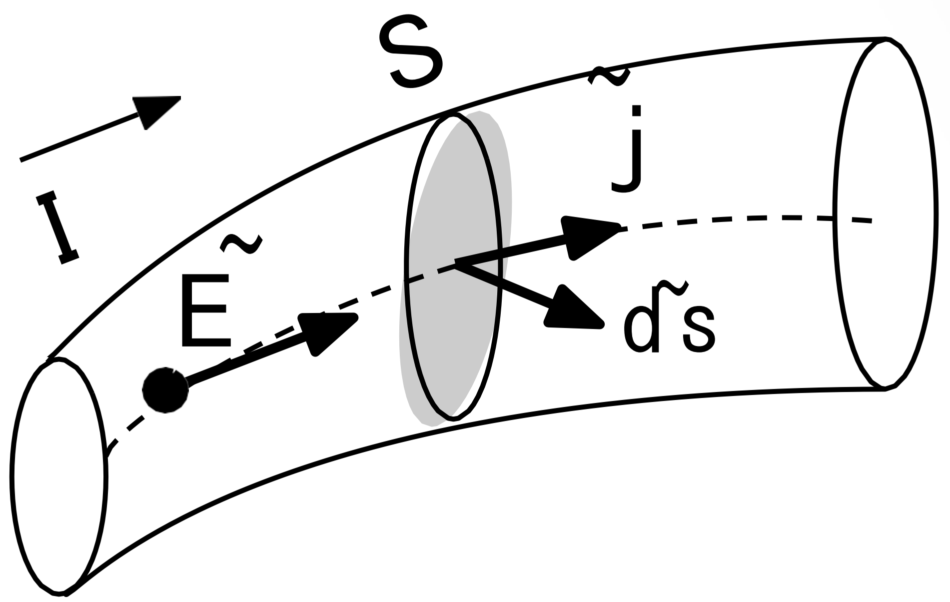
Intensidad de Corriente

Unidad de Medida: $[1A] = \left[\dfrac{1C}{1s}\right] = [1C \cdot s^{-1}] \implies$ $1\ \text{Ampere} = \dfrac{1\ \text{Coulomb}}{1\ \text{second}}$

Densidad de corriente

Se define como el vector que tiene la dirección del campo eléctrico E y cuya magnitud expresa la cantidad de cargas que atraviesan la unidad de área en la unidad de tiempo

La intensidad de la corriente que pasa por un conductor será :



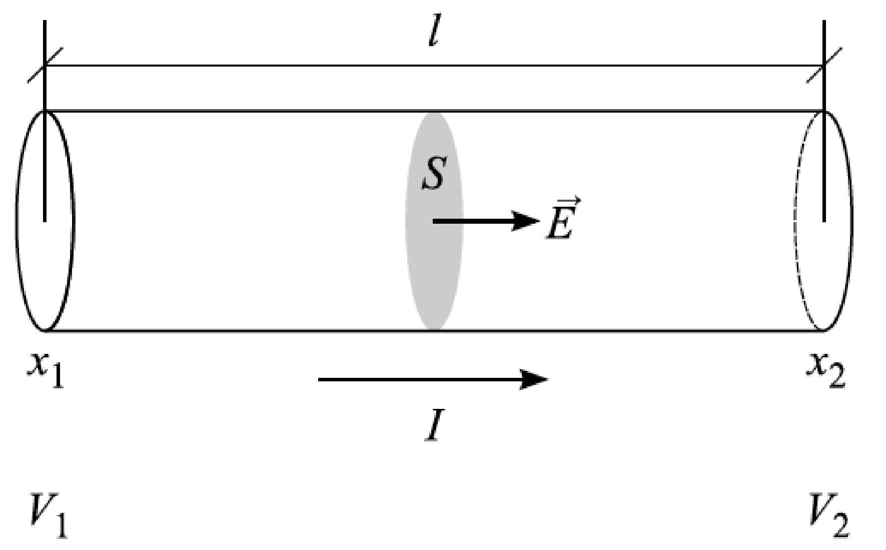
$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

donde $\vec{j}$ es el vector de densidad de corriente y S es cualquier sección del conductor. Por lo tanto, $\vec{j} \cdot ds = j\, ds\, cos\theta$, es el elemento de área en la dirección normal del conductor.

Densidad de corriente

Para un cable recto de sección uniforme y corriente estacionaria, la expresión es la siguiente:

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = \int_S j ds = jS \implies j = \frac{I}{S}$$



Donde S es la sección normal del conductor

Como $\vec{j}$ y ds son colineales, entonces j es constante en toda el área transversal del conductor.

Conductividad Eléctrica

Como se ha descrito, el vector *j* tiene la dirección del campo eléctrico *E* y están relacionados por la siguiente expresión:

$$\vec{j} = \sigma E$$

Donde σ es una constante de proporcionalidad llamada conductividad y es una característica intrínseca de cada conductor.

Resistividad Eléctrica

Se define como el inverso de la conductividad eléctrica y se representa por ρ.

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Por lo tanto, el campo eléctrico E puede ser expresado como:

$$E = \rho j$$

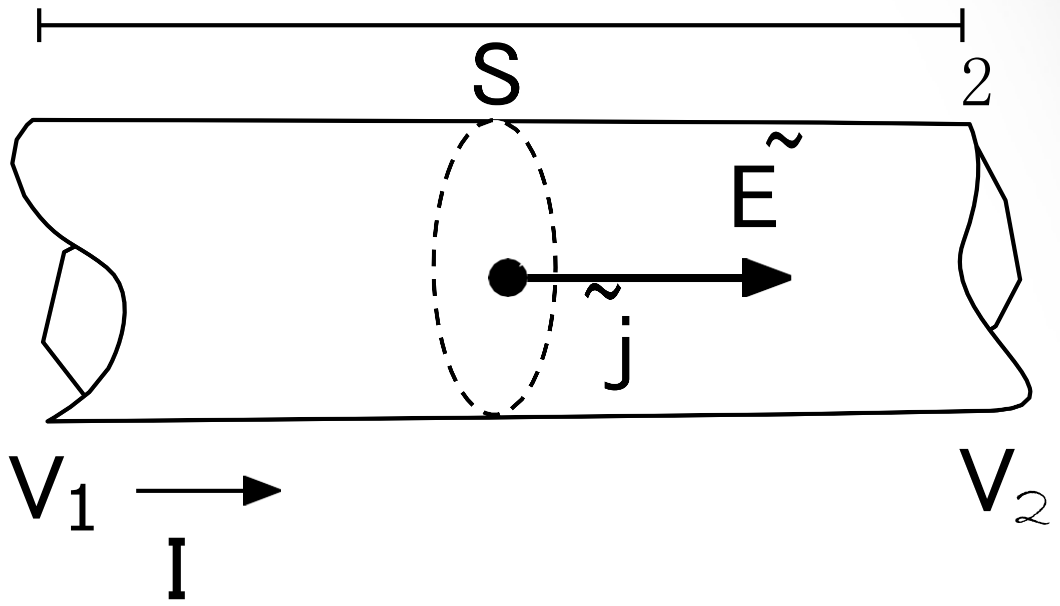
Unidades de medida: $[\rho] = \Omega \cdot m,\ [\sigma] = \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

Ley de Ohm

En un conductor metálico a temperatura constante, la relación entre la diferencia de potencial entre dos puntos y la corriente que fluye a través de él es constante.

