

BLOQUE I: MATEMÁTICA DISCRETA

TEMA 1

CONJUNTOS Y FUNCIONES

EJERCICIOS

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a yellow shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Ejercicio 1 Dados los conjuntos $A = \{1, \{2\}\}$ y $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, enumera cada uno de los conjuntos siguientes:

- a) $A \cup B$,
- b) $A \cap B$,
- c) $A - B$,
- d) $B - A$,
- e) $A \times B$,
- f) $(A \times B) \cap (B \times A)$

Ejercicio 2 Considera los tres conjuntos siguientes:

$$A = \{Jimena, Rodrigo\}, \quad B = \{Alfonso, Jimena\} \quad C = \{Sancho, Alfonso\}$$

e indica razonadamente si cada una de las siguientes afirmaciones es cierta o falsa.

- a) $A - (B - C) = (A - B) - C$
- b) ¿La igualdad anterior se cumpliría para conjuntos A, B, C cualesquiera?

Ejercicio 3 Demuestra si es cierto o falso que $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

Ejercicio 4 Usa las leyes de Boole para demostrar las igualdades que siguen:

- a) $(A \cup (B \cap C))^c = (C^c \cup B^c) \cap A^c$
- b) $((A \cup B)^c \cap C)^c = (C^c \cup B) \cup A^c$
- c) $(A^c \cup B) \cap A = A \cap B$
- d) $(A^c \cup B)^c \cup B = A \cup B$
- e) $(A^c)^c \cup B \cup A = A$

Ejercicio 5 Demuestra utilizando diagramas de Venn que los tres conjuntos siguientes son iguales:

$$(A \cap B) - C \quad A \cap (B - C) \quad (A - C) \cap B$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

c) Indica si f tiene inversa, y de ser así calcula la función inversa y demuestra que lo es.

Ejercicio 7 Sea $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x, y) = x \cdot y$

- a) Clasifica la aplicación.
- b) Calcula la imagen inversa $f^{-1}(\{0\})$

Ejercicio 8 Sea X un conjunto fijado. Para cada subconjunto $A \subseteq X$, la *función característica* de A se define como la función $\chi_A: X \rightarrow \{0,1\}$ definida por:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin A \\ 1 & \text{si } x \in A \end{cases}$$

Para $X = \{a, b, c\}$, determina todos los subconjuntos de X y sus correspondientes funciones características.

Ejercicio 9 Dados los conjuntos $A = \{a, b\}$ y $B = \{b, \{a, b\}, c\}$, discutir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) $A \in B$
- b) $A \subseteq B$

Ejercicio 10 Dados los conjuntos $A = \{2, \{1,2\}\}$ y $B = \{1,2, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$, discutir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- a) $A \in B$
- b) $A \subseteq B$

Ejercicio 11 Sea el conjunto $A = \{\{a\}, b, \{\{c\}\}\}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:

- a) $a \in A$
- b) $b \in A$
- c) $c \in A$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

c) $A = \{\emptyset, 5\}$

Ejercicio 13 Considera la función $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = x^2 + 1$

- a) Indica el dominio y el rango de f .
- b) Clasifica f .

Ejercicio 14 Considera los siguientes conjuntos de números naturales: A está formado por los múltiplos de 6, B por los múltiplos de 10 y C por los múltiplos de 60. Probar o refutar cada una de las siguientes igualdades:

- a) $A \cup B = C$
- b) $A \cap B = C$
- c) $A - C = B$

Ejercicio 15 Demuestra la validez de las siguientes igualdades entre conjuntos:

- a) $A - (B \cup C) = (A - B) - C$
- b) $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$
- c) $(A - B) - C = (A - C) - B$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70