



TEMA 3

TRABAJO EN TERMODINÁMICA

1. INTRODUCCIÓN

2. DEFINICIÓN DE TRABAJO EN TERMODINÁMICA

3. EVALUACIÓN DE LA ENERGÍA PUESTA EN JUEGO EN DIFERENTES SISTEMAS TERMODINÁMICOS

*(Sistema hidrostático; hilo tenso o goma elástica; lámina superficial,
pila eléctrica; sólido paramagnético)*

4. EXPRESIÓN GENERAL DEL TRABAJO



REFERENCIAS

- * *C. Fernández Pineda, S. Velasco Maíllo (Termodinámica) (2009): **Capítulo 3***
- * *M.W. Zemansky y R.H. Dittman (Calor y Termodinámica): **Capítulo 4***
- * *J. Aguilar Peris (Curso de Termodinámica): **Capítulo 3***



1. INTRODUCCIÓN

- Conceptos iniciales (Tema 1):

Objetivos de la Termodinámica; Sistemas termodinámicos;

Paredes y ligaduras termodinámicas; Descripción del estado termodinámico;

Estado de equilibrio termodinámico; Procesos termodinámicos.

- Postulados iniciales. Temperatura (Tema 2):

Primer Postulado: (Principio General de la Termodinámica)

Segundo Postulado: (Principio Cero)

- *Temperatura empírica. Escalas termométricas. Termómetros*

⇒ Primer Principio de la Termodinámica (Ley de conservación de la Energía)





2. DEFINICIÓN DE TRABAJO EN TERMODINÁMICA

* FÍSICA GENERAL: *Sistemas mecánicos*

- Trabajo mecánico: $W = \text{cantidad de energía intercambiada}$

Si \vec{F} es constante: $W = \vec{F} \cdot \vec{X}$

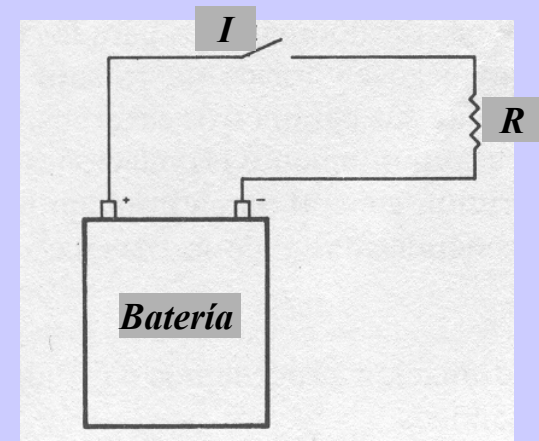
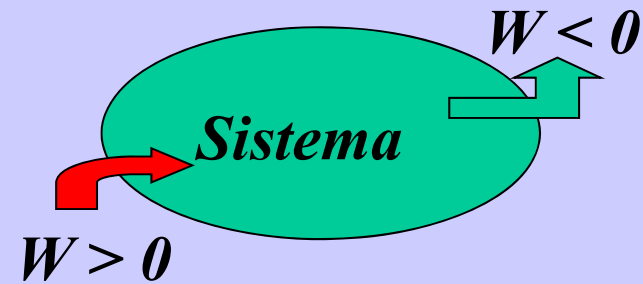
Si \vec{F} es variables en X : $W = \int_{X_1}^{X_2} \vec{F} \cdot d\vec{X}$

- Trabajo eléctrico:

Si \vec{E} es constante: $W = q\vec{E} \cdot \vec{X}$

Si \vec{E} es variable: $W = \int_{X_1}^{X_2} q\vec{E} \cdot d\vec{X}$

- Trabajo magnético: $W = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{X}$



\Rightarrow Trabajo: “Energía en tránsito como consecuencia de una variación de los parámetros externos del sistema”.