De acuerdo a la ley de Ohm,

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I} \Longrightarrow V_1 - V_2 = IR$$



Pero sabemos que el voltaje entre dos puntos

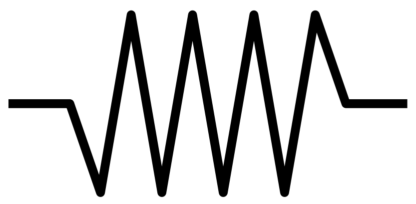
$$V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \rho \vec{j} \cdot d\vec{l} = \rho j l$$

Ley de Ohm

Al hacer coincidir ambas expresiones tendremos :

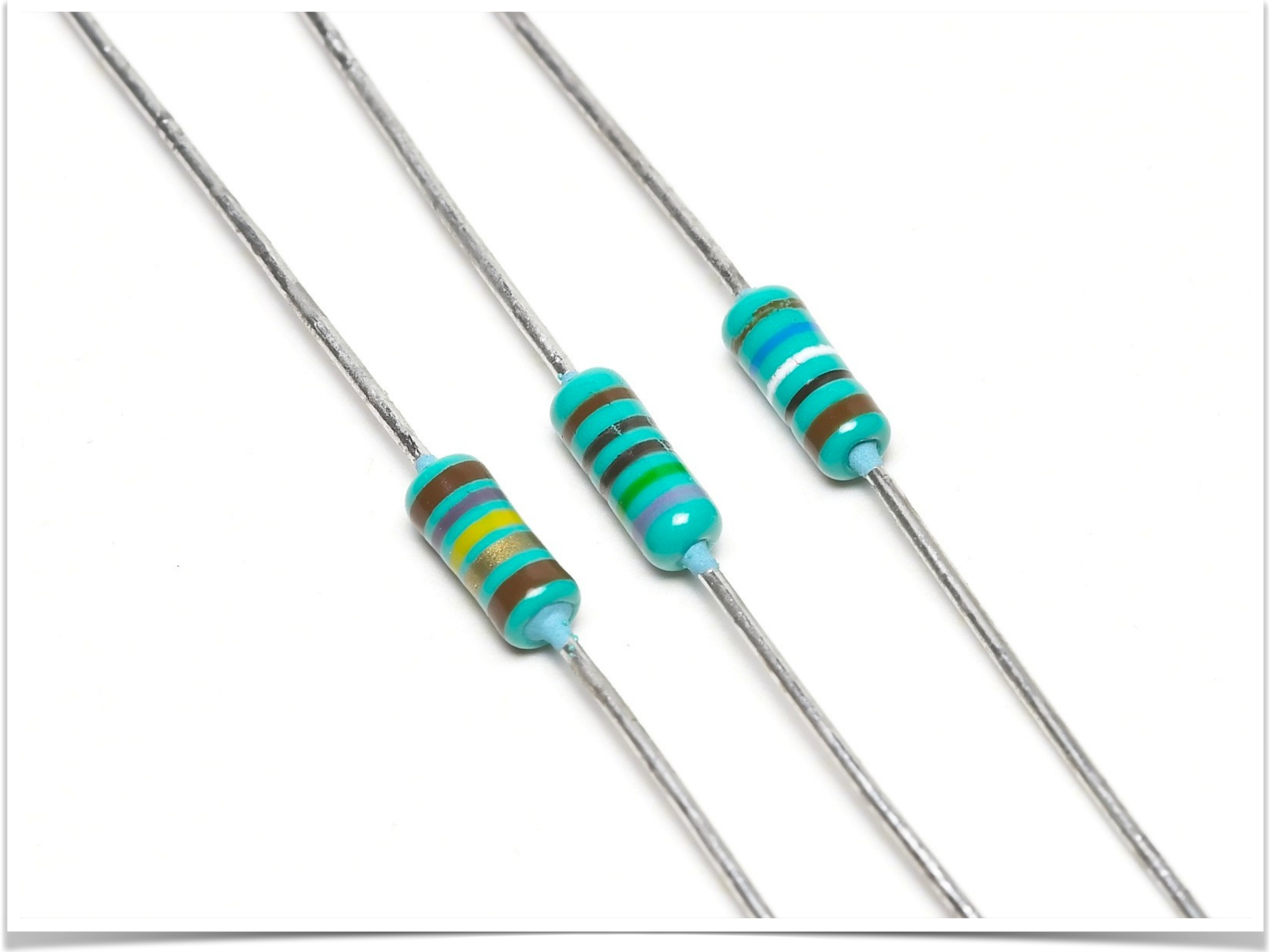
$$IR = \rho j l \implies R = \frac{\rho j l}{I} = \frac{\rho l}{S}$$

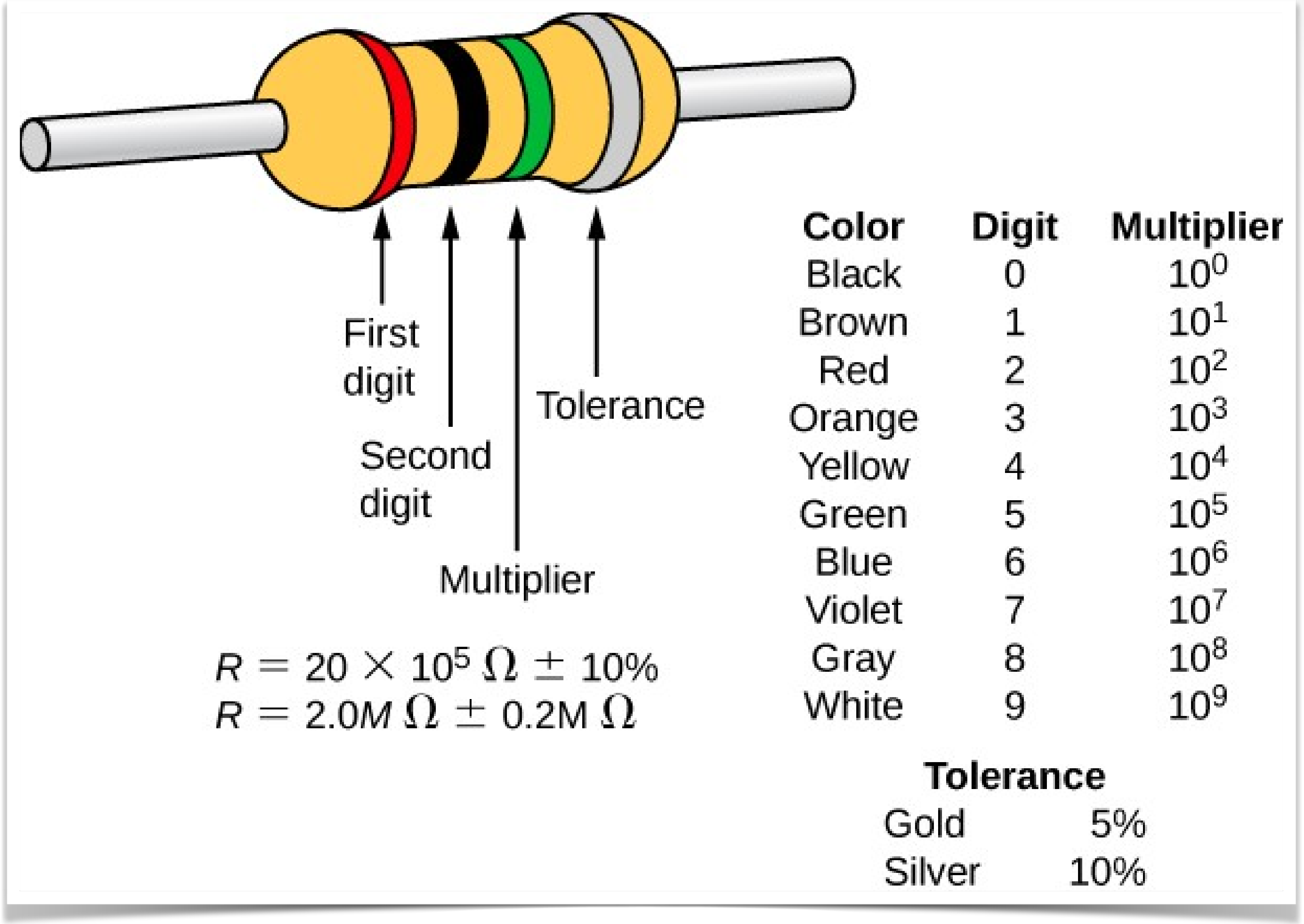
El símbolo eléctrico del resistor es:



