Circuitos de DC: Análisis de Circuitos

Nazario Félix González
n.felix@upm.es

Ángel García Pedrero
angelmario.garcia@upm.es

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informáticos
Universidad Politécnica de Madrid

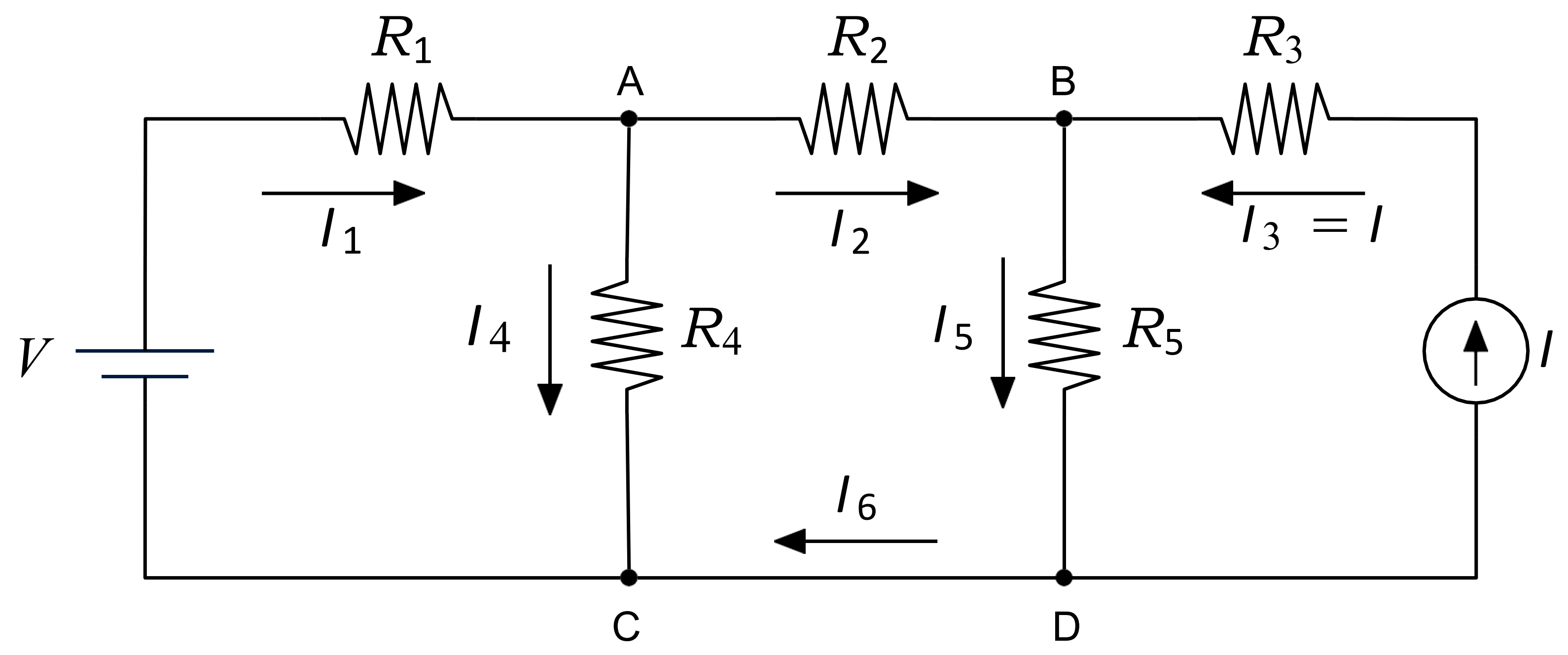
2021-2022

Escuela Técnica Superior de
Ingenieros Informáticos

UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

Análisis de Circuitos DC

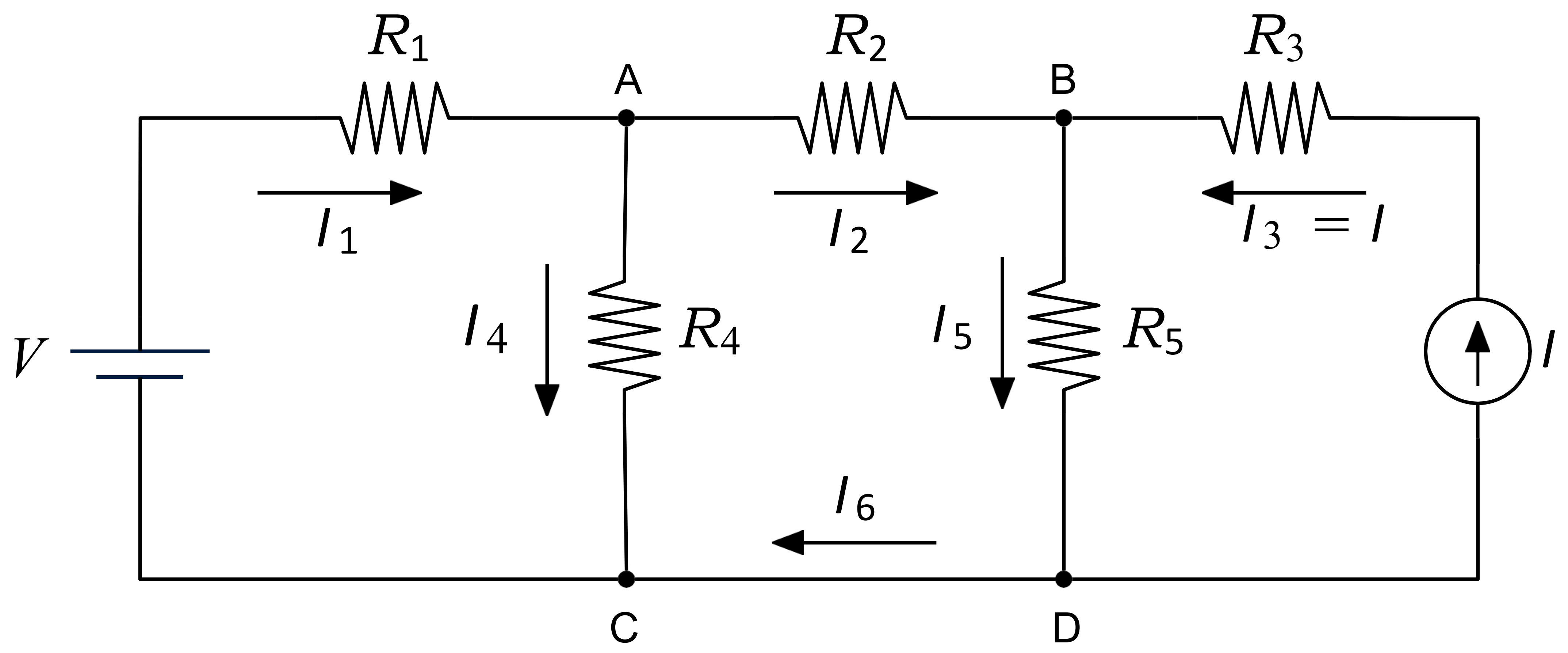
Un circuito eléctrico es una interconexión de elementos eléctricos.



Terminología:

NODO – cualquier punto donde se unen dos o mas conductores (cables).
RAMA – cualquier conductor con sus elementos correspondientes en serie entre dos nodos consecutivos.
MALLA – cualquier circuito que se pueda configurar con las diferentes ramas partiendo de un nodo y volviendo a él sin pasar dos veces por la misma rama.

Análisis de circuitos DC

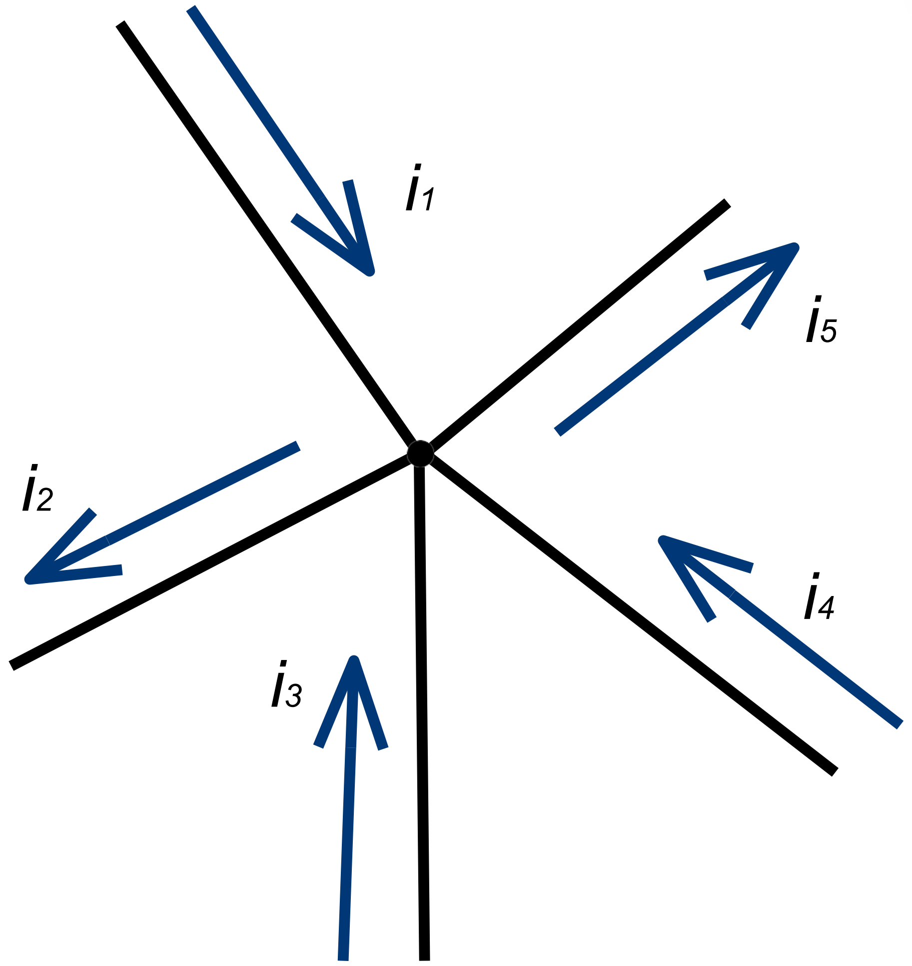


Nodos: 4 (físicos) - 3 (efectivos)
Ramas: 6 (físicos) - 5 (efectivos)
Mallas: 6

Leyes de Kirchoff

Ley de Kirchhoff de corriente (LKC): La suma de todas las corrientes que llegan a un nodo es igual a la suma de todas las corrientes que salen de él.

$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \implies \sum I = 0$$

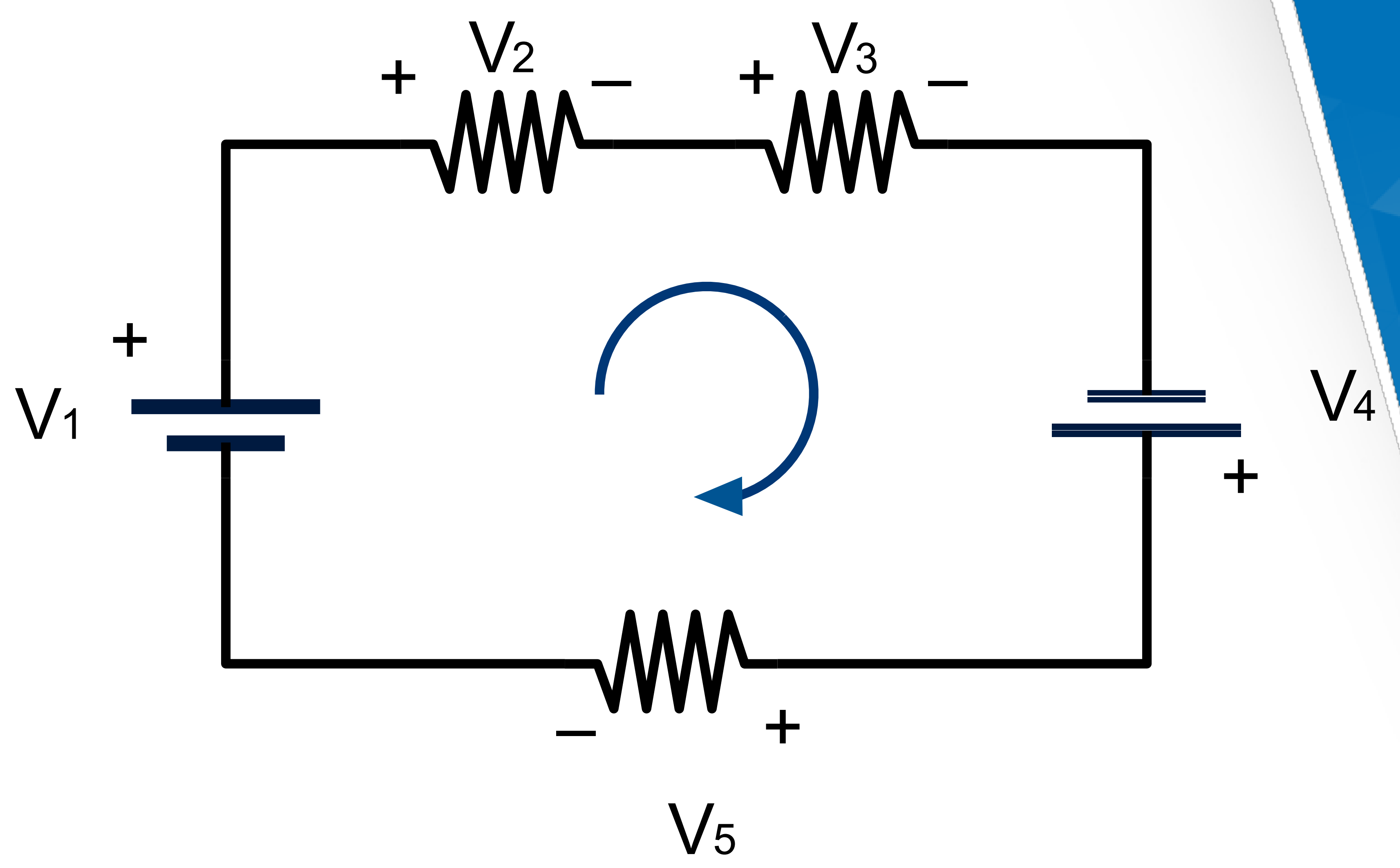


Convención:
La corriente que fluye hacia la unión es positiva (+)
La corriente que fluye desde la unión es negativa (-)

Leyes de Kirchoff

Ley de Kirchoff de Voltaje (LKV): La suma de todas las diferencias de potencial (voltajes) a lo largo de una malla es igual a cero.

$$\sum V = 0 \implies \sum V_{active} = \sum V_{passive}$$



Análisis por Mallas

Permite la obtención directa de las ecuaciones necesarias para encontrar las corrientes independientes.