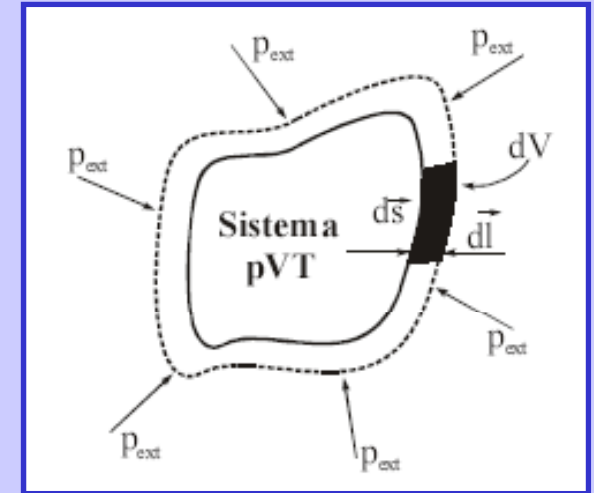


*** Expansión de un sistema PVT**

$$|d\vec{f}| = P_{ext} |d\vec{s}|$$

Trabajo: $\delta W = P_{ext} |d\vec{s}| |d\vec{l}| = P_{ext} |dV|$

$P_{ext} > 0; dV > 0 \rightarrow \delta W > 0$ (En contra del convenio de signos)



En una expansión es el sistema el que cede energía en forma de trabajo al exterior

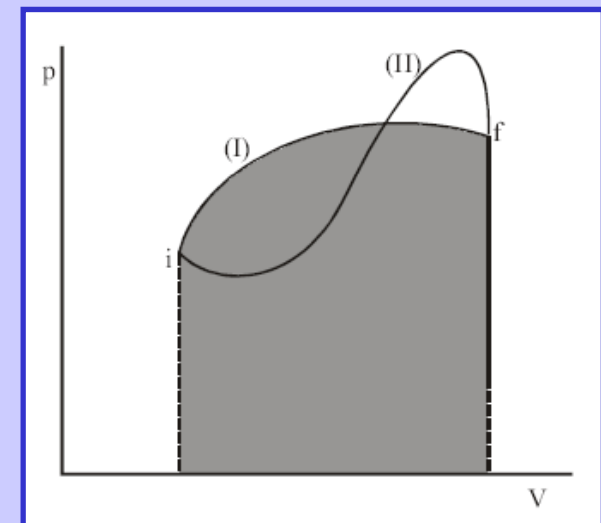
\leftrightarrow **Signo negativo**

\Rightarrow **El trabajo elemental en el sistema PVT:** $\delta W = -P_{ext} |dV|$

*** Proceso finito:** $W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} |dV|$

*** Proceso cuasietático:** $P_{ext} = P \Rightarrow W = - \int_{V_i}^{V_f} P |dV|$

\Rightarrow **El trabajo no es una función de estado**





* PROCESOS CUASIESTÁTICOS:

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P |dV|$$

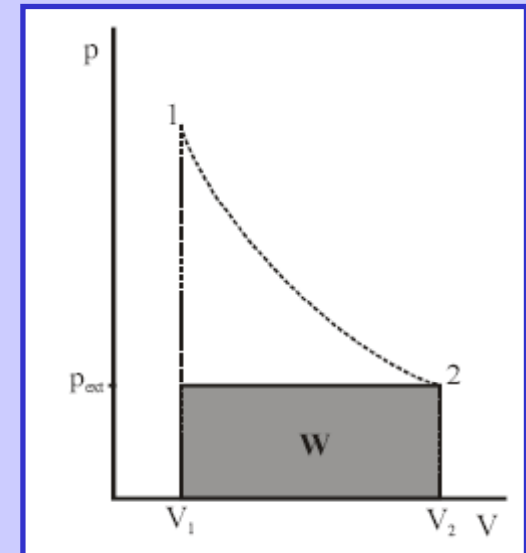
- *Proceso isócoro ($V=Cte$)* $\rightarrow W = - \int_{V_i}^{V_f} P |dV| = 0$
- *Proceso isobárico ($P=Cte$)* $\rightarrow W = -P \int_{V_i}^{V_f} |dV| = -P(V_f - V_i)$
- *Proceso isotermo ($T=Cte$)* $\rightarrow W = -C(T) \int_{V_1}^{V_2} \frac{|dV|}{V} = -C(T) \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

* PROCESOS NO ESTÁTICOS:

Expansión brusca e isoterma de un gas contra una presión exterior constante:

\rightarrow *Expansión desde un estado (P_1, V_1) contra P_{ext} hasta un volumen V_2 :*

$$W = -P_{ext} \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_{ext} (V_2 - V_1)$$