Unidades de medida: $[1\Omega] = \dfrac{[1V]}{[1A]}$; $[R] = \dfrac{V}{A} = \Omega$

Resistores

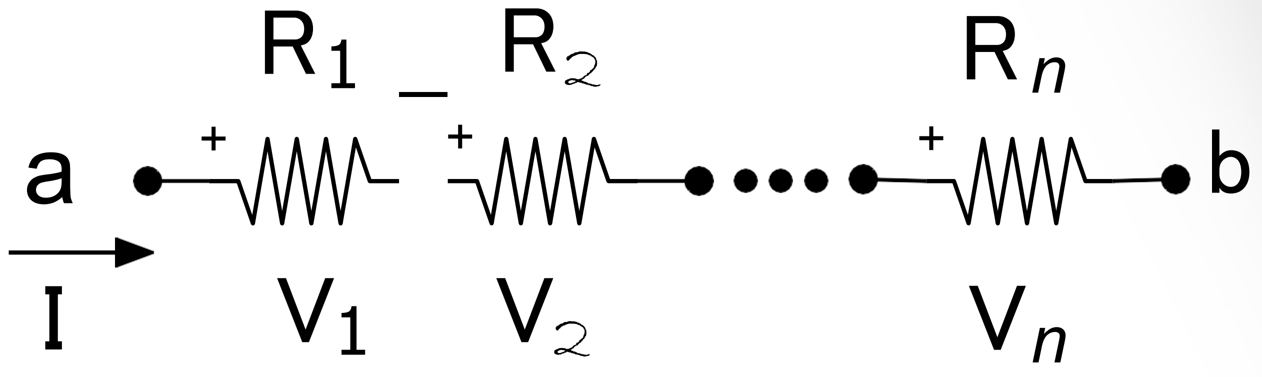


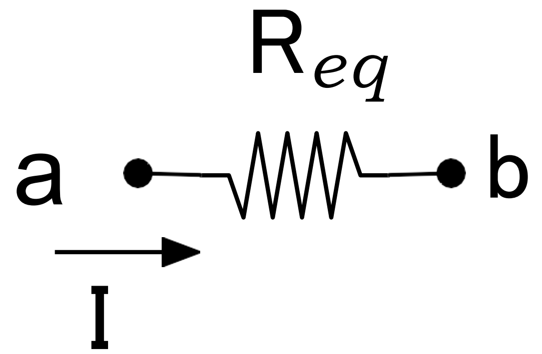

First digit
Second digit
Multiplier
Tolerance
$R = 20 \times 10^5\ \Omega \pm 10\%$
$R = 2.0M\ \Omega \pm 0.2M\ \Omega$
Color Digit Multiplier
Black 0 10^0
Brown 1 10^1
Red 2 10^2
Orange 3 10^3
Yellow 4 10^4
Green 5 10^5
Blue 6 10^6
Violet 7 10^7
Gray 8 10^8
White 9 10^9
Tolerance
Gold 5%
Silver 10%

Resistores en serie

El voltaje V_{ab} entre resistores conectados en serie

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$
$$= I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$
$$= I\sum_{i=1}^{n} R_i$$





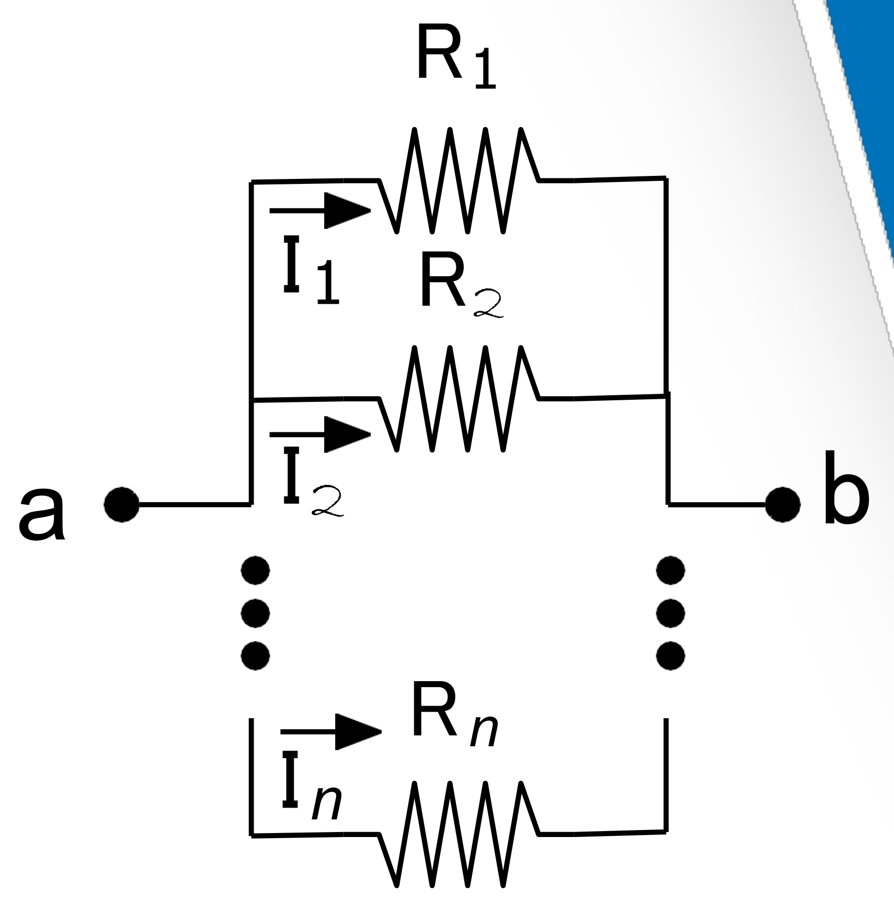
Por lo tanto la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* estará dada por:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Resistores en paralelo