Pasos:

1. Se determina el número de corrientes (aplicando el criterio de independencia).

de ramas– (# de nodos – 1) = # fuentes independientes de corriente

2. Ninguna rama puede permanecer sin ser atravesada por una corriente. Se eligen tantas mallas como corrientes independientes y a cada rama se le asigna una de las corrientes independientes.
3. LKV se aplica a las mallas por las que circulan las corrientes independientes desconocidas.

Análisis por Mallas: Ejemplo

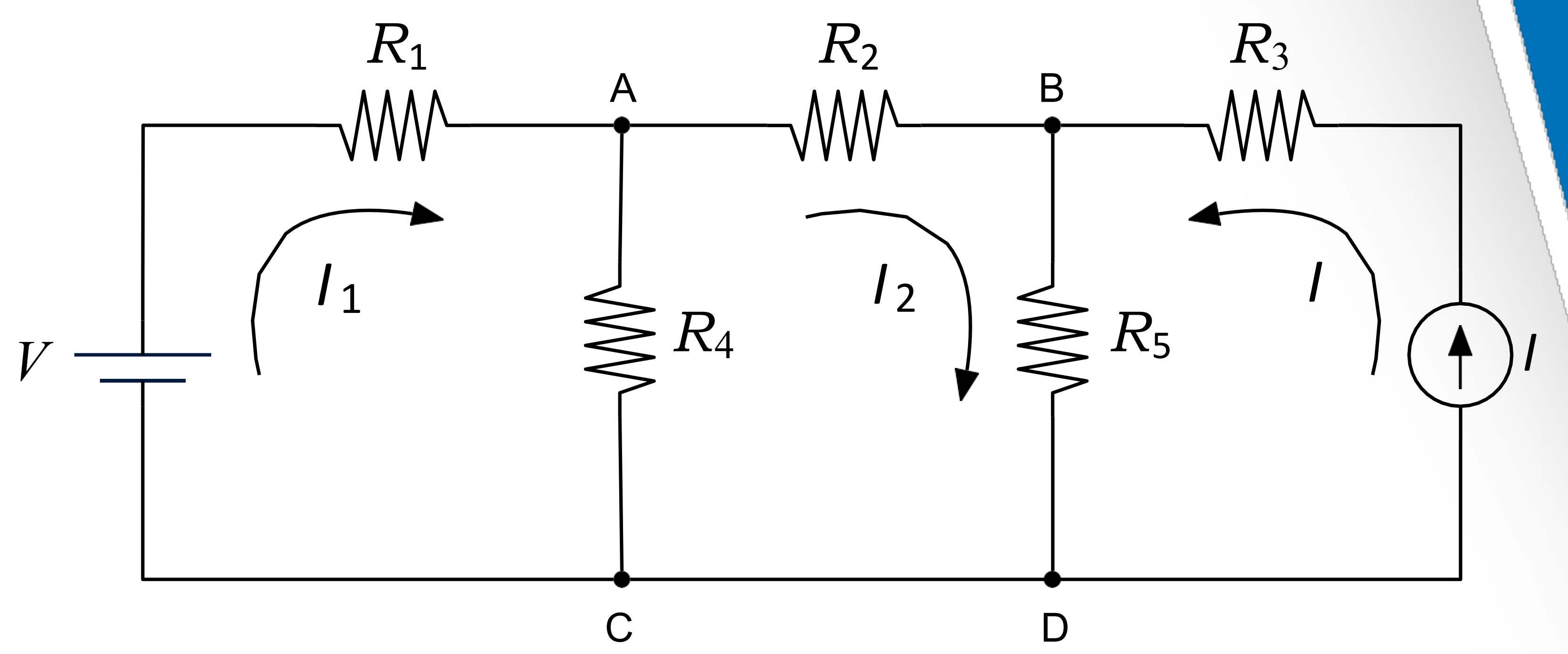
Número de corrientes independientes:

$= 6 - (4 - 1) = 3$ o

$= 5 - (3 - 1) = 3$

Pasos:

- Elegir las mallas asignando a corrientes independientes a cada una de ellas.
- En nuestro caso, una de las corrientes independientes es conocida.
- Únicamente se necesitan las ecuaciones de las corrientes independientes que no se conocen.



Se establecen las ecuaciones para las corrientes que no se conocen:

M1: $I_1(R_1 + R_4) - I_2R_4 \quad = V$

M2: $-I_1R_4 + I_2(R_2 + R_4 + R_5) + IR_5 = 0$

Análisis por Mallas: Ejemplo

Para simplificar se supone que:
$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5$.

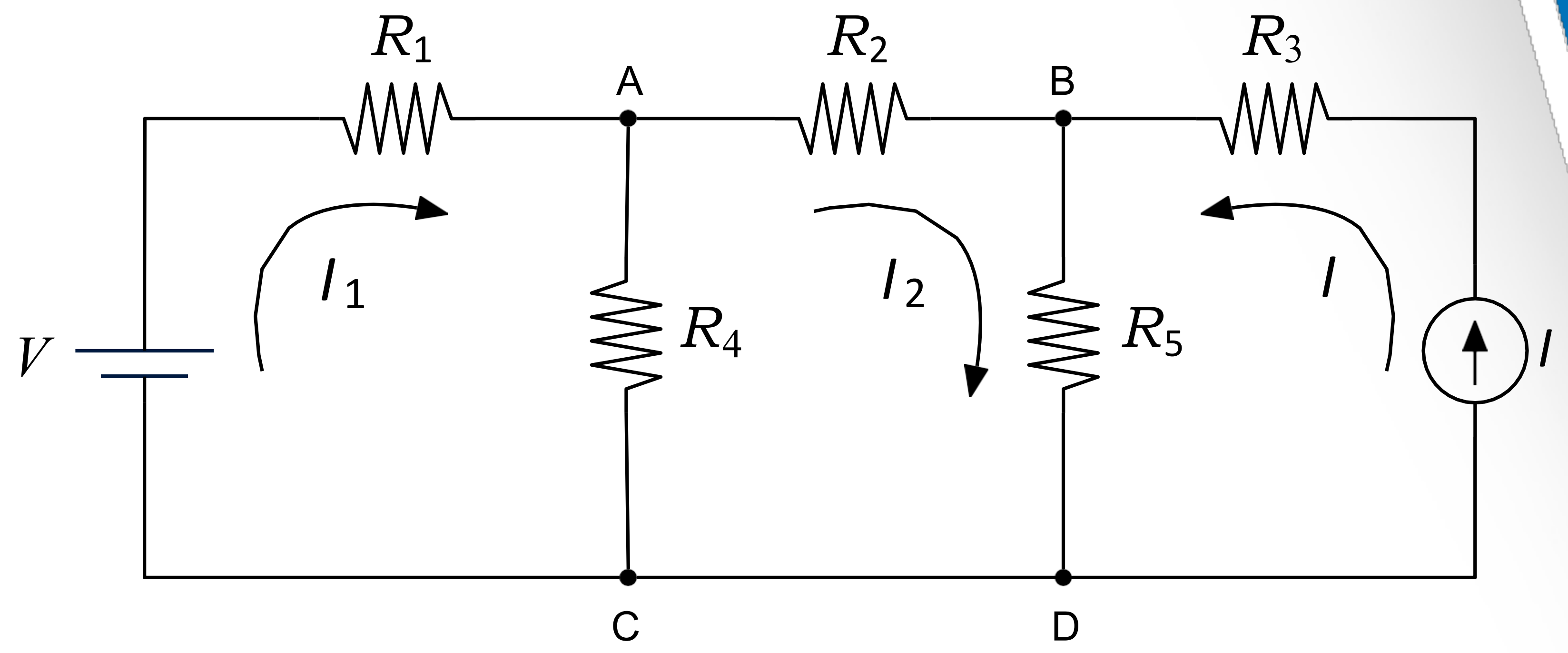
Las ecuaciones quedan:

M1: $I_1(2R) - I_2R = V$

M2: $-I_1R + I_2(3R) + IR = 0$

Resolver el sistema de ecuaciones por cualquier método.

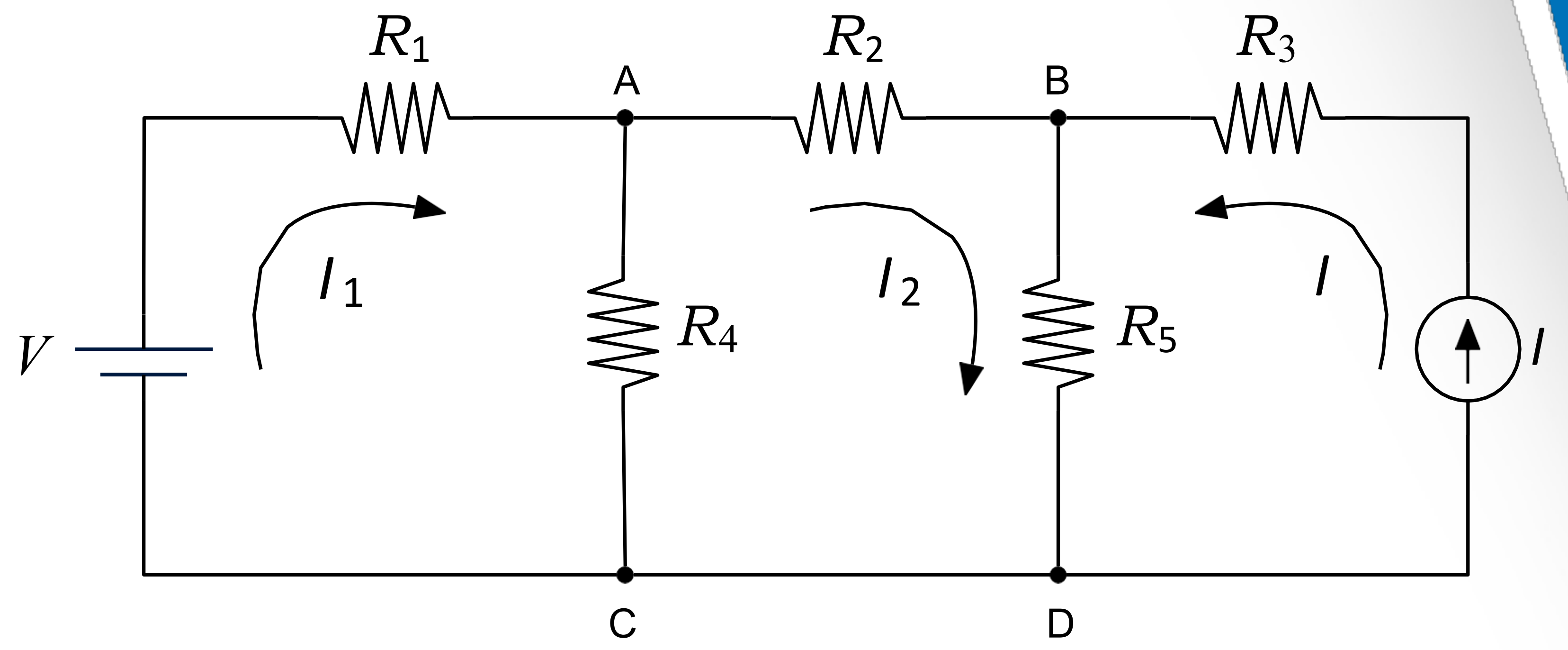
En este caso, mediante eliminación gaussiana, tenemos:



$$\begin{array}{rl} 1: & I_1(2R) - I_2R \qquad = V \\ 2 \times 2: & -I_1(2R) + I_2(6R) + I(2R) = 0 \\ \hline & I_2(5R) + I(2R) = V \end{array}$$

$$I_2(5R) + I(2R) = V \implies I_2 = \frac{V - 2IR}{5R}$$

Análisis por Mallas: Ejemplo



Para determinar I_1, se sustituye el valor de I_2 en 1.

$$I_2 = \frac{V - 2IR}{5R}$$

$$I_1(2R) = V + \frac{V - 2IR}{5} = \frac{6V - 2IR}{5} \implies I_1 = \frac{6V - 2IR}{10R} = \frac{3V - IR}{5R}$$

Análisis por Nodos

Proporciona un procedimiento general para analizar circuitos utilizando voltajes de nodo como variables de circuito.