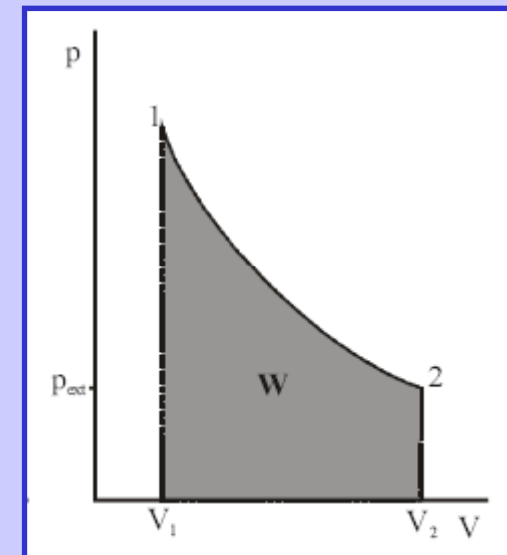
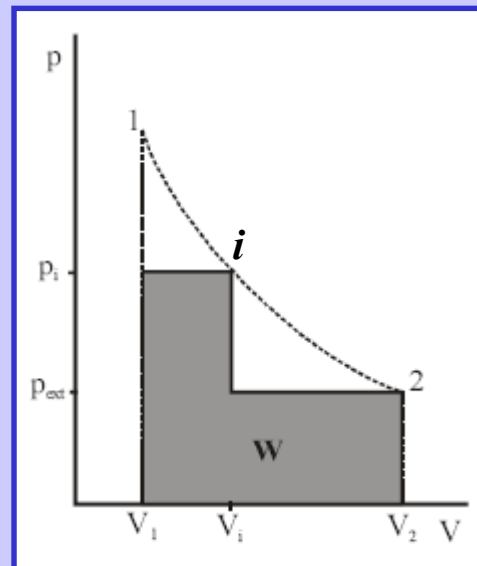
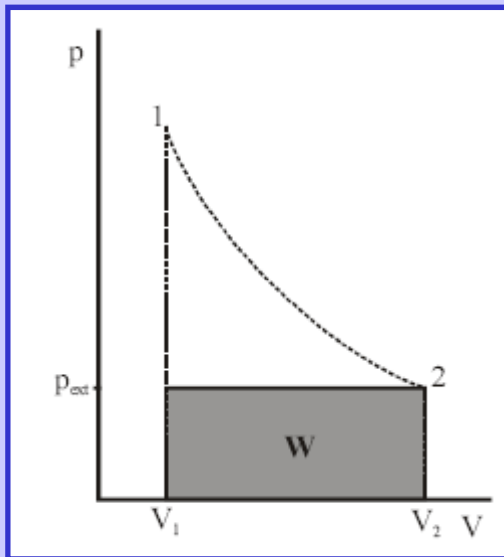
⇒ **Expansión brusca en dos etapas:**

* **Estado inicial (1) → Estado intermedio (i) de equilibrio:**

$$W_1[(P_1, V_1) \rightarrow (P_i, V_i)] = -P_i(V_i - V_1)$$

* **Estado intermedio (i) → Estado final (2):** $W_2[(P_i, V_i) \rightarrow (P_{ext}, V_2)] = -P_{ext}(V_2 - V_i)$