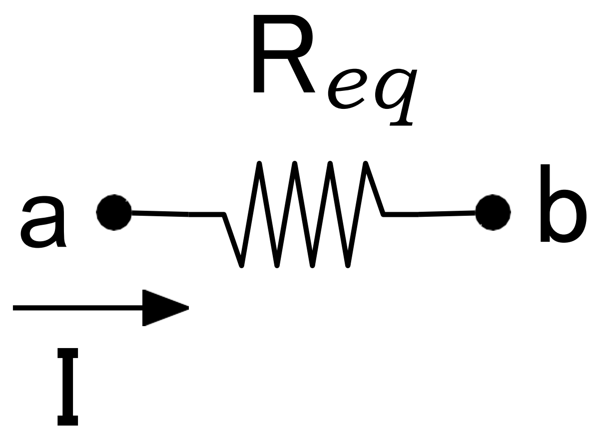
La corriente entre varios resistores conectados en paralelo está dada por:

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i$$



con $I_i = \dfrac{V_{ab}}{R_i} \implies I = \dfrac{V_{ab}}{R_{eq}}$. Reemplazando,

$$\frac{V_{ab}}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{V_{ab}}{R_i} \implies \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$



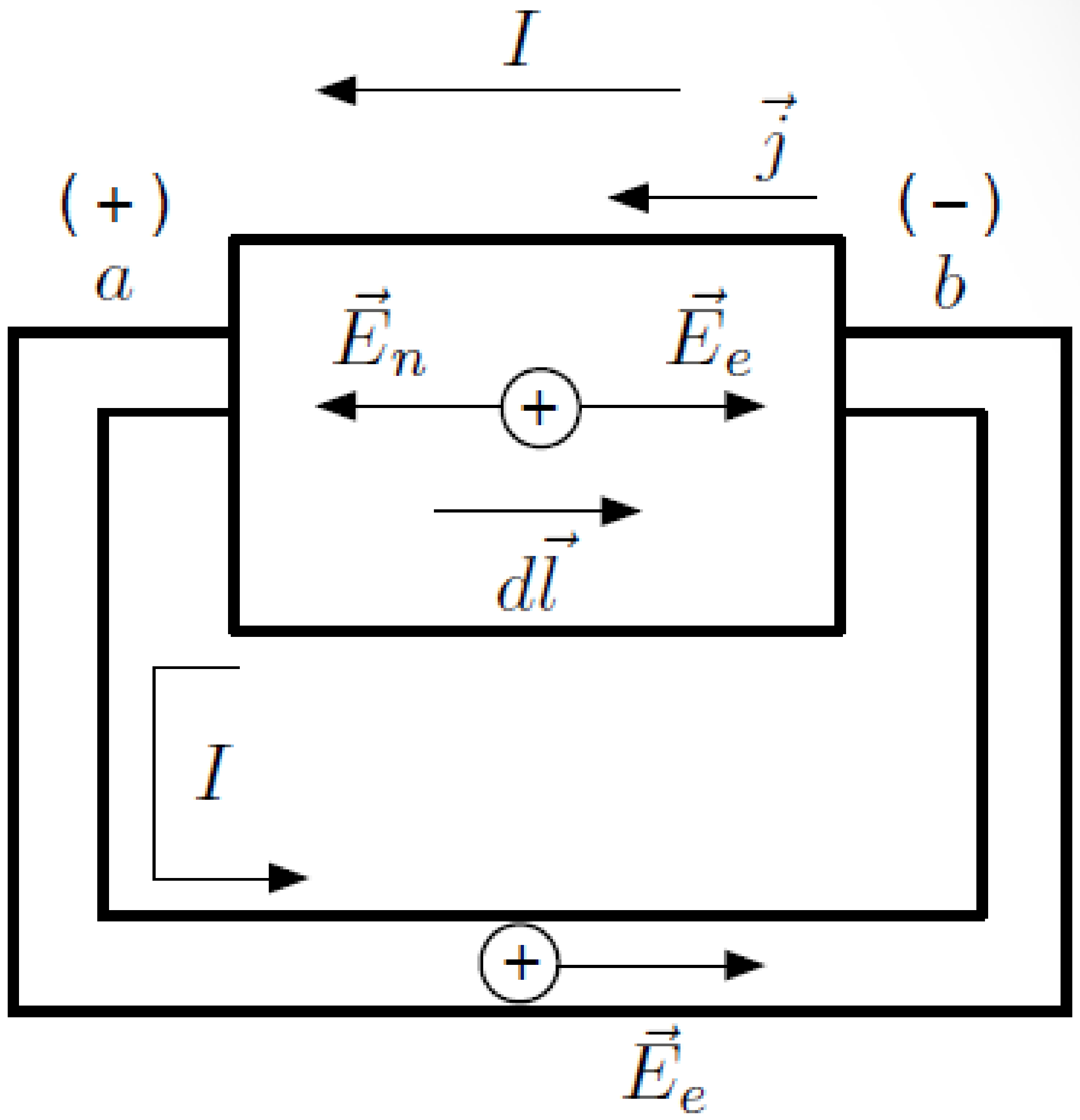
Resistores en Paralelo

Para el caso particular de dos resistores en paralelo R_1 y R_2, se tiene:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Longrightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Longrightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Fuerza electromotriz (EMF)

Para que un circuito cerrado pueda mantener el flujo de corriente, se requiere la presencia de un elemento llamado generador (o fuente) para reponer la energía consumida por el campo eléctrico al mover las cargas.



Generador: es un dispositivo capaz de transformar energía no eléctrica (química, electromecánica, fotoeléctrica) en energía eléctrica. Puede ser una pila seca, un acumulador o un generador electromecánico.