Pasos:

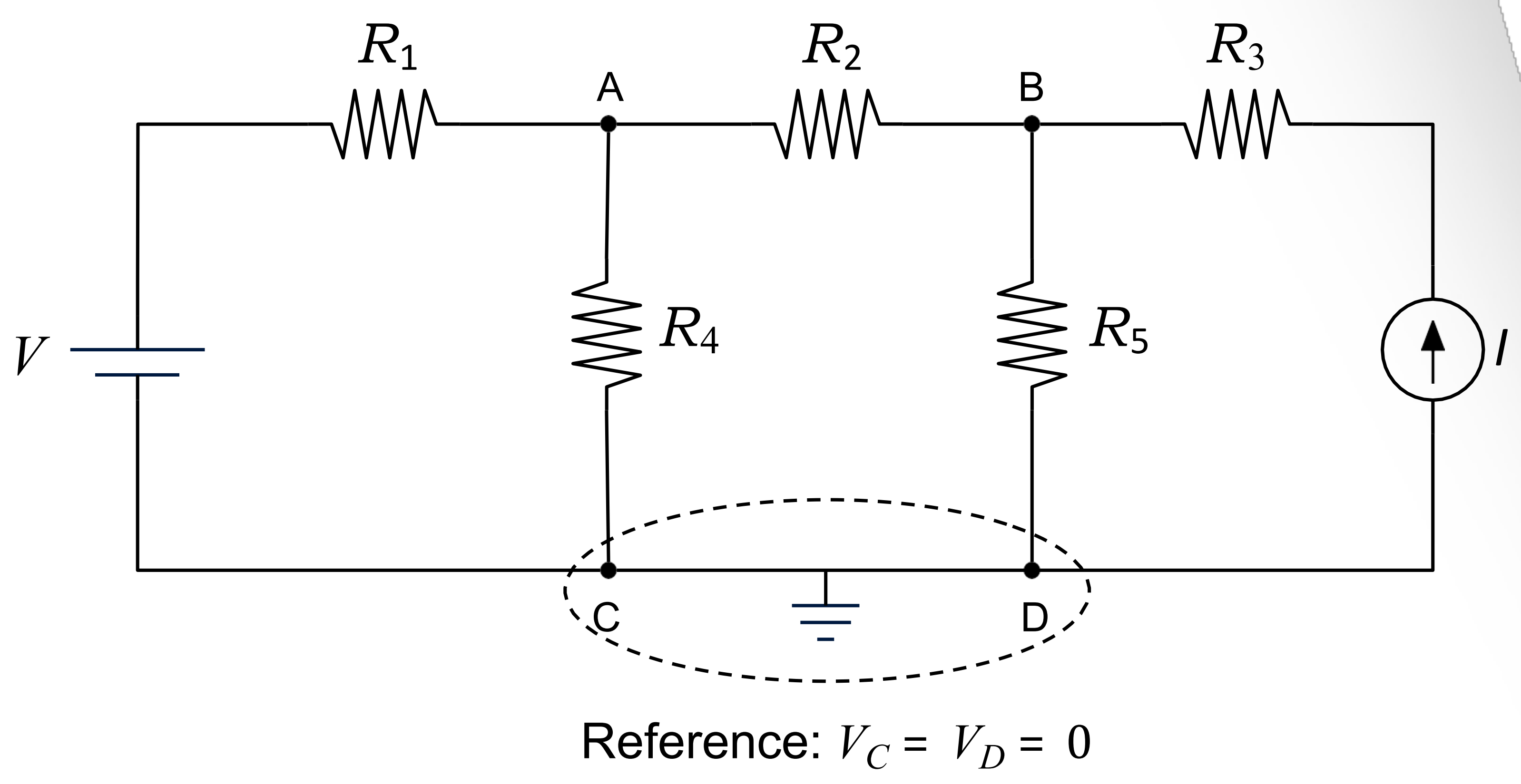
1. Los nodos del circuito se etiquetan y se les asigna un voltaje, tomando como referencia uno de ellos, es decir $V = 0$.

2. Se aplica la LKC a cada uno de los nodos cuya tensión se desconoce, expresando las corrientes en función de las caídas de tensión de las ramas.

3. Se resuelve el sistema de ecuaciones y se determinan las incógnitas.

Análisis por Nodos: Ejemplo

De acuerdo al nodo elegido como referencia, solo V_A y V_B son desconocidos (sólo 2), por lo tanto se requiere únicamente dos ecuaciones:

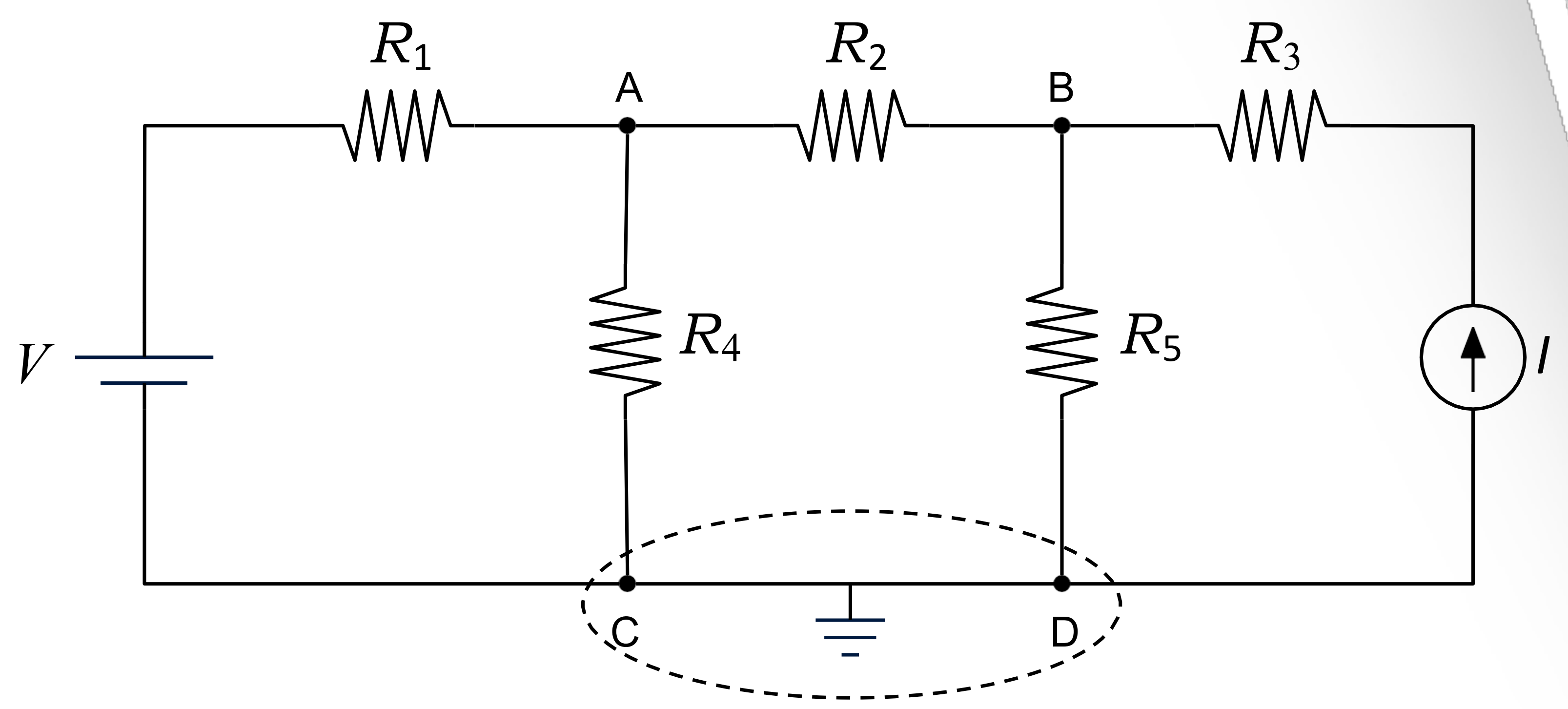


NA: $$\frac{V_A - V}{R_1} + \frac{V_A}{R_4} + \frac{V_A - V_B}{R_2} = 0$$

NB: $$\frac{V_B - V_A}{R_2} + \frac{V_B}{R_5} - I = 0$$

Análisis por Nodos: Ejemplo

Asumiendo todas las resistencias iguales, $R_1 = R_2 \; .... R_5 = R$, se tienen las siguientes ecuaciones:



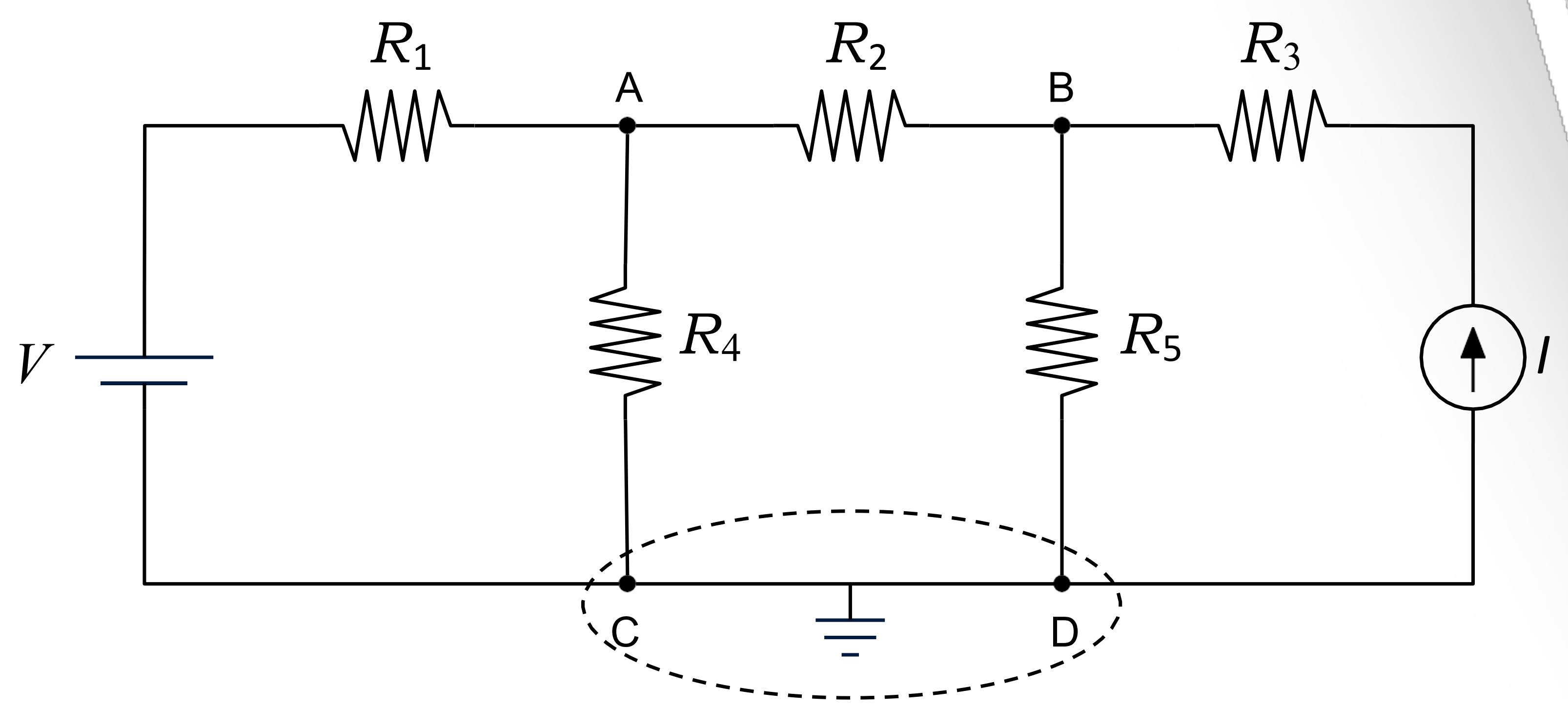
Reference: $V_C = V_D = 0$

NA: $$\frac{V_A - V}{R} + \frac{V_A}{R} + \frac{V_A - V_B}{R} = 0 \quad \Longrightarrow \quad 3V_A - V_B = V$$

NB: $$\frac{V_B - V_A}{R} + \frac{V_B}{R} - I = 0 \quad \Longrightarrow \quad -V_A + 2V_B = IR$$

