Electrónica de Comunicaciones

81.515

Grau de Tecnologías de Telecomunicación

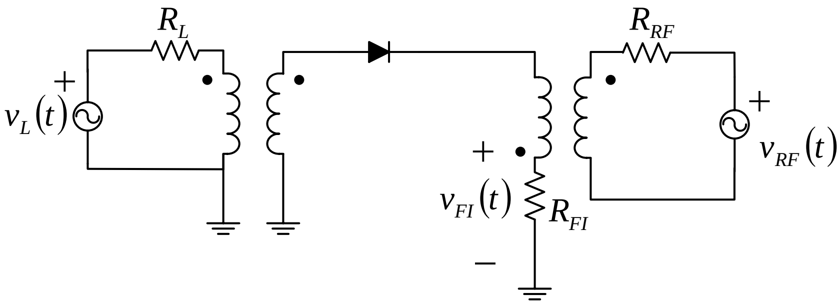
COLECCIÓN DE PROBLEMAS

MÓDULO 2

Enunciados

Ejercicio 1 (Actividad 1)

Sea el siguiente circuito mezclador. Obtened las expresiones de la ganancia de conversión y el aislamiento entre las puertas de RF-FI y OL-FI. Justificad todas las hipótesis.



Datos:

$$V_L(t) = V_L sign[\cos\omega_L t]$$

$$V_{RF}(t) = A(t)\cos\omega_{RF} t$$

$$\omega_{FI} = |\omega_L - \omega_{RF}|$$

$$sign[\cos\omega_L t] = \begin{cases} 1 & \cos\omega_L t \geq 0 \\ -1 & \cos\omega_L t < 0 \end{cases}$$

$$sign[\cos\omega_L t] = \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_L t}{2n+1}$$

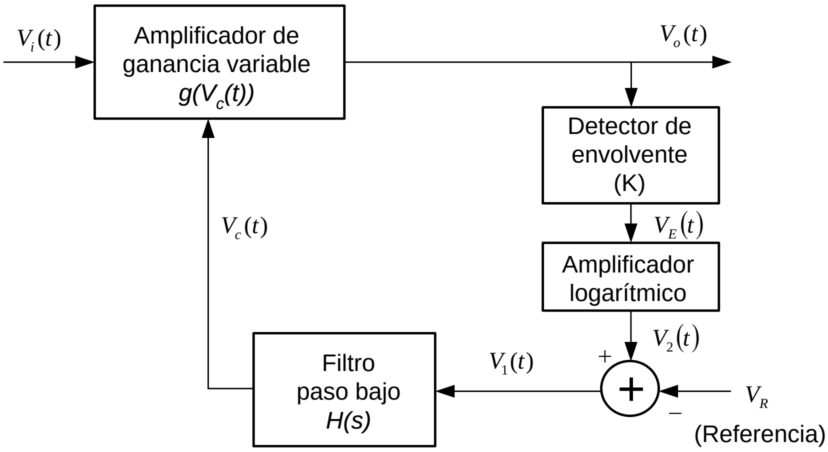
$$P(t) = \begin{cases} 1 & \cos\omega_i t > 0 \\ 0 & \cos\omega_i t < 0 \end{cases}$$

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_i t}{2n+1}$$

Considerad que el transformador es ideal, que las entradas están adaptadas y que $V_L >> \max|A(t)|$. Suponed que el diodo tiene una resistencia interna r_d.

Ejercicio 2

El esquema siguiente se comporta como un circuito de control automático de ganancia (CAG).



Donde la entrada y salida tienen la siguiente forma:

$$V_i(t) = x(t)\cos(\omega_o t + \phi(t))$$

$$V_o(t) = y(t)\cos(\omega_o t + \phi(t))$$

La ganancia del amplificador de ganancia variable es:

$$g[V_c(t)] = Ge^{-\alpha V_c(t)}$$

K es la ganancia del detector de envolvente.