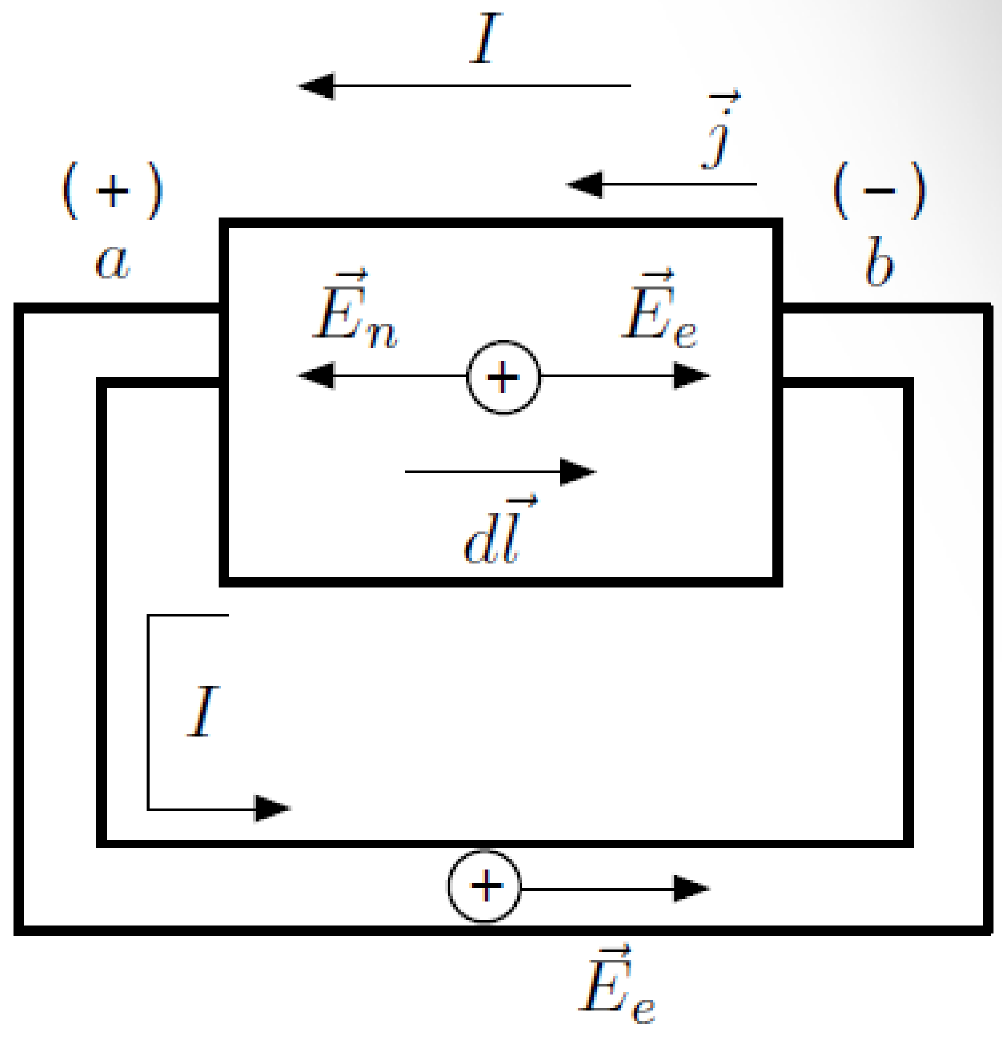
Fuerza electromotriz (EMF)

Dentro del generador, el campo eléctrico será :

$$\vec{E} = \vec{E_n} + \vec{E_e}$$

Fuera del generador (en el conductor) el campo será solo electrostático.

$$\vec{E} = \vec{E_e}$$



El trabajo (energía) realizado por el campo resultante dentro del generador de *a* - *b* será:

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E_n} \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E_e} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \rho \vec{j} \cdot d\vec{l}$$

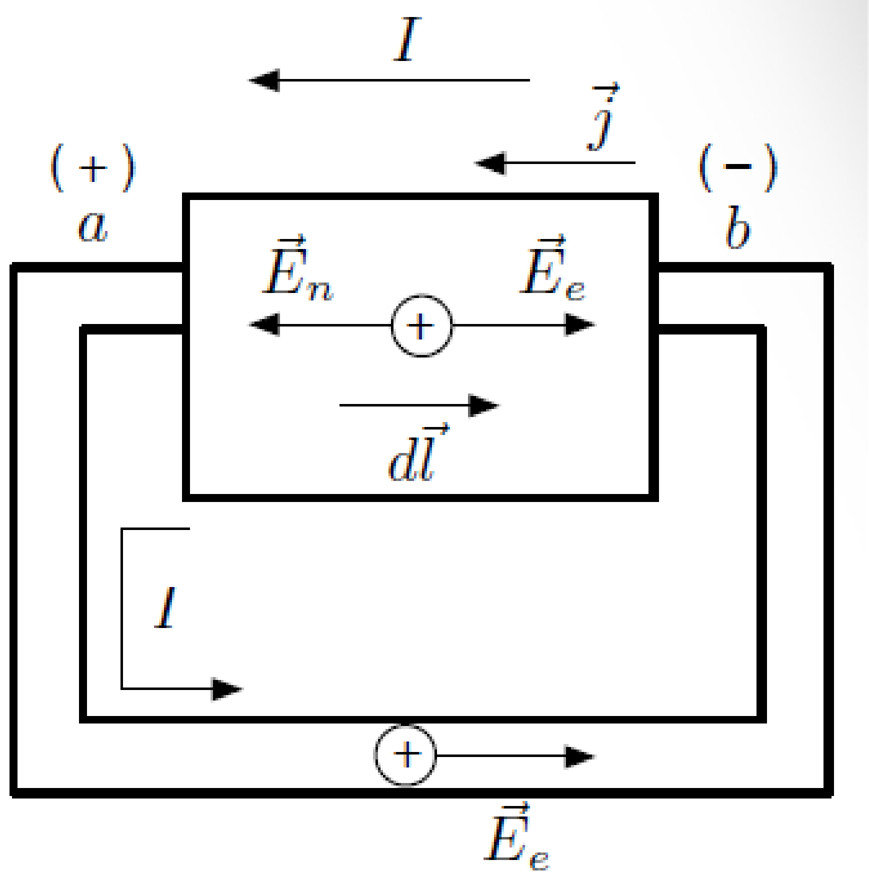
Fuerza Electromotriz (EMF)

Desarrollando cada término por separado :

$$\int_a^b \overrightarrow{E_n} \cdot d\vec{l} = \int_a^b - E_n dl = - \mathscr{E}$$

$$\int_a^b \overrightarrow{E_e} \cdot d\vec{l} = \int_a^b - dV = V_a - V_b = V_{ab}$$

$$\int_a^b \rho\vec{j} \cdot d\vec{l} = - \rho \int_a^b jdl = - \rho jl = - Ir$$



donde *r* es la resistencia interna del generador.

Fuerza Electromotriz (FEM)

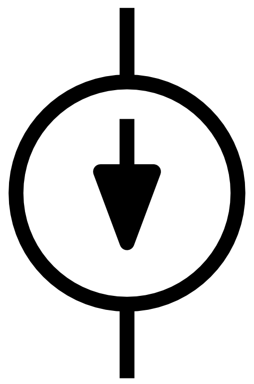
Sustituyendo las expresiones, obtenemos

$$-\mathcal{E} + V_{ab} = -Ir \implies V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

Fuentes de voltaje y de corriente

Símbolos eléctricos:

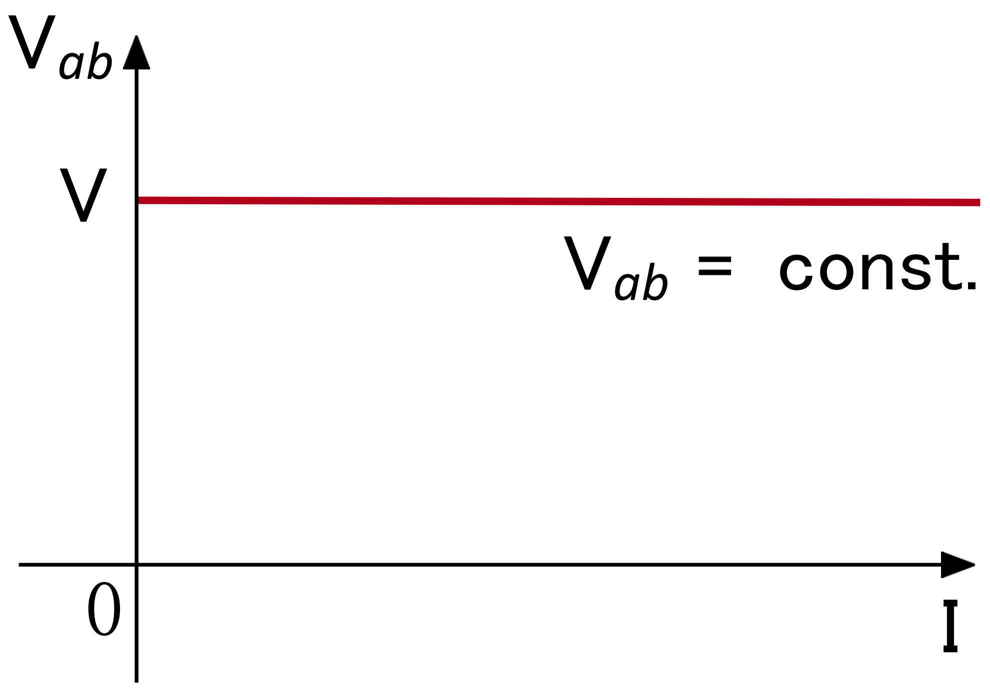
Fuentes de voltaje

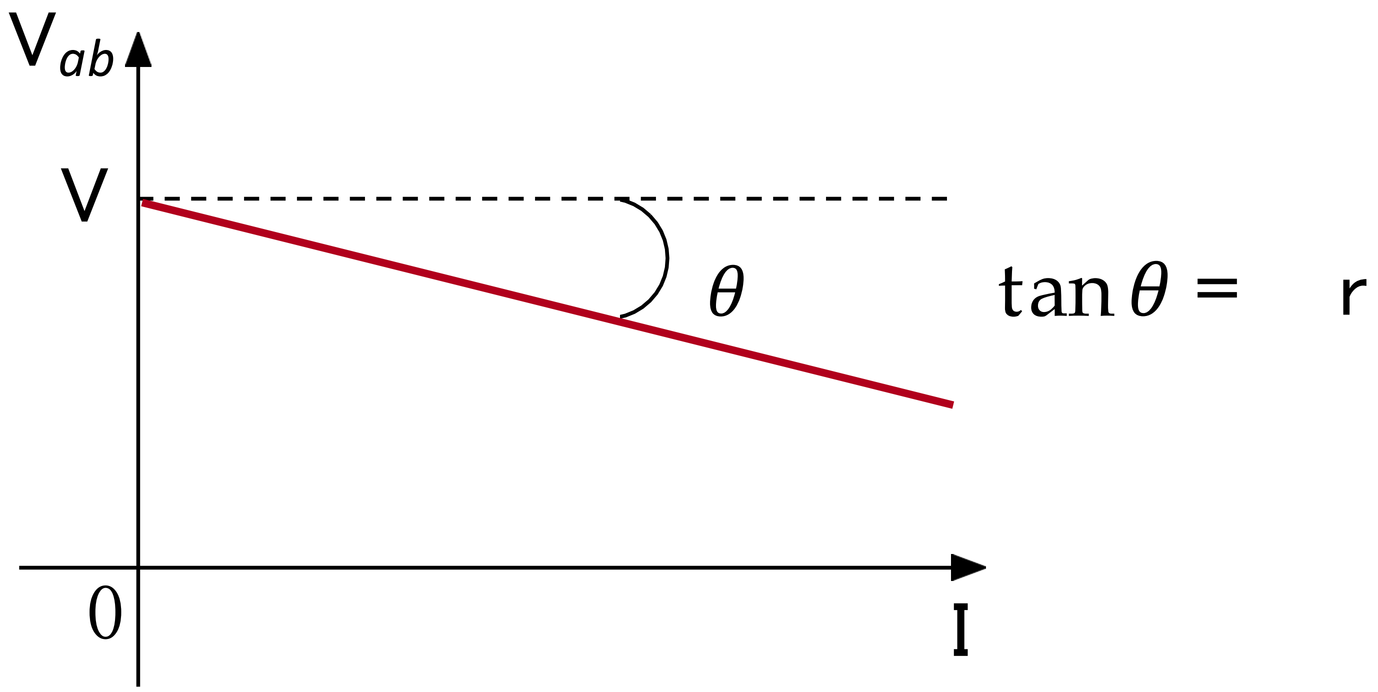


Fuente de corriente

Generadores ideales de voltaje

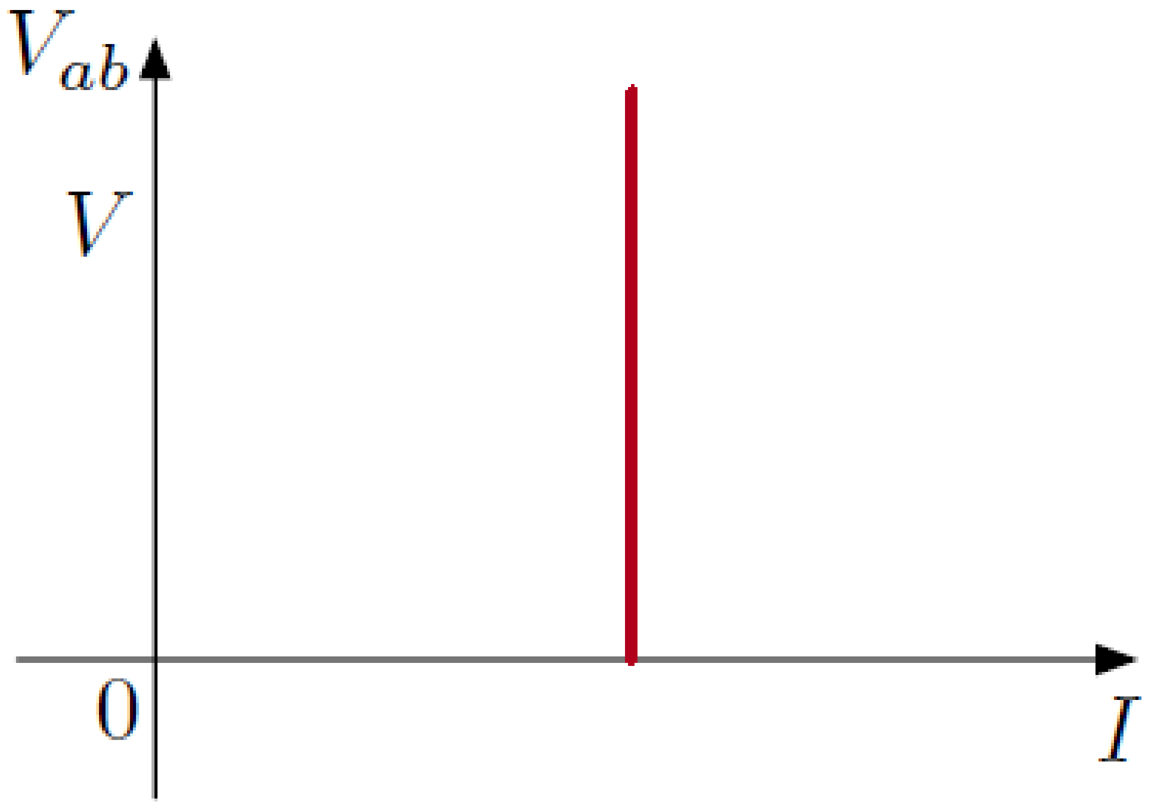
Un generador de voltaje ideal es aquel que **mantiene constante el voltaje entre sus terminales** independientemente de la corriente que se establezca en el circuito en el que está conectado.