Análisis por Nodos: Ejemplo

Resolviendo el sistemas de ecuaciones se tiene:



Reference: $V_C = V_D = 0$

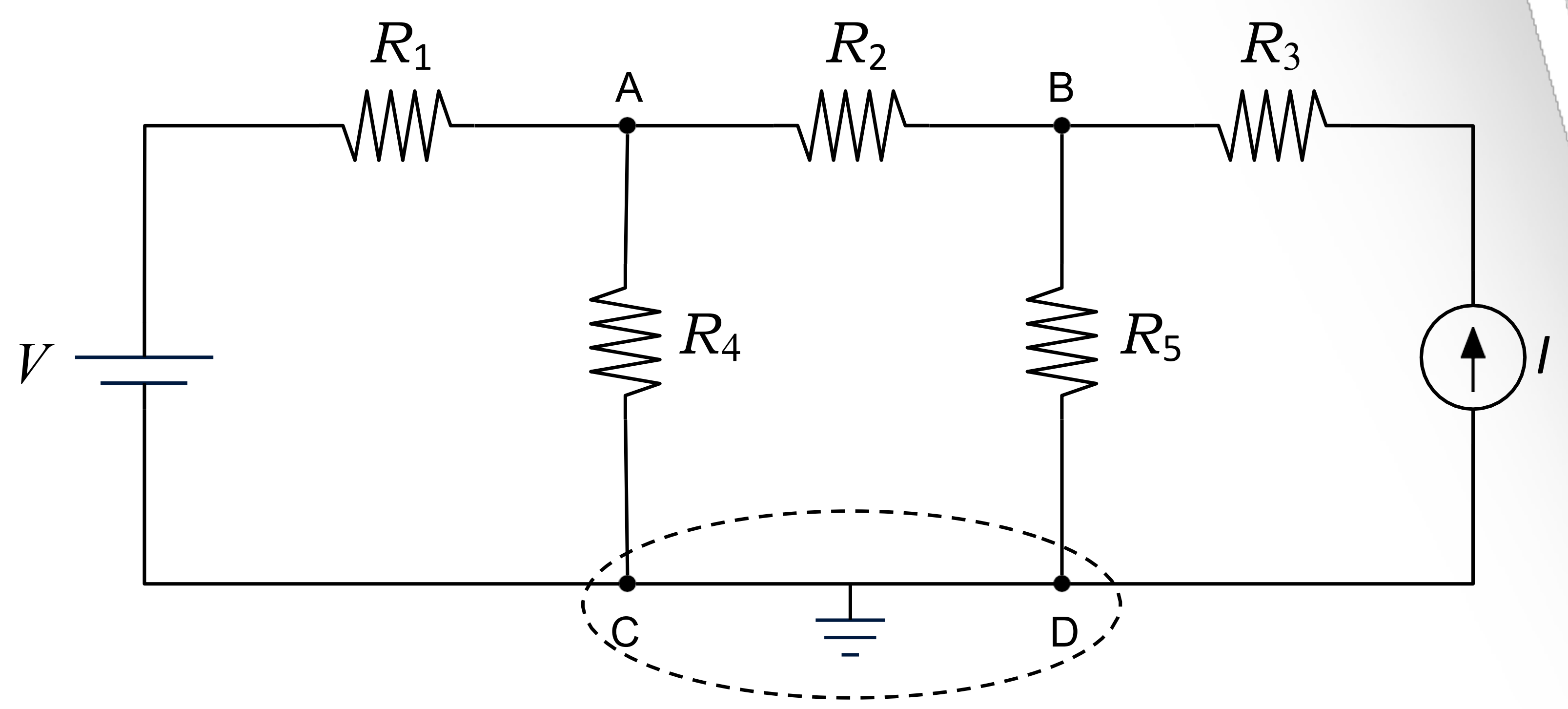
A: $3V_A - V_B = V$

$3 \times$ B: $-3V_A + 6V_B = 3IR$

$$5V_B = V + 3IR$$

$$5V_B = V + 3IR \implies V_B = \frac{V + 3IR}{5}$$

Análisis por Nodos: Ejemplo



Reference: $V_C = V_D = 0$

Remplazando el valor de V_B en A, se tiene:

$$3V_A = V + \frac{V + 3IR}{5}$$

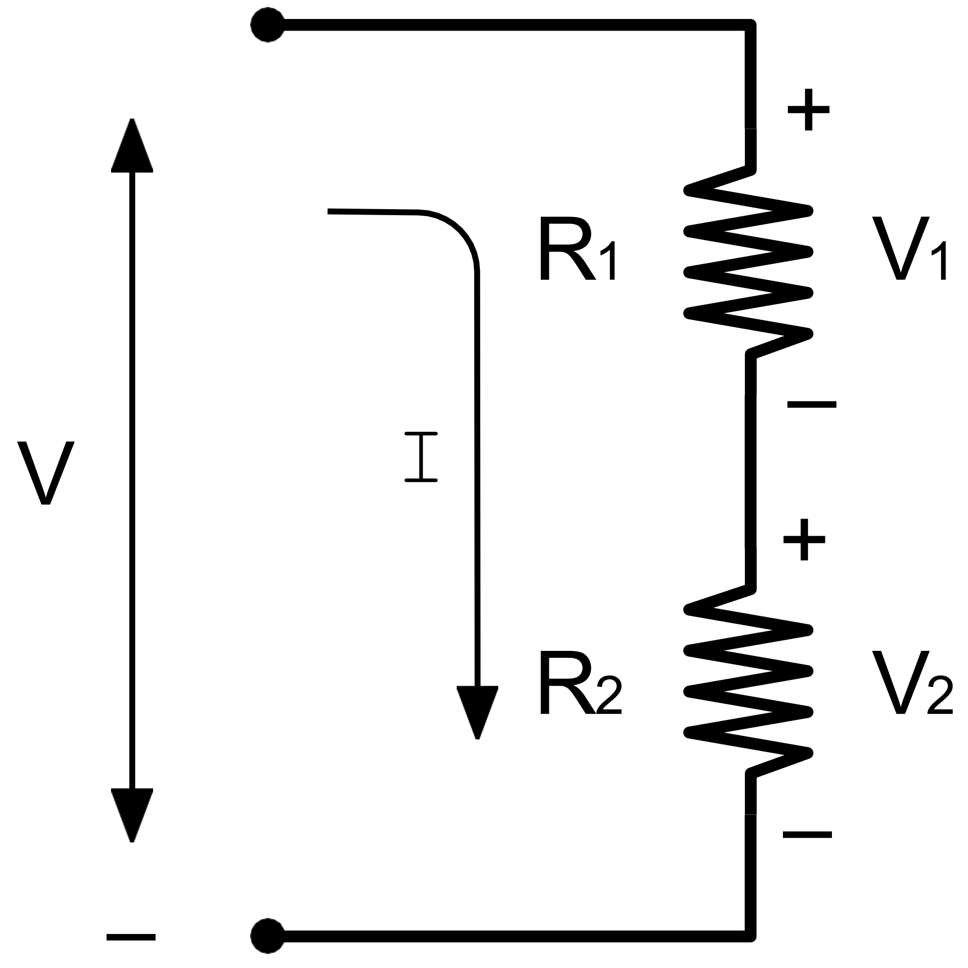
$$= \frac{6V + 3IR}{5} \Longrightarrow V_A = \frac{2V + IR}{5}$$

Comprobando:

$$I_2 = \frac{V_A - V_B}{R} \Longrightarrow I_2 = \frac{\frac{V - 2IR}{5}}{R} \Longrightarrow I_2 = \frac{V - 2IR}{5R}$$

Divisor de Voltaje

Un divisor de voltaje consiste de dos o más resistencias en serie. El caso más simple se muestra en la figura:



La caída de voltaje entre los resistores es:

$V_1 = IR_1$ y $V_2 = IR_2$ donde $I = \dfrac{V}{R_1 + R_2}$

Expresando estos voltajes en función del voltaje global, se tiene:

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

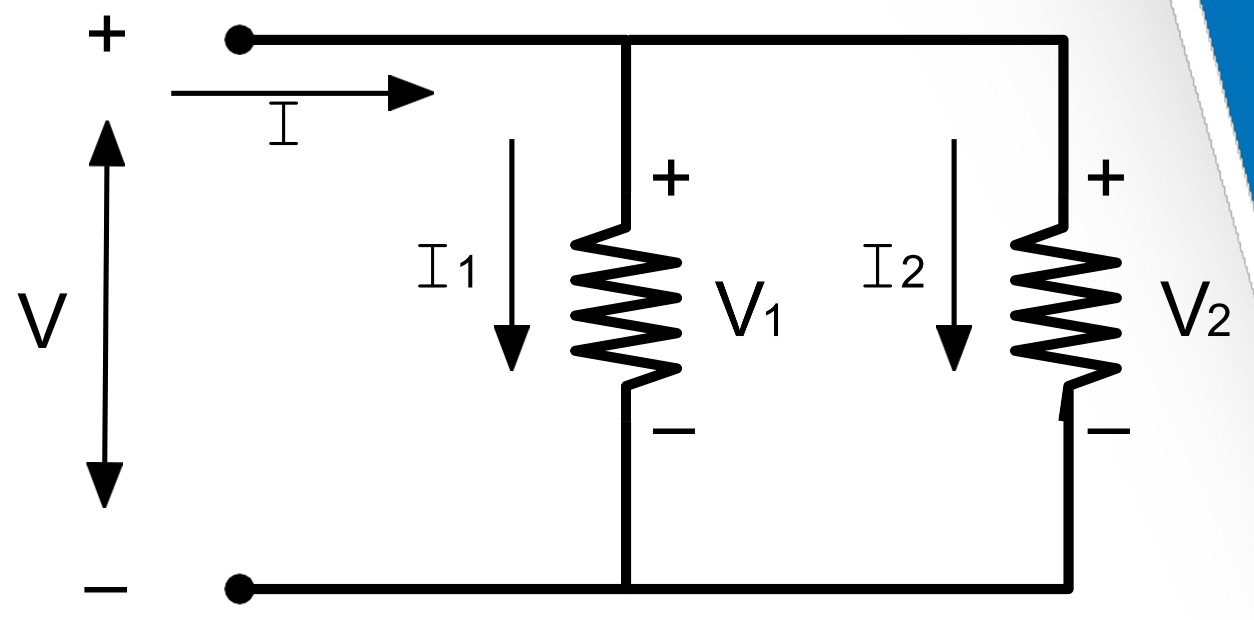
Divisor de Corriente

Dos o más resistencias en paralelo constituyen un divisor de corriente.

Las corrientes en las ramas son:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

donde $V_1 = V_2 = V$, circuito en paralelo.



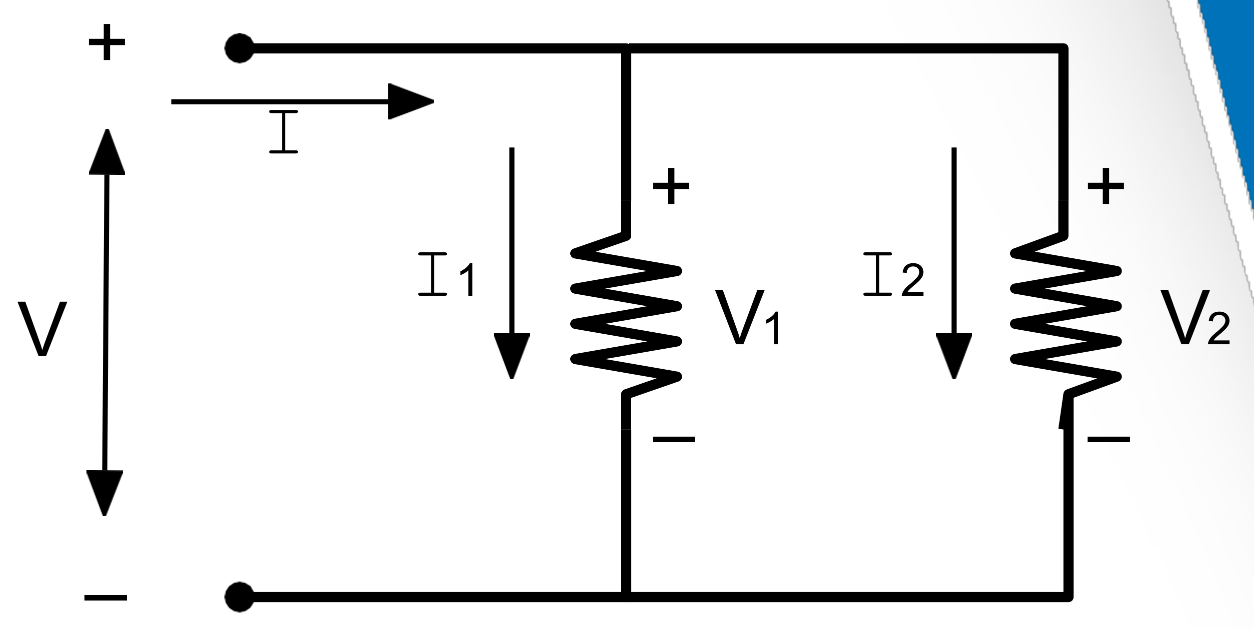
La corriente de entrada estará dada en todo momento por:

$$I = I_1 + I_2$$

Divisor de Corriente

La caída de voltaje expresada como un función de la corriente de entra *I* está dada por:

$$V = IR_{eq} \implies V = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

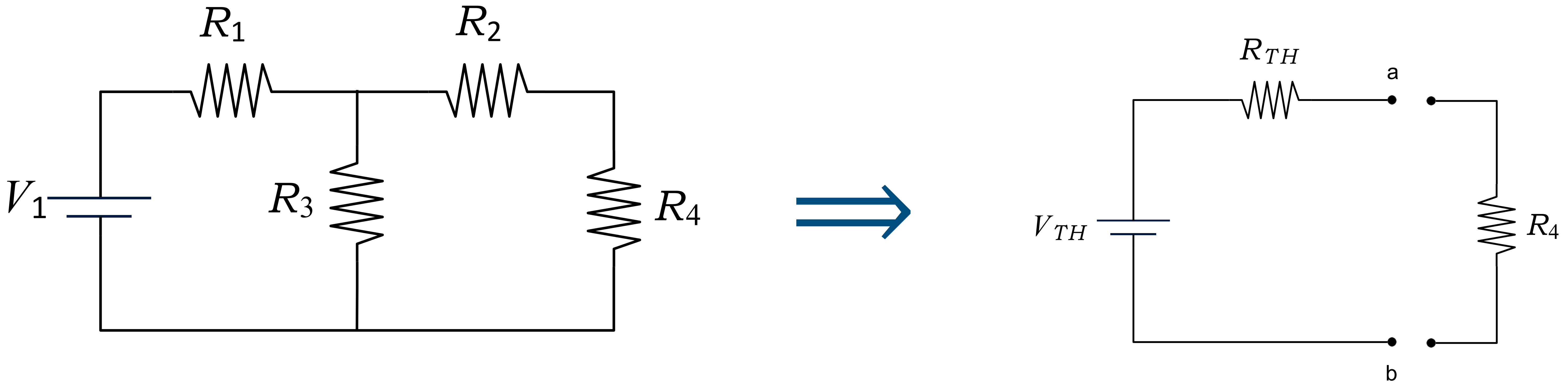


Reemplazando esta expresión en las dos primeras, obtendremos que :

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad \text{y} \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Teorema de Thevenin

Cualquier circuito que contenga fuentes de alimentación y resistores puede ser visto desde un par de nodos o terminales, que llamaremos *a* y *b*, como un circuito con una sola fuente de voltaje V_{TH}, de valor igual a la diferencia de potencial que aparece entre los dos nodos y, y una sola resistencia, R_{TH} en serie.



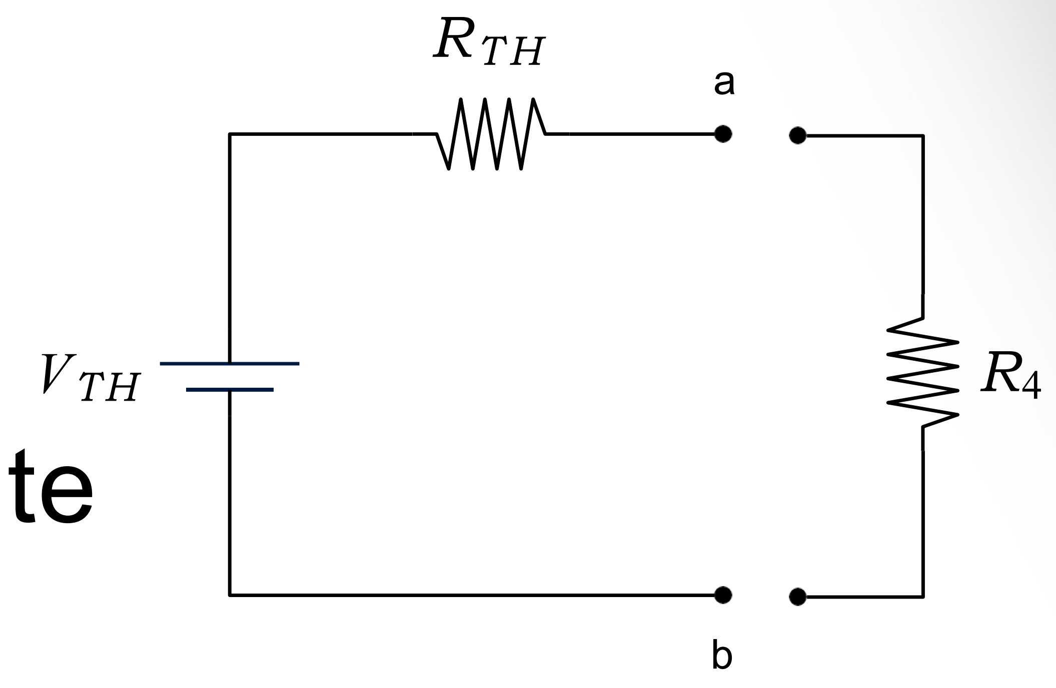
Teorema de Thevenin

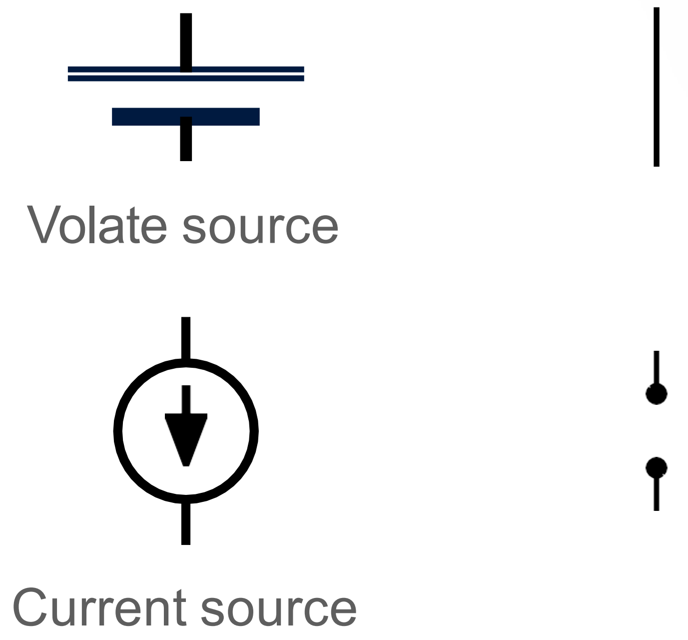
Procedimiento:

1. Aislar la resistencia de carga R_L o componente que concierne.

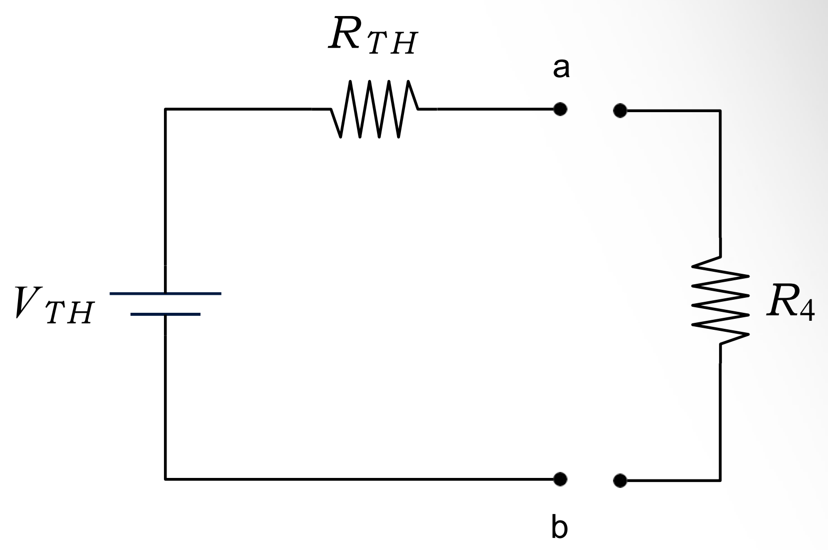
2. Encontrar R_{TH} cortocircuitando todas las fuentes de voltaje, y sustituyendo por un circuito abierto todas las fuentes de corriente.

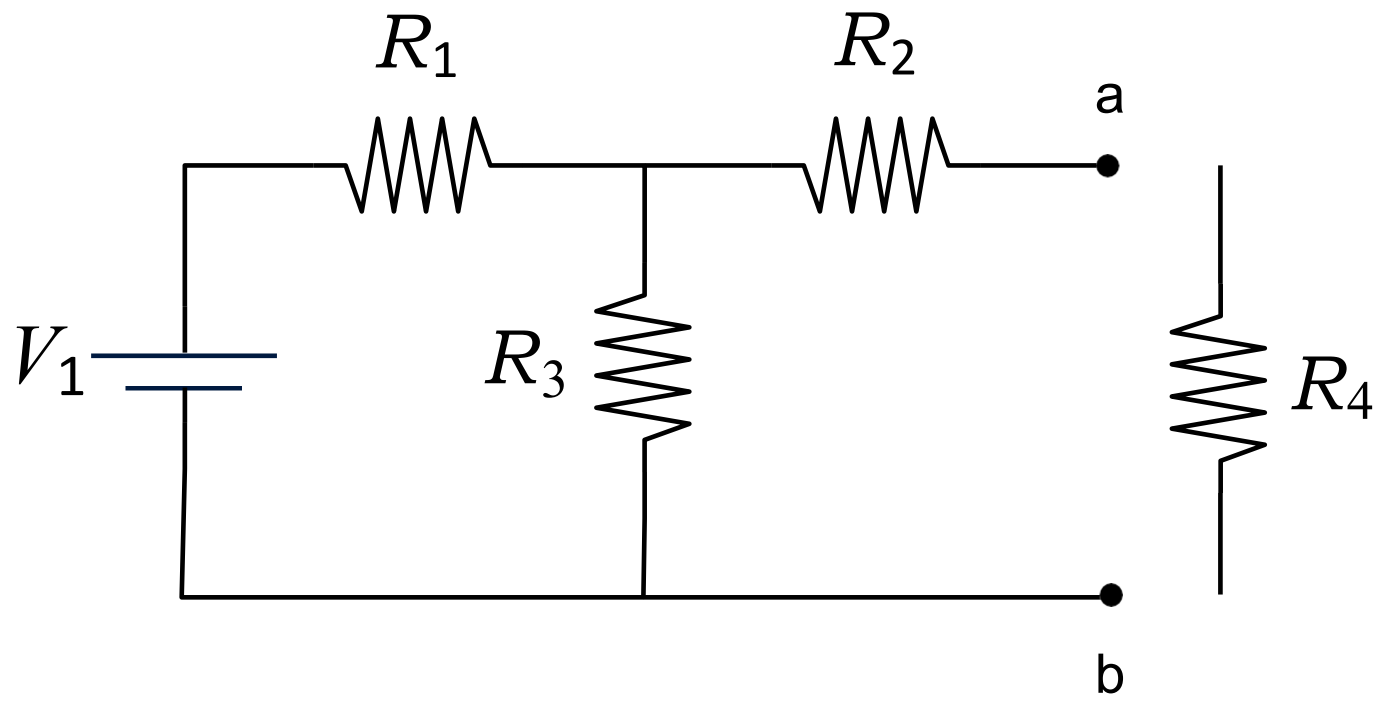
3. Encontrar V_{TH} por cualquier método de análisis de circuitos.