La señal de salida del amplificador de ganancia logarítmica es:

$$V_2(t) = \ln(V_E(t))$$

a. Comprobad que la relación entre envolventes expresada en decibelios responde a la expresión. (Suponed G=1 y K=1)

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{[1+\alpha H(s)]}$$

b. Suponed que el filtro paso bajo, H(s), tiene una función de transferencia:

$$H(s) = \frac{A}{s}$$

Obtened y representad gráficamente la respuesta en frecuencia del CAG en escala logarítmica.

c. Cuál sería la respuesta del circuito si se produce un cambio en forma de salto de 1 dB (escalón unitario) en la amplitud de la señal de entrada.

Datos:

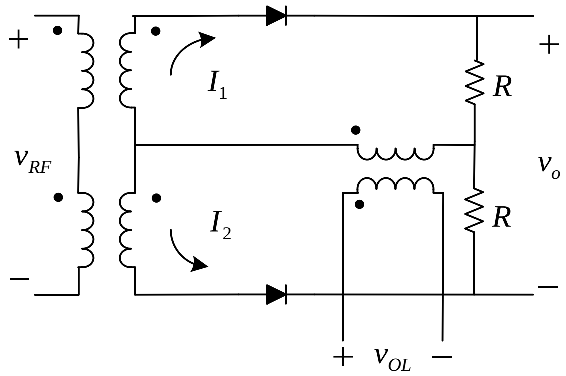
$\ln V = \log V / \log(e)$ (conversión de logaritmos)

$L(u(t)) = 1/s$ (transformada de Laplace de la función escalón unitario)

Ejercicio 3

El circuito de la figura es un mezclador equilibrado. Para su análisis supondremos que:

- Los transformadores son ideales con relación de transformación 1:1. La relación de transformación indica el aumento o disminución que sufre el valor de la tensión de salida respecto a la tensión de entrada, esto quiere decir, la relación entre la tensión de salida y la de entrada. En este caso la tensión que hay a un lado del bobinado es igual a la que hay al otro lado.
- Los diodos son ideales, por lo tanto se comportan como un cortocircuito en conducción y como un circuito abierto en corte.
- Las señales de entrada: $V_{OL}(t) = V_{OL}\sin\omega_{OL}t$, $V_{RF}(t) = V_{RF}\sin\omega_{RF}t$, $V_{OL} >> V_{RF}$.



a. Utilizando los datos del problema, obtened la expresión de $V_0(t)$.

b. Obtened la ganancia de conversión de conversión.

c. Se quiere utilizar este circuito para obtener la mezcla de dos señales sinusoidales de frecuencias:

   f_{RF} = 500 kHz

   f_{OL} = 100 kHz

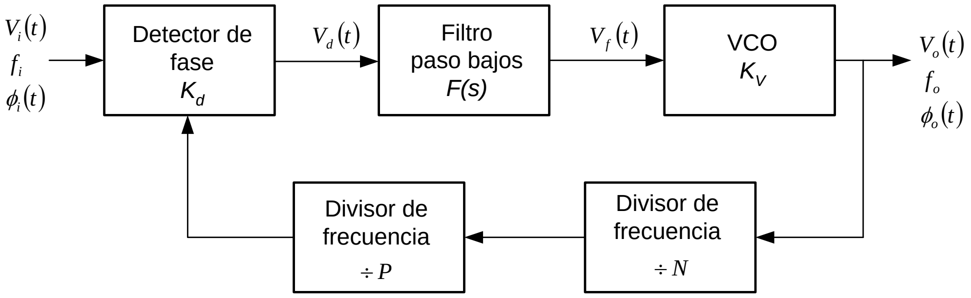
   Representad todos los productos de intermodulación hasta n=3. Indicad cómo lo haríais para obtener la señal diferencia de los señales de entrada.

Datos:

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)\omega_{OL}t}{2n+1} \qquad P(t) = \begin{cases} 1 & \sin\omega_{OL}t > 0 \\ 0 & \sin\omega_{OL}t < 0 \end{cases}$$

Ejercicio 4

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con divisores fijo y programable que sintetiza frecuencias entre 435 MHz y 465 MHz en saltos de 50 kHz. El divisor programable (P) funciona para frecuencias en la entrada hasta 60 MHz, por lo cual, para poder obtener las frecuencias deseadas se le añade un divisor fijo adicional (N).



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 1{,}2 \cdot 10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de K_d= 0,5 V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

Cuestiones:

a. Diseñad N, P y f_i para que se cumplan las especificaciones sabiendo que el divisor programable (P) funciona para frecuencias en la entrada hasta 60 MHz.

b. Deducid, paso a paso, la función de transferencia H(s). Indicad las suposiciones que hacéis.