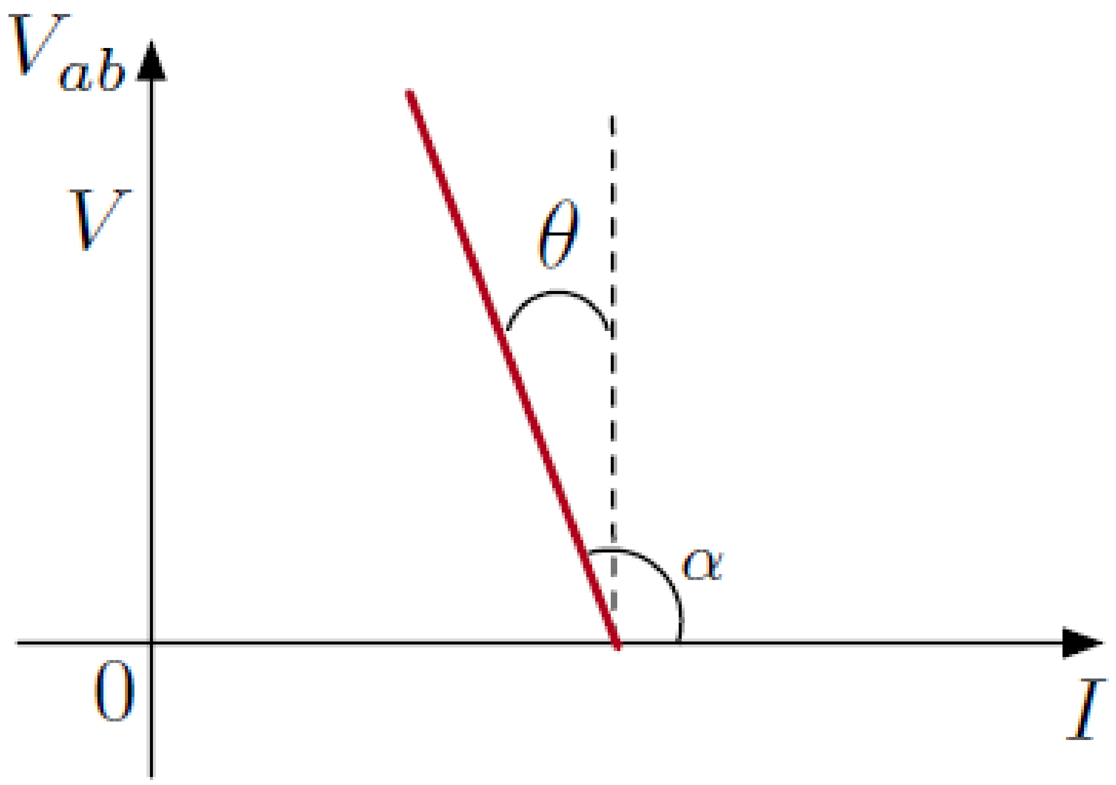




Generador de corriente ideal

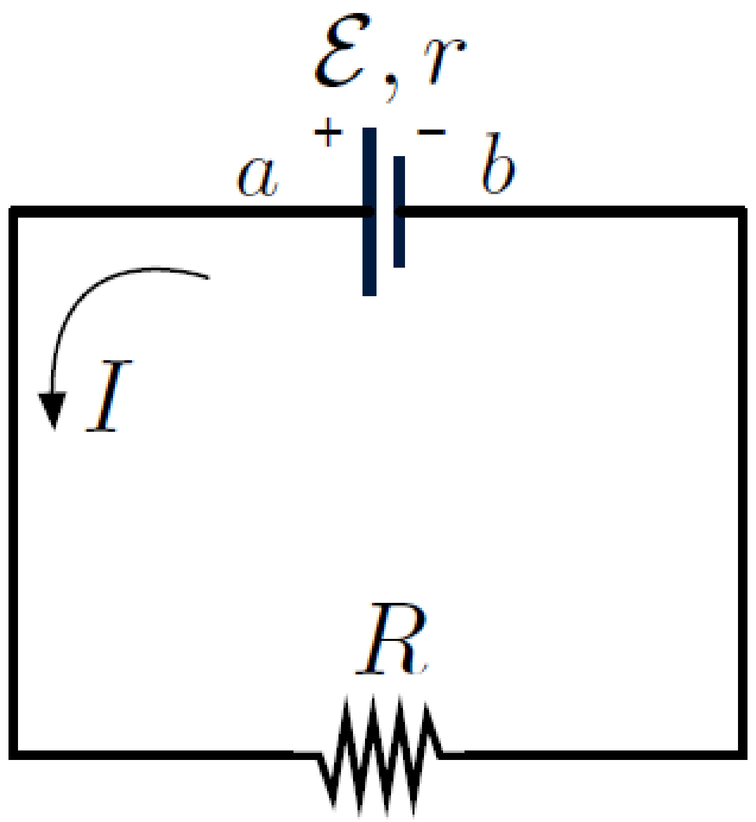
Un generador de corriente ideal es aquel que tiene la propiedad de que la corriente que fluye a través del dispositivo se especifica en cada instante. Esta **corriente no depende del voltaje en la fuente**. El voltaje será determinado únicamente por los elementos del circuito que están conectados a esta fuente.





$$\cot\theta = r$$
$$\tan\alpha = -r$$

Representación esquemática de un circuito eléctrico



La corriente que se establece en el circuito es:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

y el voltaje entre los terminales del generador en un circuito cerrado será :

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

Si dejamos los terminales en circuito abierto, es decir, I = 0, el voltaje entre las terminales del generador (o batería) sera:

$$V_{ab} = \mathcal{E}$$

Representación esquemática de un circuito eléctrico

Generalizando, si en un circuito hay más de un generador y los elementos están conectados en serie la corriente que se establecerá en el circuito vendrá dada por :

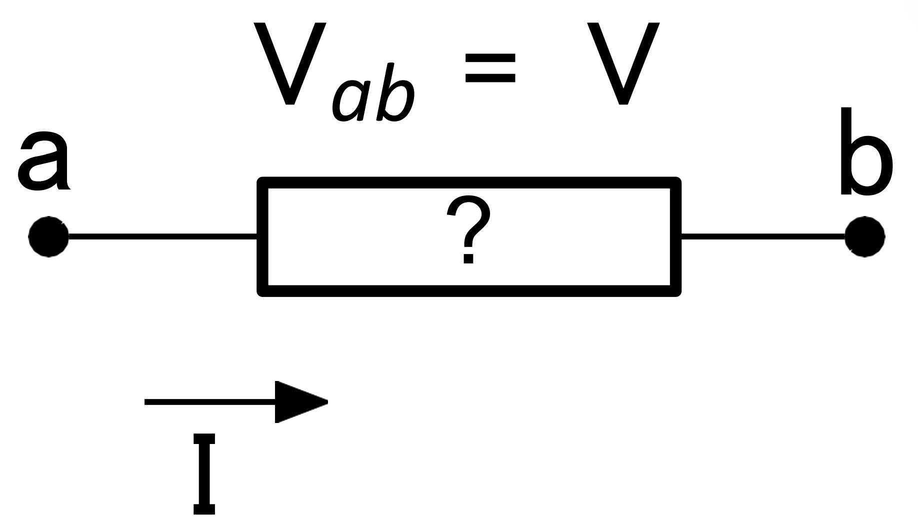
$$I = \frac{\sum \mathcal{E}_i}{\sum (R_i + r_i)}$$

donde $\mathcal{E}_i = emf$ y se tomará con signo positivo si la corriente entra por el terminal negativo y sale por el terminal positivo.