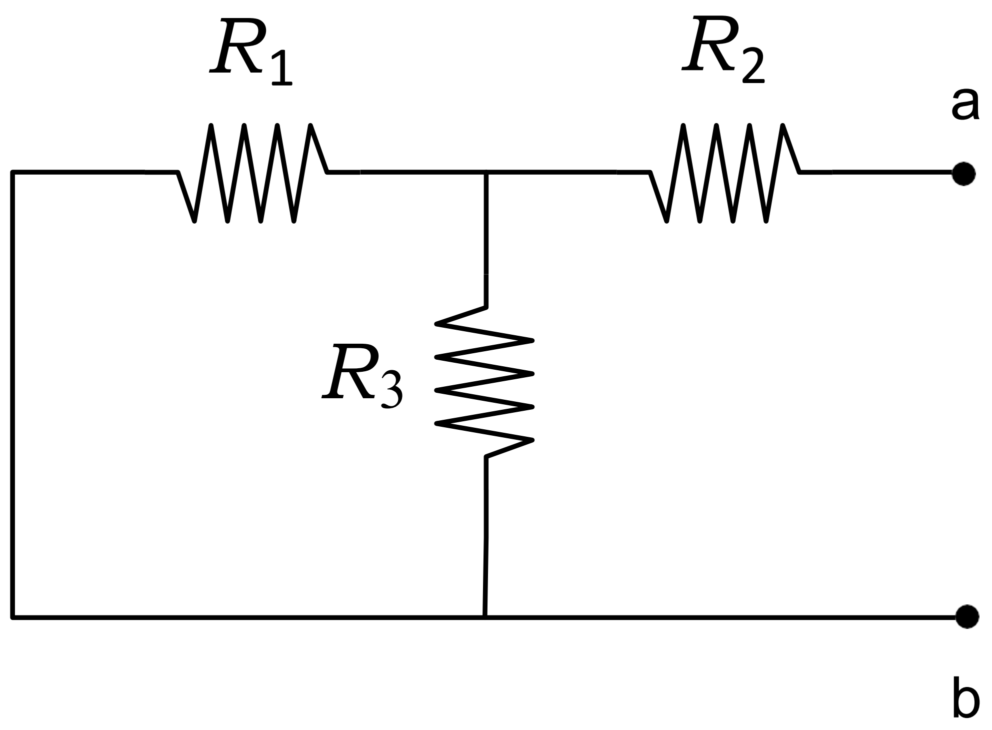




Teorema de Thevenin: Ejemplo





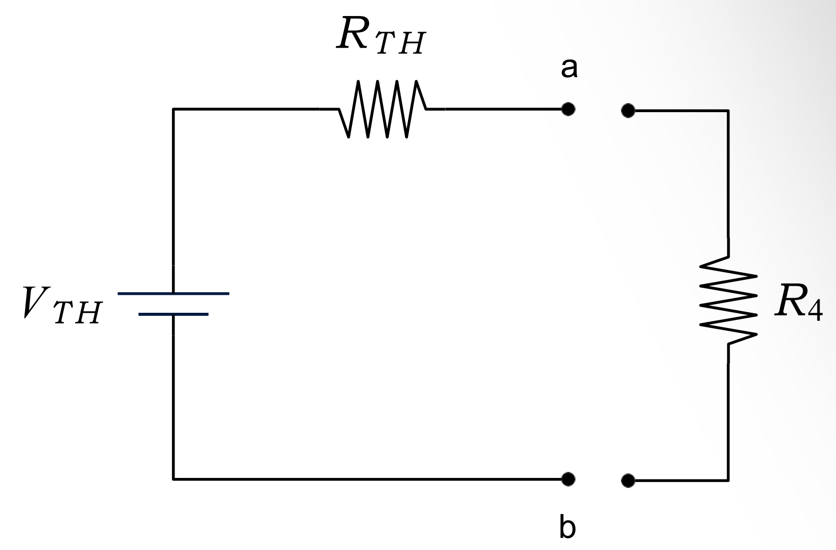


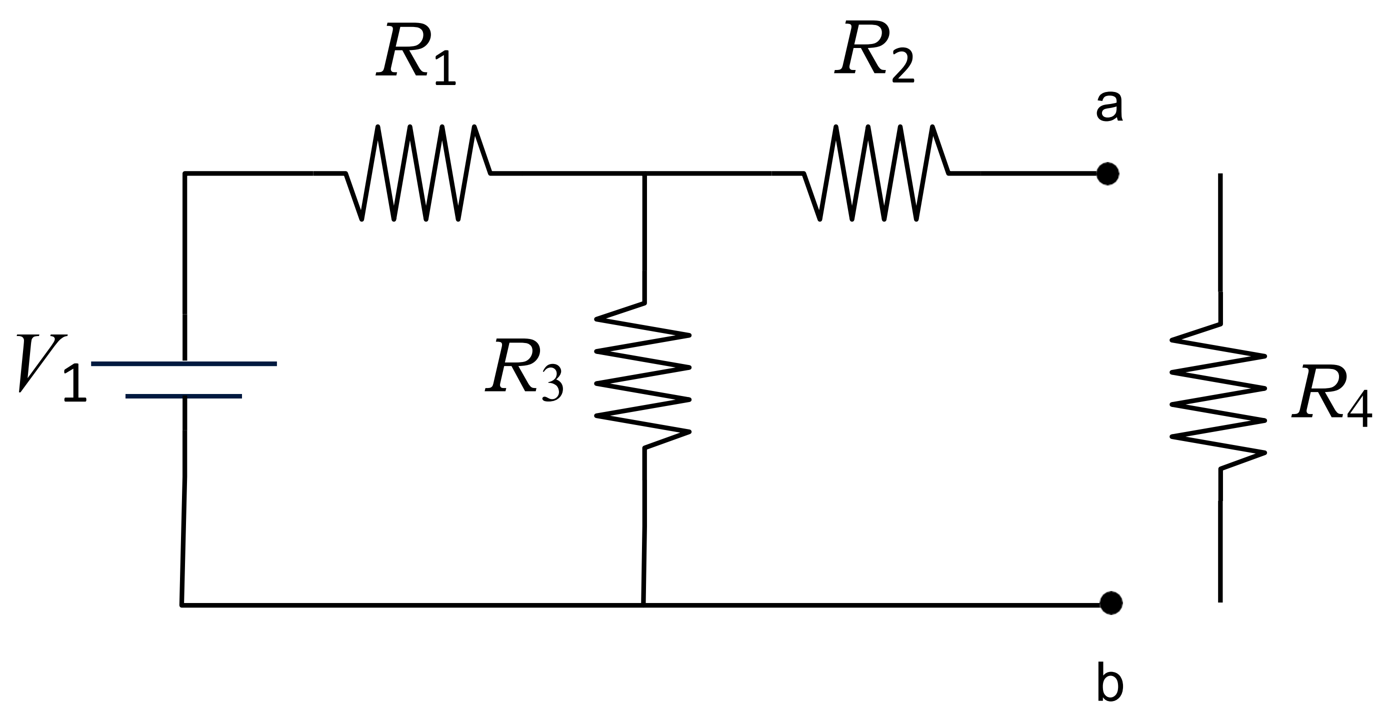
Cálculo de R_{TH}

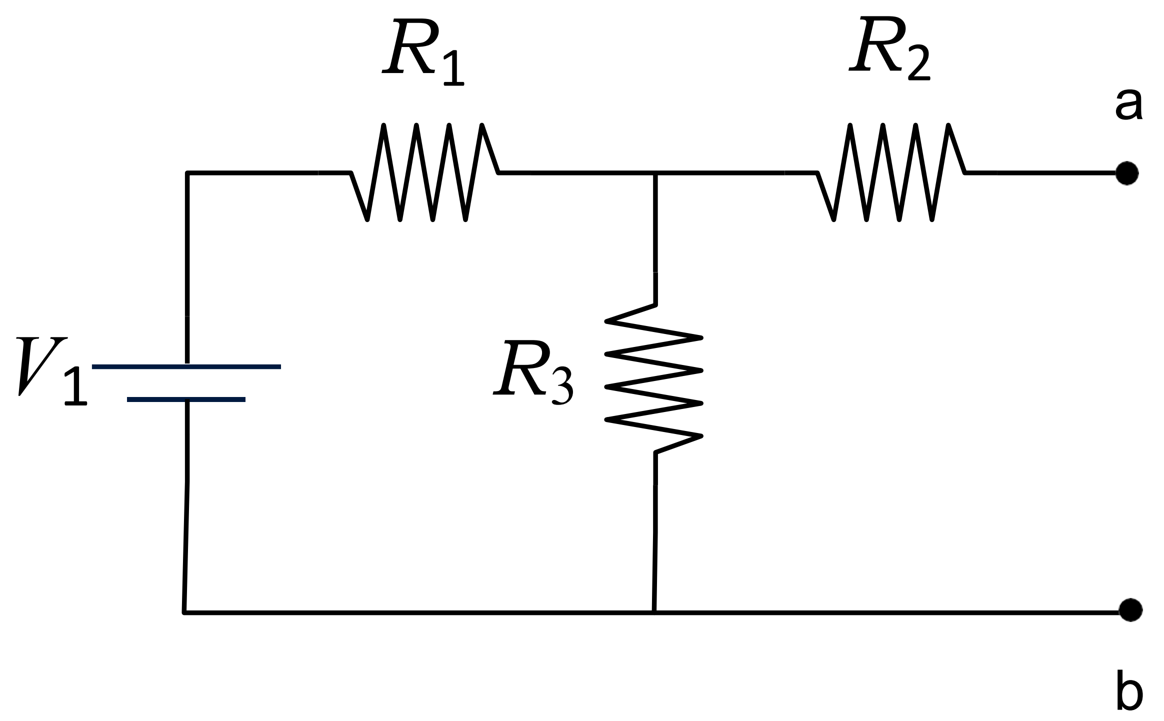
Se remueve R_4, se cortocircuita V_1

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R2$$

Teorema de Thevenin: Ejemplo







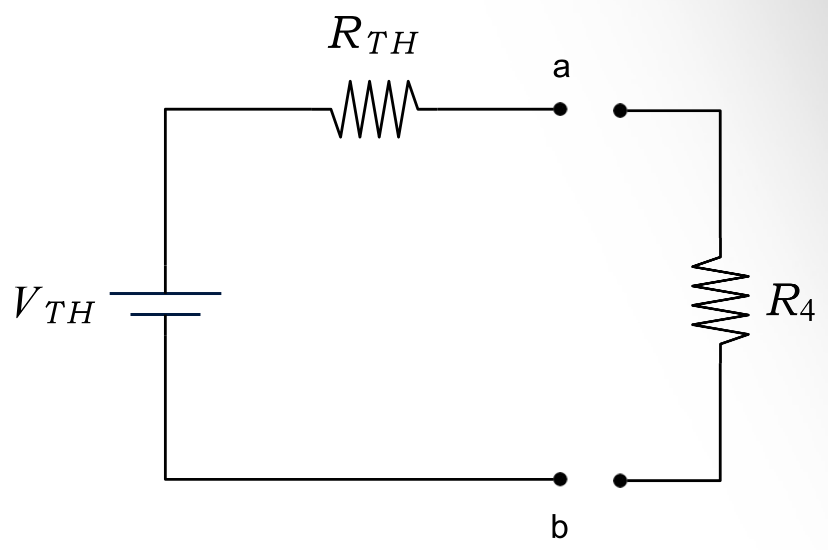
Cálculo de V_{TH} (removiendo R_4)

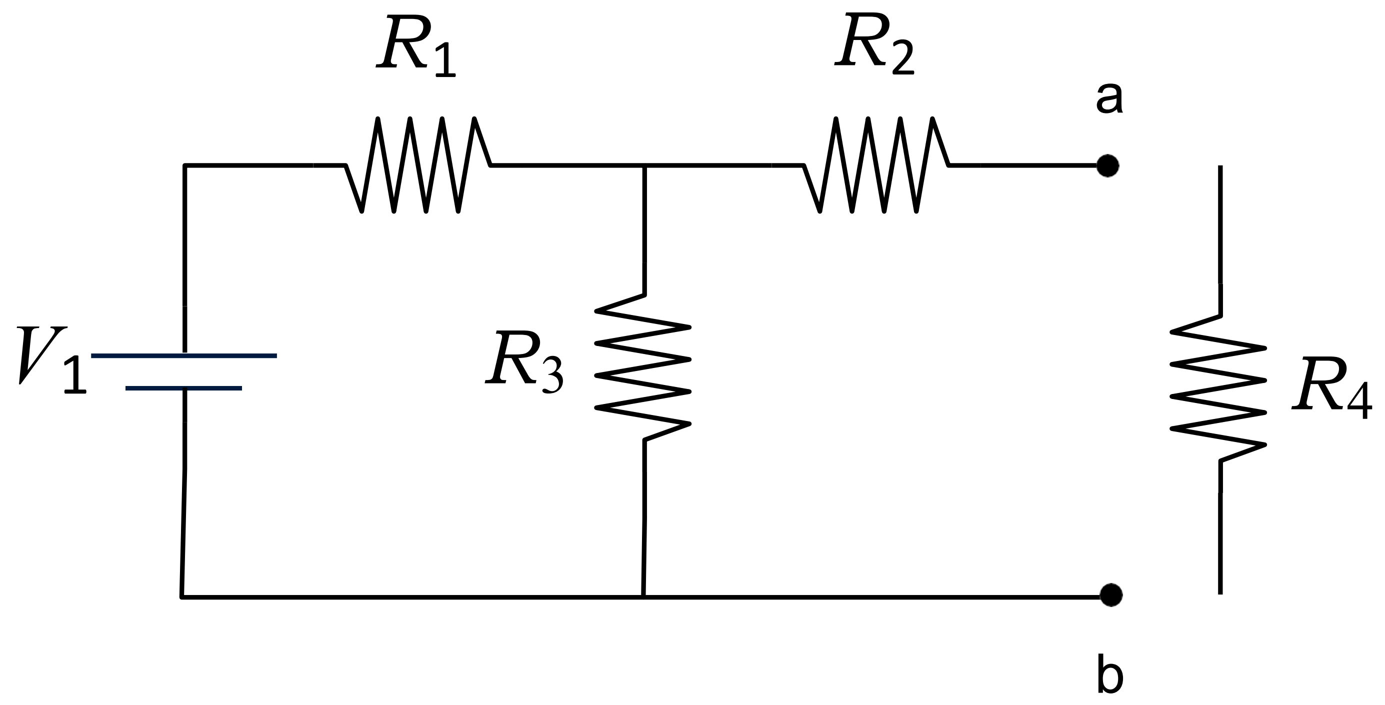
$$V_{TH} = V_a - V_b$$

$$V_a = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1 \quad \text{y} \quad V_b = 0$$

$$V_{TH} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1$$

Teorema de Thevenin: Ejemplo





$$R_{TH} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2$$

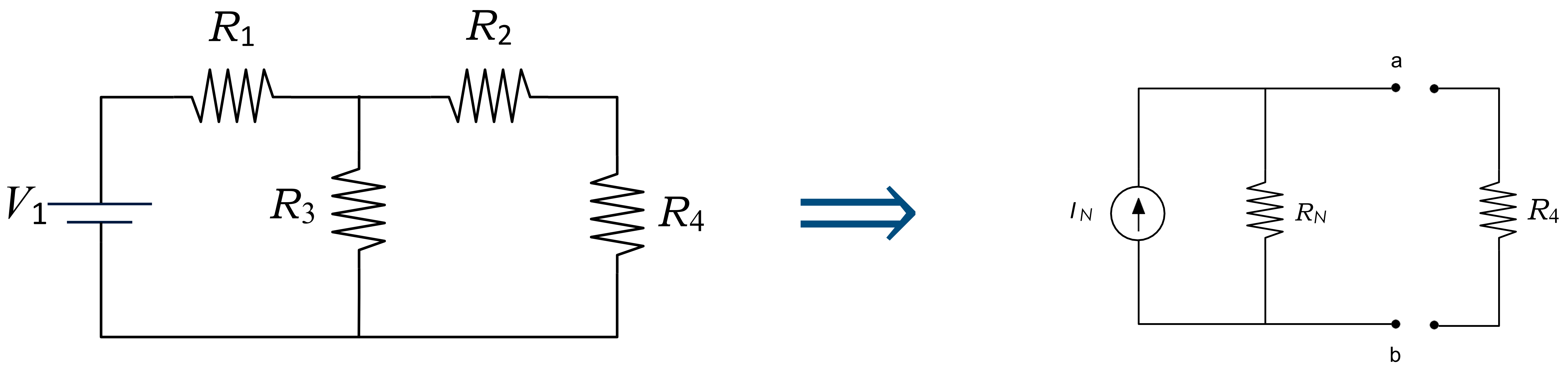
$$V_{TH} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1$$