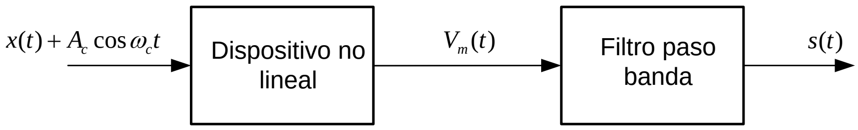
c. Si utilizamos un filtro con una función de transferencia:

$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{\tau_1 s}$$

Obtened τ_1 y τ_2 para que para una frecuencia de salida f_0= 450 MHz tenga una ω_n = 140 rad/s y ξ = 0,707.

Ejercicio 5

Sea el siguiente circuito modulador, basado en la característica no lineal de los dispositivos:



El dispositivo no lineal tiene una característica entrada salida de segundo orden:

$$V_o(t) = a_0 + a_1V_i(t) + a_2V_i^2(t)\,, \qquad \text{con} \quad a_0=1, \quad a_1=100, \quad a_2=10$$

Considerad que el ancho de banda de la señal es de B (Hz).

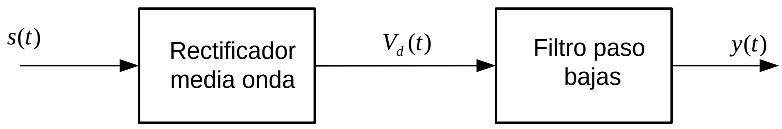
a. Obtened la expresión de las señales $V_m(t)$ y s(t). ¿Qué tipo de modulación realiza?

b. Razonad a qué frecuencia tiene que estar centrado el filtro, y cuál tiene que ser el ancho de banda mínima.

c. Qué condición se tiene que cumplir para poder transmitir el mensaje correctamente. Explicadlo.

d. ¿Qué valor adquiere el índice de modulación? ¿Es correcto este valor para una modulación de este tipo?

Partiendo del circuito demodulador de la figura:



Si en su entrada tenemos la señal generada por el modulador anterior.

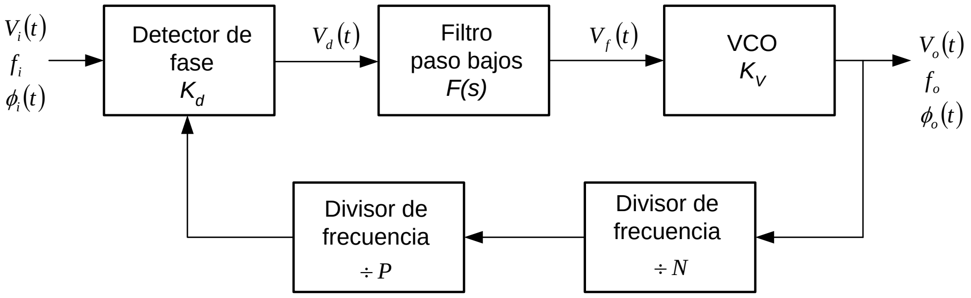
e. Obtened la expresión de las señales $V_d(t)$ e $y(t)$.

f. Razonad, ayudándoos de gráficos, cuál tiene que ser el ancho de bando del filtro paso bajo.

g. Explicad cómo se podría realizar físicamente un demodulador de este tipo. Indicad también cómo se podría eliminar la parte constante de la expresión de $y(t)$ para recuperar $x(t)$.

Ejercicio 6

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con divisores fijo (N) y programable (P) que sintetiza frecuencias entre 84 MHz y 108 MHz en saltos de 60 kHz. El divisor programable funciona para frecuencias en la entrada hasta 20 MHz, por lo cual, para poder obtener las frecuencias deseadas se le añade un divisor fijo adicional N.



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 2 \cdot 10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de K_d= 0,5 V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$H(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{AKF(s)}{s + \frac{AK}{NP}F(s)}$$

Cuestiones:

a. Diseñad N, P y f_i para que se cumplan las especificaciones.