Trabajo total: $W = W_1 + W_2$



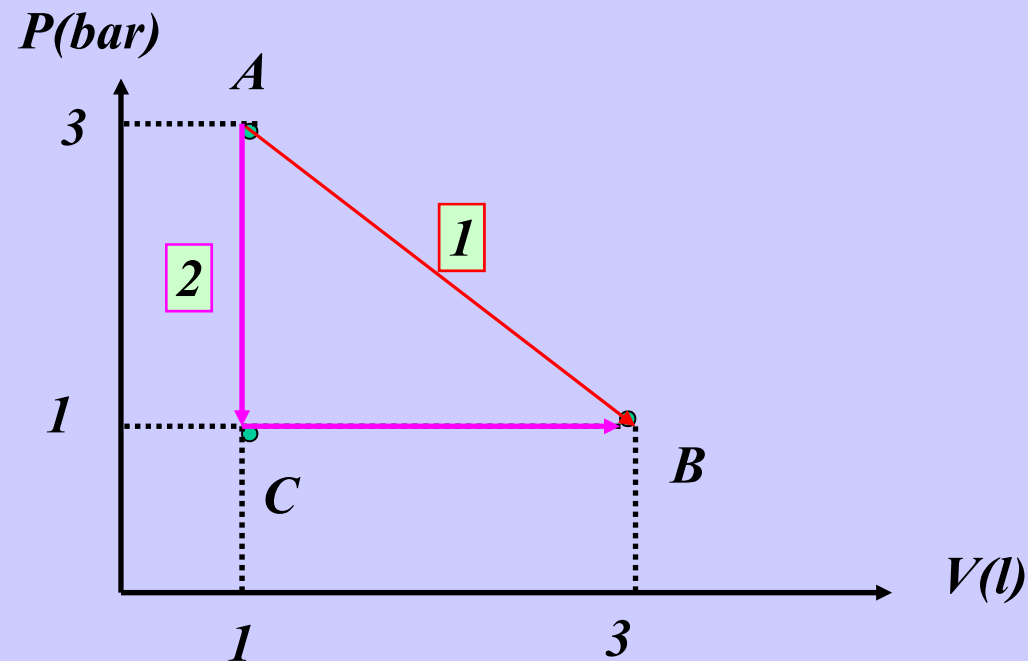
- **Si aumenta el número de estados de equilibrio intermedios, el trabajo crecerá ⇒**
Expansión isoterma cuasiestática del gas contra una presión exterior P_{ext} cste.
→ **Trabajo máximo (Proceso cuasiestático)**



* *Considérense tres estado de equilibrio A (3 bar, 1 l), B (1 bar, 3 l) y C (1 bar, 1 l) de cierto sistema hidrostático. Calcule el trabajo realizado por el sistema cuando pasa del estado A al B a través de cada una de las siguientes trayectorias del plano*

PV: 1- Línea recta uniendo A con B

2- Proceso isócoro (AC), seguido de proceso isóbaro (CB)





3. EVALUACIÓN DE LA ENERGÍA PUESTA EN JUEGO EN DIFERENTES SISTEMAS TERMODINÁMICOS

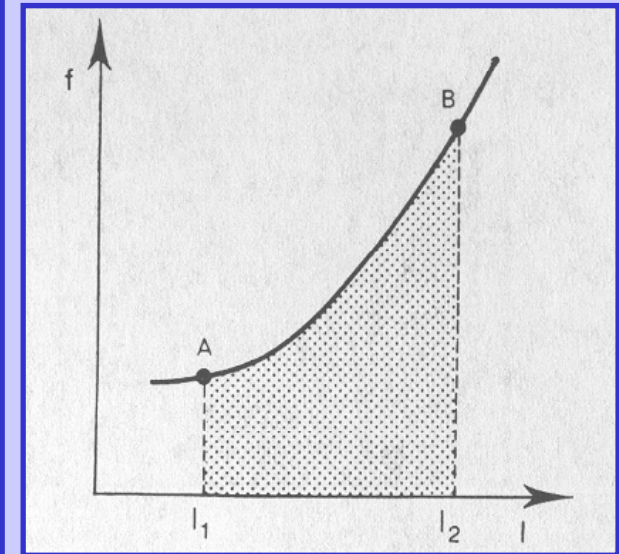
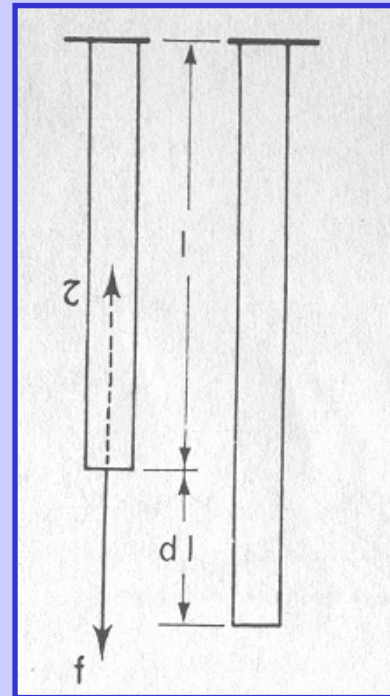
* Hilo tenso o goma elástica:

⇒ *Trabajo elemental en el proceso sin variación de volumen a una temp. T:*

$$\delta W = f \, dl$$

f: Fuerza exterior de tracción

dl: Desplazamiento



T: Cste

⇒ *Transformación finita:* $W = \int_{l_1}^{l_2} f \, dl$

⇒ *Si existe variación de volumen:* $\delta W = -P \, dV + f \, dl$



** Un muelle está sujeto por su extremo superior y tiene una longitud, $l_0=150$ mm cuando está descargado. Al colgar una masa $m = 10$ kg, del extremo inferior el muelle se estira hasta alcanzar una longitud $l=205$ mm después de amortiguar su movimiento. Determinar:*

1- El trabajo sobre el muelle cuando se cuelga una sola pesa, $m=10$ kg

2- El trabajo sobre el muelle cuando se cuelgan sucesivamente cuatro pesas de masa $m'=2.5$ kg

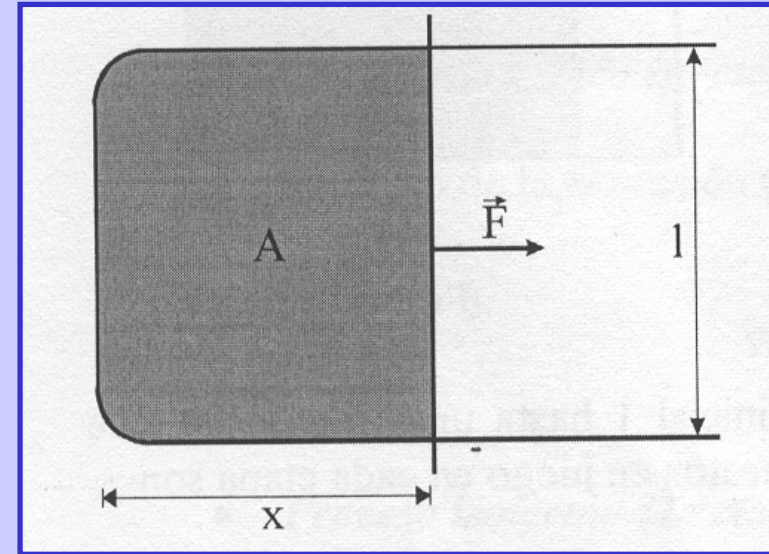
3- El trabajo sobre el muelle al cargar los 10 kg cuasiestáticamente.



* Lámina superficial:

$$\vec{F} = 2\sigma l \vec{i}$$

σ : *tensión superficial*



(Agua jabonosa+bastidor a una temperatura T)

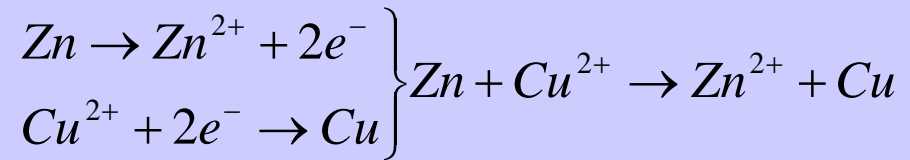
\Rightarrow Si se realiza un desplazamiento dx : $\delta W = 2\sigma l dx = \sigma dA$

dA : *Variación elemental sufrida por el área de la lámina superficial*

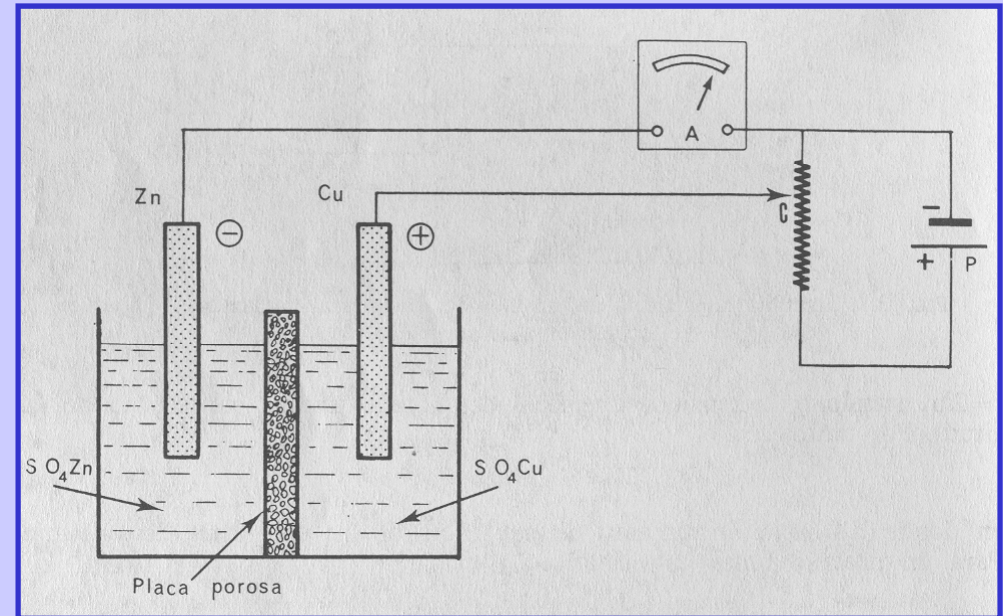
\Rightarrow *Proceso finito:* $W = \int_{A_1}^{A_2} \sigma dA$