Para simplificar, si $R_1 = R_2 = R_3 = R$, luego:

$$R_{TH} = \frac{3}{2}R \quad \text{and} \quad V_{TH} = \frac{1}{2}V_1$$

Teorema de Norton

Según el teorema de Norton, cualquier circuito lineal activo conectado a dos puntos puede ser reemplazado por un circuito equivalente que consiste en una fuente de corriente I_N en paralelo con una resistencia R_N.



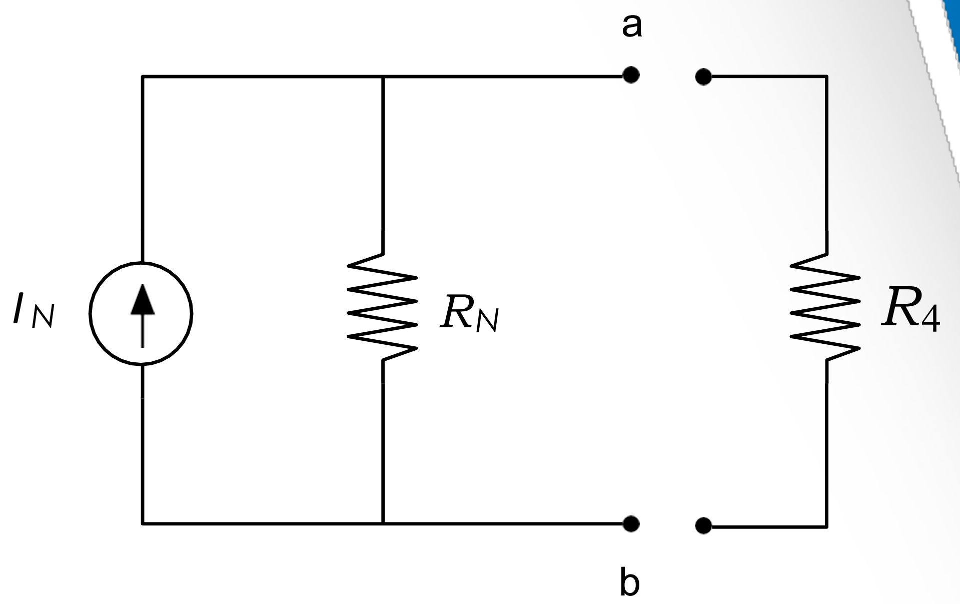
Teorema de Norton

Procedimiento:

1. Remover el resistor R_L o componente que concierne.

2. Encontrar R_N cortocircuitando todas las fuentes de voltaje y haciendo un circuito abierto todas las fuentes de corriente.

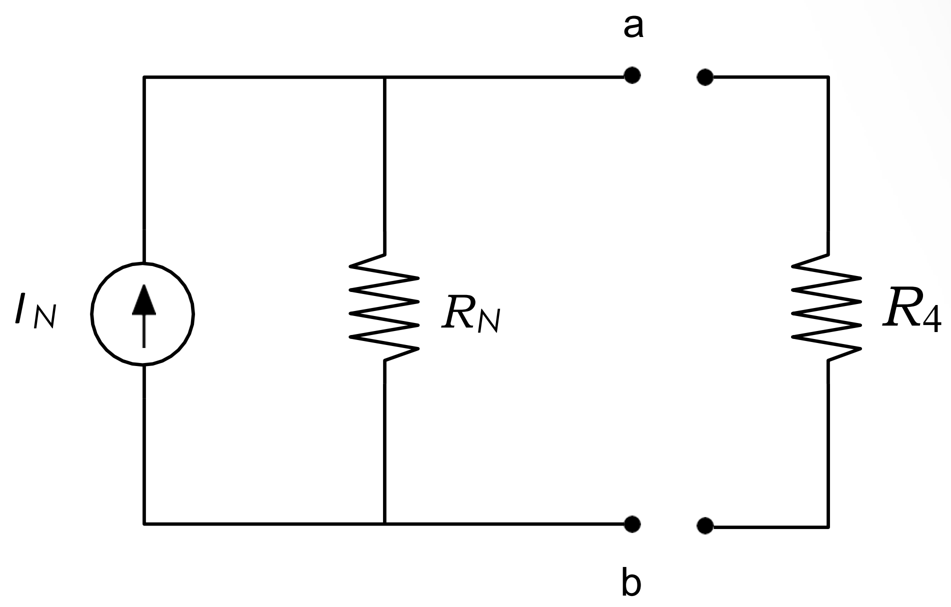
3. Encontrar I_N cortocircuitando las terminales de salida *a* y *b.*