Potencia generada o disipada en los elementos de un circuito

Ya sea que algún elemento de un circuito esté conectado entre *a* y *b*, la energía consumida al mover un elemento de carga *dq* entre esos puntos será:

$$dW = V_{ab} \cdot dq = V_{ab} I = VIdt$$



La potencia consumida será:

$$P = \frac{dW}{dt} = V_{ab} I = VI$$

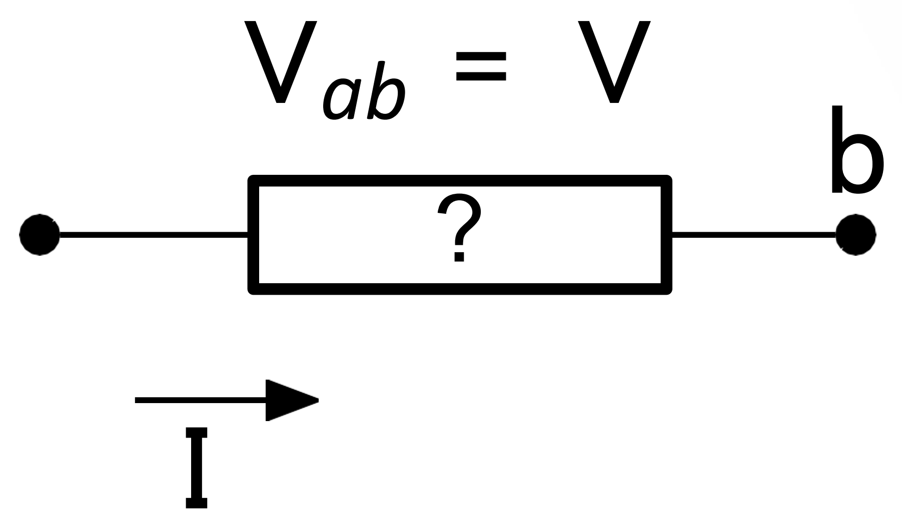
Unidades de medida: $[1W] = [1V \cdot A]$

Potencia generada o disipada en los elementos de un circuito

Caso de circuito resistivo

De la ley de OHM sabemos que $V = I\,R$, luego la potencia consumida en un resistor es:

$$P = VI = I^2R$$



- **Elementos pasivos.** Disipan energía (resistores, condensadores e inductores).
- **Elementos activos.** Generan energía (fuentes de voltaje y de corriente).

Balance de potencia en un circuito

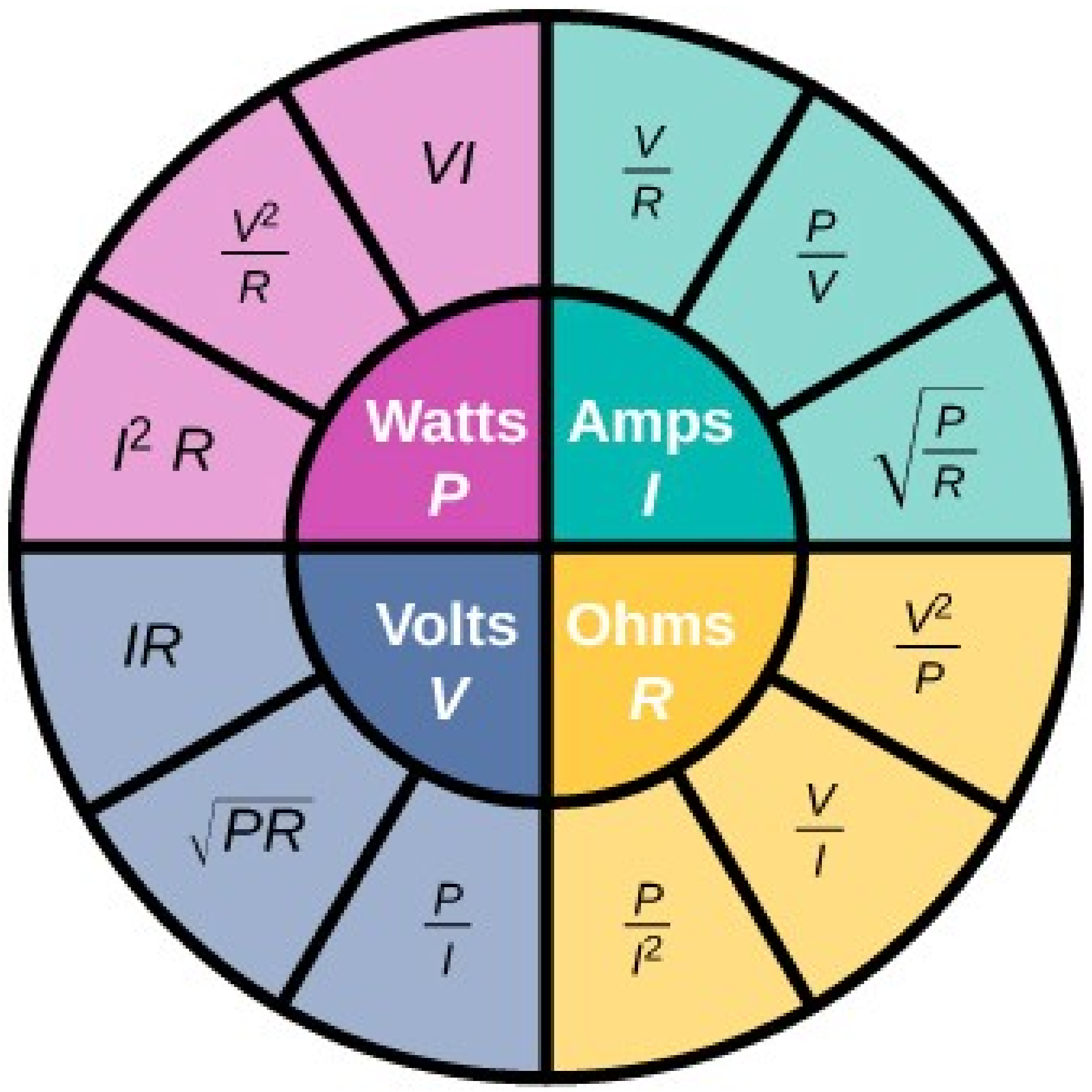
En cualquier circuito eléctrico se debe de cumplir que:

$$P_{suministrada} = P_{disipada}$$

$P_{suministrada} \Longrightarrow$ fuentes que favorecen el mantenimiento del flujo de la corriente

$P_{disipada} \Longrightarrow$ todos los elementos pasivos (por ejemplo, resistencias, condensadores, inductores y fuentes que se oponen a la circulación de la corriente establecida).

Recordatorio: Ecuaciones



P = Power $\quad$ I = Current
V = Voltage $\quad$ R = Resistance