* Pila eléctrica reversible:



$$\delta W = \varepsilon dq$$



dq: Cantidad elemental de carga que atraviesa la pila

ε: Fuerza electromotriz (f.e.m)

$$\Rightarrow \text{Proceso finito: } W = \int_{q_1}^{q_2} \varepsilon dq \quad \Leftrightarrow W = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \varepsilon i d\tau$$

i: Intensidad de corriente

τ: Tiempo transcurrido en el proceso



** Para alimentar energéticamente cierto mecanismo se realiza el siguiente ciclo mecánico: Se sube cuasiestáticamente un cuerpo, $m=10$ kg, a una altura $h=512$ cm mediante un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha=20^\circ$, con la horizontal y sobre el que desliza el cuerpo con un coeficiente de rozamiento $\mu = 0.23$. Una vez subido el cuerpo, se deja caer libremente a su nivel primitivo extrayéndose entonces su cambio de energía potencial para alimentar el mecanismo. El proceso de subida y de bajada se repite continuamente. Determinar el trabajo neto puesto en juego en cada ciclo mecánico.*



* Sistemas magnéticos (sólido paramagnético)

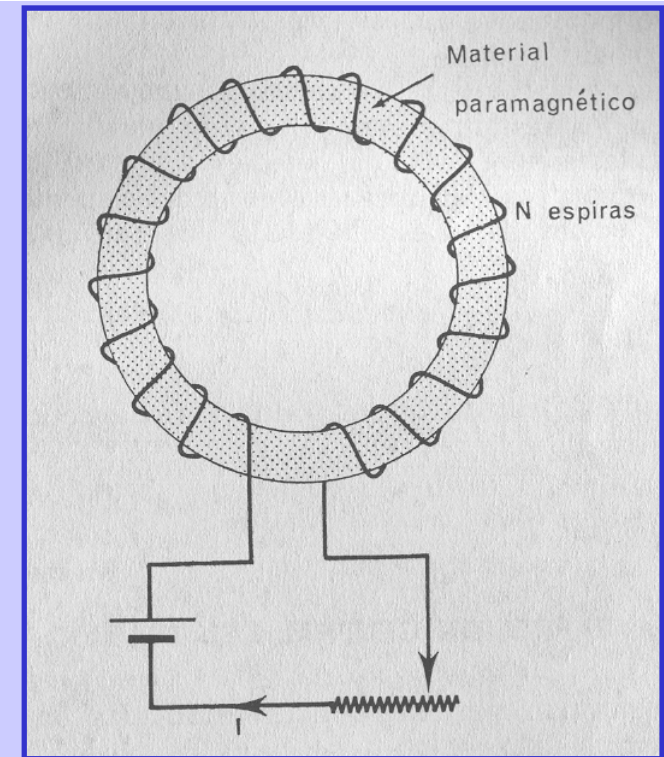
i : Intensidad de corriente \rightarrow Campo magnético \vec{B}

\rightarrow *Orientación de los momentos magnéticos de las moléculas del sólido paramagnético*

\rightarrow *Momento magnético total \vec{M}*

Imantación o magnetización \vec{J} .
$$\vec{J} = \frac{\vec{M}}{V}$$

V : Volumen del material paramagnético



\rightarrow *Flujo magnético que atraviesa el arrollamiento:*
$$\phi = S |\vec{B}|$$