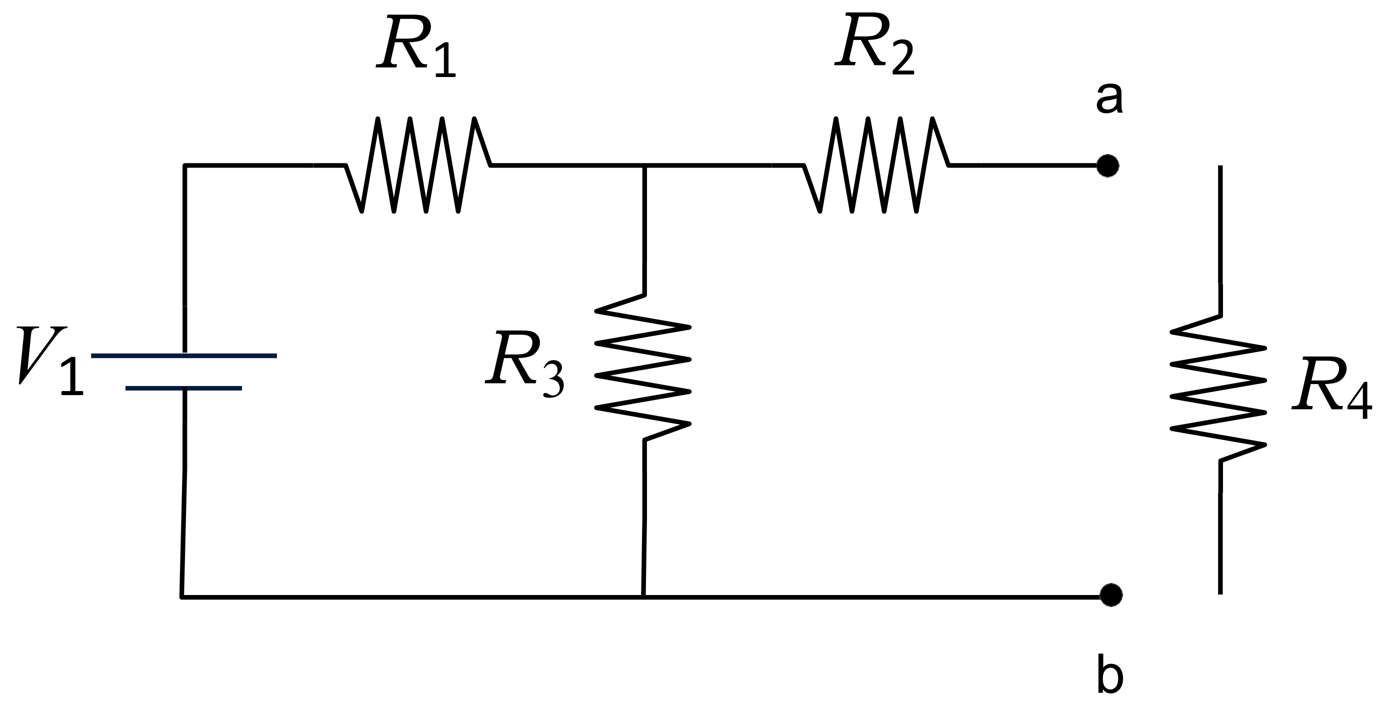


Volate source

Current source

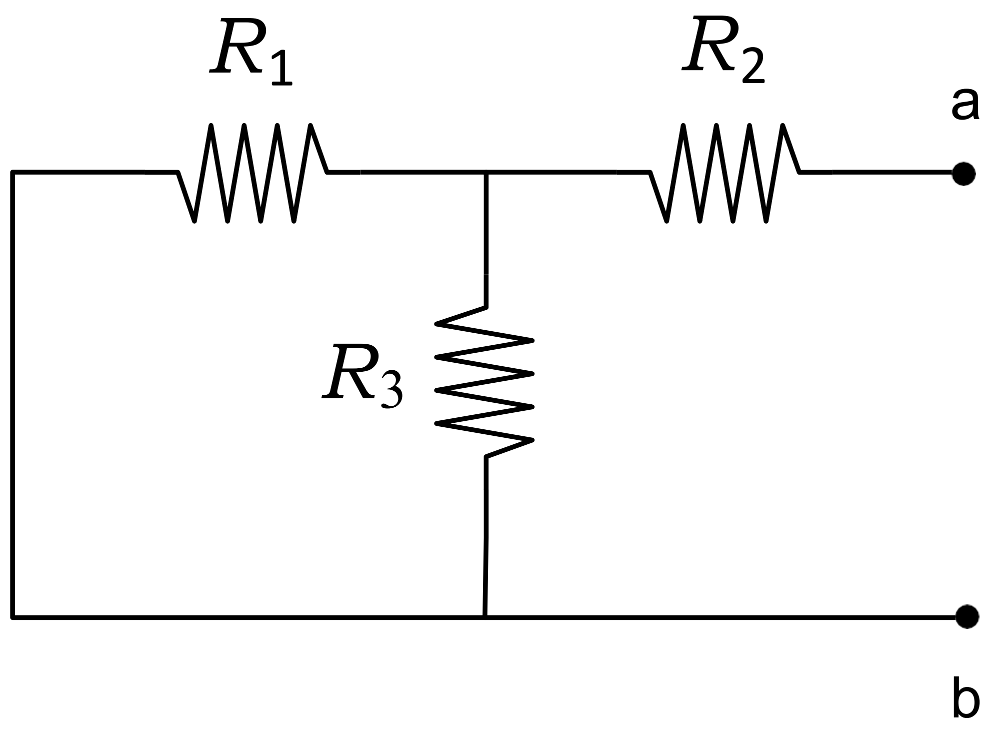
Teorema de Norton: Ejemplo



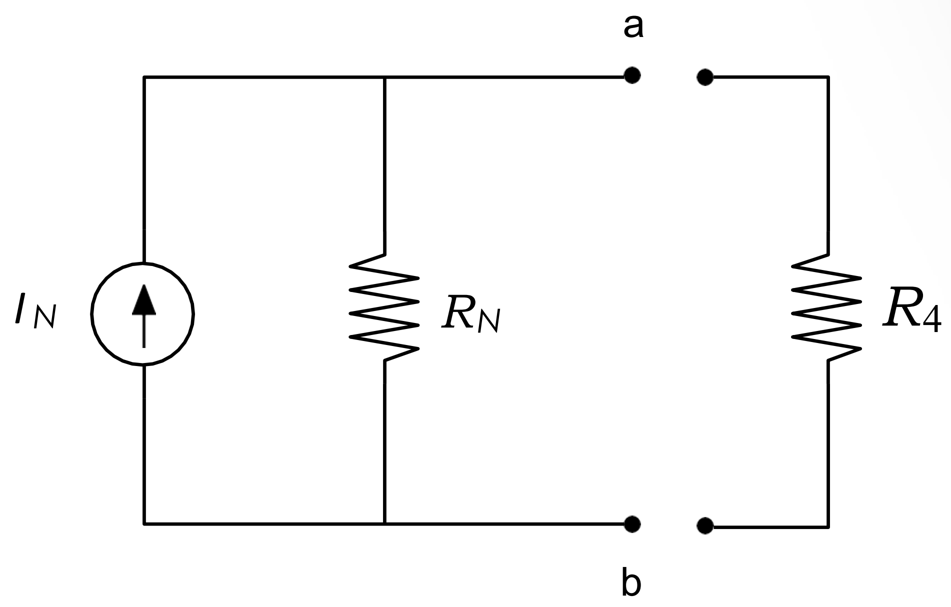


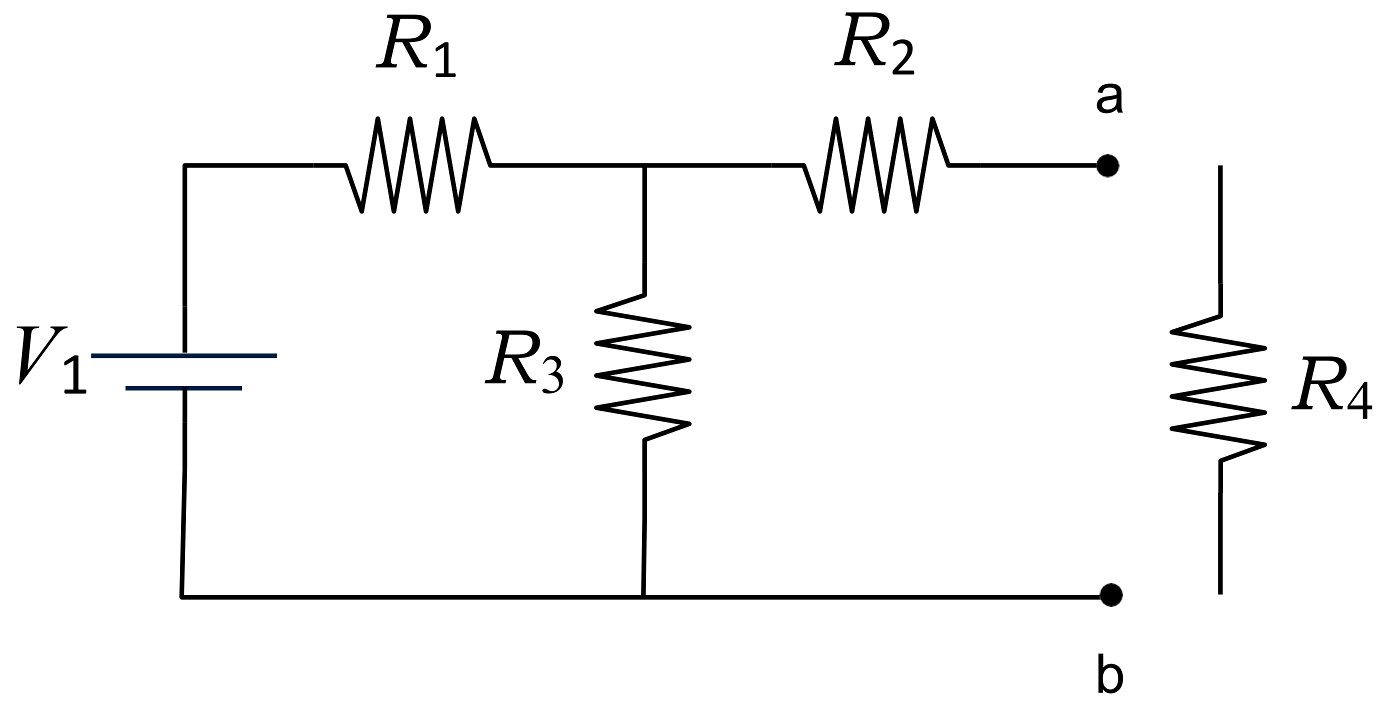
Cálculo de R_N (removiendo R_4 y cortocircuitando V_1)

$$R_N = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2$$



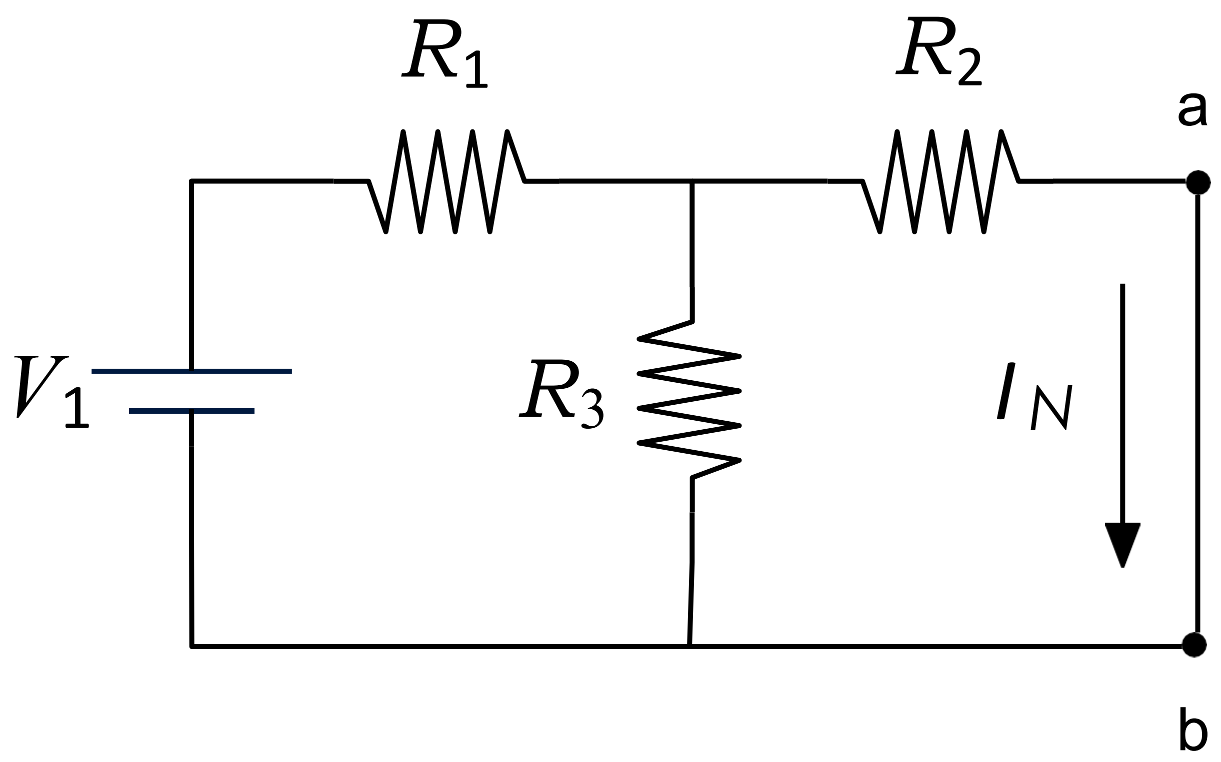
Teorema de Norton: Ejemplo



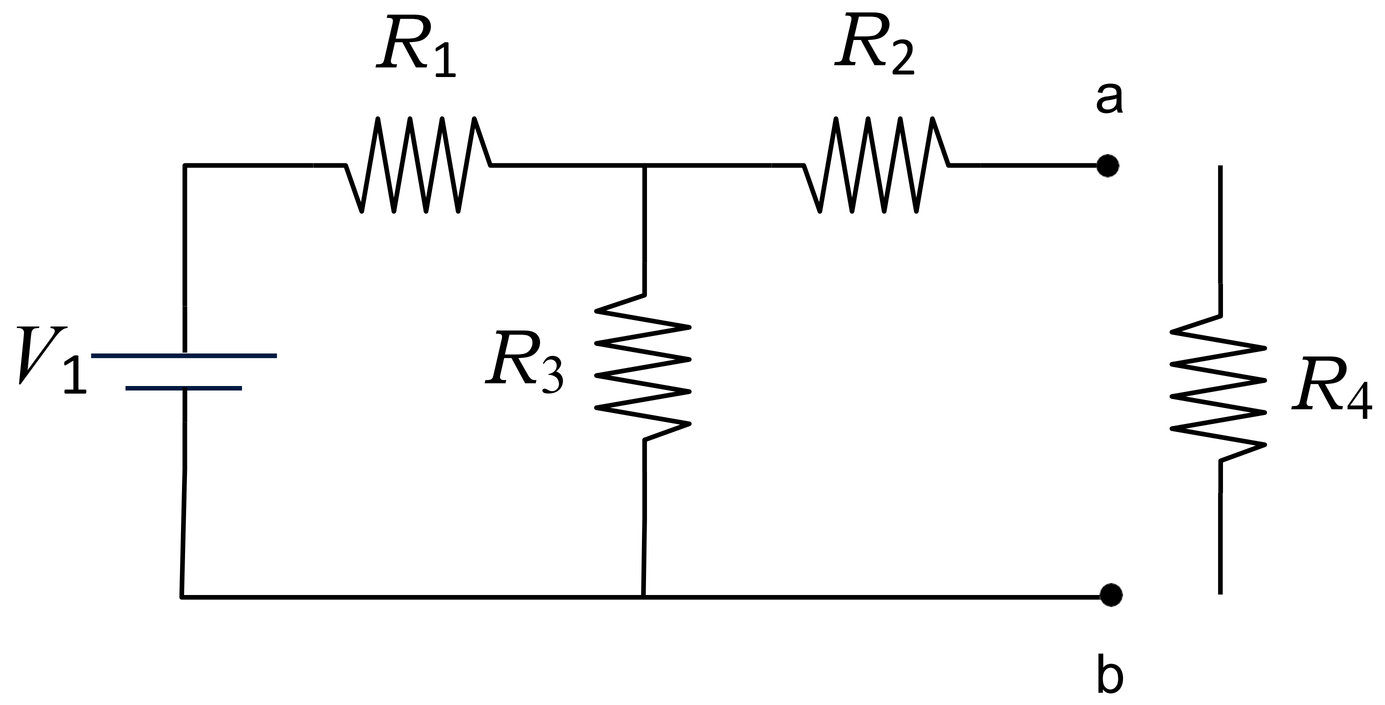


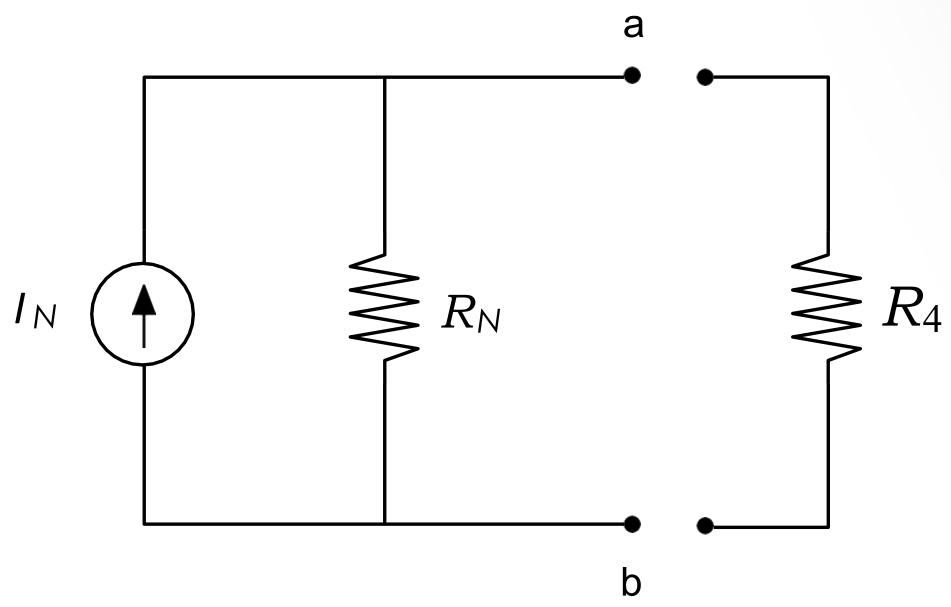
Cálculo de I_N (cortocircuitando *a* y *b*)

$$I_N = \frac{V_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$



Teorema de Norton: Ejemplo





$$I_N = \frac{V_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

$$R_N = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2$$

Para simplificar, si $R_1 = R_2 = R_3 = R$ luego:

$$R_N = \frac{3}{2} R \quad \text{and} \quad I_N = \frac{1}{3R} V_1$$

Equivalencias Thevenin - Norton

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} \implies V_{TH} = I_N R_N \qquad R_{TH} = R_N$$

$$R_{TH} = \frac{3}{2}R \quad \text{y} \quad V_{TH} = \frac{1}{2}V_1$$

$$R_N = \frac{3}{2}R \quad \text{y} \quad I_N = \frac{1}{3R}V_1$$

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = \frac{\frac{V_1}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3R}V_1$$

$$R_{TH} = I_N R_N = \frac{1}{3R} \times V_1 \frac{3R}{2} = \frac{1}{2}V_1$$