\rightarrow *Fuerza contraelectromotriz (ε_i):*
(Ley de Lenz)
$$\varepsilon_i = -N \frac{d\phi}{dt} = -N S \frac{d|\vec{B}|}{dt}$$

$$\delta W = -\varepsilon_i dq = N S \frac{d|\vec{B}|}{dt} dq = N S d|\vec{B}| i$$

\rightarrow *El vector excitación o inducción magnético (\vec{H}):*
$$|\vec{H}| = \frac{N S i}{V} \Rightarrow \delta W = V |\vec{H}| d|\vec{B}|$$

 \vec{B}

Campo magnético exterior

$$\vec{B}_{ext} = \mu_0 \vec{H}$$

Dipolos magnéticos

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$$

μ_0 : *Permeabilidad magnética del vacío* = $4\pi 10^{-7}$ henrios/m

$$\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}' = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad \delta W = V |\vec{H}| d|\vec{B}|$$

$$\delta W = V H \mu_0 dH + V H \mu_0 dJ$$

$$\Rightarrow \delta W = VH dB_{ext} + B_{ext} dM$$

\Rightarrow *Trabajo de imanación de un sólido paramagnético:* $\delta W = B_{ext} dM$

* *Proceso finito:*
$$W = \int_{M_1}^{M_2} B_{ext} dM$$

Nota: *En algunos libros de texto la nomenclatura se modifica ligeramente:*

$$W = \int_{M_1}^{M_2} B_{ext} dM = \int_{M_1}^{M_2} H \mu_0 dM = \int_{M_1}^{M_2} H d\underline{M}$$

μ_0 *se incluye junto con el momento magnético total*



** Un sólido paramagnético ideal adquiere, reversiblemente, una imanación M en presencia de un campo magnético externo variable. La temperatura del sólido varía durante la imanación según la ley:*

$$T = T_0 e^{kM^2}$$

siendo k una constante.

¿Cuál es el trabajo realizado, expresado en términos de T , en dicho proceso?

Datos: Ley de Curie: $T=C H / M$



** Una muestra de Bismuto de masa $m=27.3$ g, cuya susceptibilidad magnética a la temperatura ambiente es $\chi = -1.32 \cdot 10^{-5}$, se introduce en un solenoide que crea un campo de inducción magnética uniforme de $B=10$ T.*

Determinar la imanación final de la muestra y el trabajo que realiza.

Datos: Permeabilidad del vacío: $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ TmA⁻¹

Densidad del bismuto: $\rho=9.8$ g/cm³.



4. EXPRESIÓN GENERAL DEL TRABAJO

Sistema	Fuerza generalizada (Y_i) (Variable intensiva)	Desplazamiento generalizado (x_i) (Variable extensiva)	Trabajo elemental δW
Hidrostático o PVT	Presión ($-P$)	Volumen (V)	$-P.dV$
Hilo tenso	Tensión (τ)	Longitud (l)	$\tau.dl$
Lámina superficial	Tensión superficial (σ)	Superficie (A)	$\sigma.dA$
Pila eléctrica	F.e.m. (ε)	Carga (q)	$\varepsilon.dq$
Sólido paramagnético	Campo magnético exterior (B_{ext})	Momento magnético total (M)	$B_{ext}.dM$
Sistema simple	Fuerza generalizada (Y)	Despl. generalizado (x)	$Y.dx$
Sistema compuesto	Fuerzas generalizadas (Y_1, Y_2, \dots)	Desplazamientos generalizados (x_1, x_2, \dots)	$\sum Y_i . dx_i$



Conclusiones

- Aunque las parejas de variables que aparecen en las expresiones del trabajo son de naturaleza y unidades muy diversas, el producto de ambas tiene unidades de energía
- Producto de una variable intensiva ($p, \tau, \sigma, \varepsilon, B_{ext}, H$) por la diferencial de otra extensiva (V, l, A, q, M).
- Variable intensiva \Leftrightarrow causa. “Fuerzas generalizadas”
Variable extensiva \Leftrightarrow efecto. “Desplazamiento generalizados”
- Expresión general del trabajo: $\delta W = Y \cdot dx$

* Proceso finito:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} Y \cdot dx$$