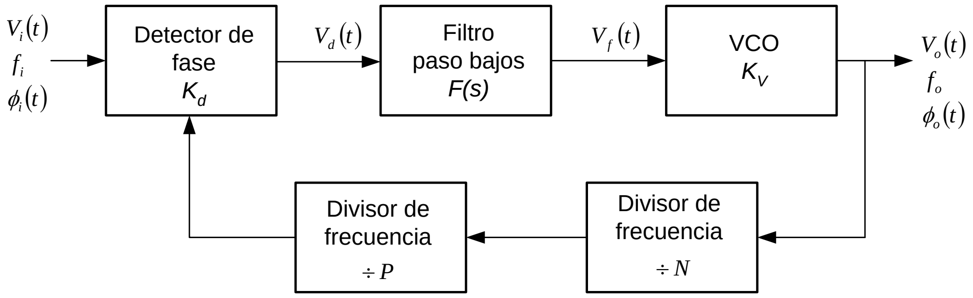
b. Si utilizamos un filtro con una función de transferencia:

$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{\tau_1 s}$$

con τ_1 = 30 ms y τ_2 = 3ms. Obtened paso a paso ω_n y ξ a una frecuencia de salida f_0= 105MHz.

Ejercicio 7

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con un divisor fijo (N=8) y uno de programable (P=1250-2500) y una frecuencia de entrada f_i =10kHz.



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 2{\cdot}10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de K_d= 0,5 V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$H(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{AKF(s)}{s + \frac{AK}{NP}F(s)}$$

Cuestiones:

a. A partir de les especificaciones, encontrad las frecuencias que sintetizará y su resolución.

b. Si utilizamos un filtro con una función de transferencia:

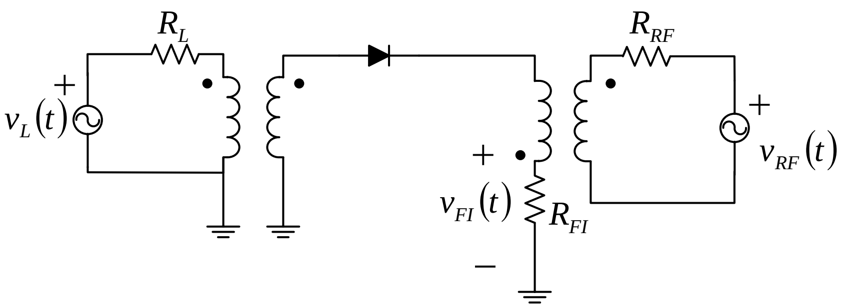
$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)}$$

con τ_1 = 30 ms y τ_2 = 3 ms. Obtened ω_n y ξ a una frecuencia mínima de salida.

Soluciones

Ejercicio 1 (Actividad 1)

Sea el siguiente circuito mezclador. Obtened las expresiones de la ganancia de conversión y el aislamiento entre las puertas de RF-FI y OL-FI. Justificad todas las hipótesis.



Datos:

$$V_L(t) = V_L sign[\cos\omega_L t]$$

$$V_{RF}(t) = A(t)\cos\omega_{RF} t$$

$$\omega_{FI} = |\omega_L - \omega_{RF}|$$

$$sign[\cos\omega_L t] = \begin{cases} 1 & \cos\omega_L t \geq 0 \\ -1 & \cos\omega_L t < 0 \end{cases}$$

$$sign[\cos\omega_L t] = \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_L t}{2n+1}$$

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \cos\omega_i t > 0 \\ 0 & \cos\omega_i t < 0 \end{cases}$$

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_i t}{2n+1}$$

EIMT.UOC.EDU

Considerad que el transformador es ideal, que las entradas están adaptadas y que $V_L >> \max|A(t)|$. Suponed que el diodo tiene una resistencia interna r_d.

Solución:

Suponiendo que $V_L >> \max|A(t)|$, el estado de los diodos dependerá de la tensión V_L.

- *Si $V_L(t)>0$ el diodo conducirá y se comportará como una resistencia r_d, ya que quedará polarizado en directa. La caída de tensión en la resistencia de FI suponiendo que las fuentes de tensió están adaptadas, será:*

$$V_0(t) = R_{FI} I = R_{FI}\left[\frac{1}{2(R_{FI}+r_d)}(V_L(t)+V_{RF}(t))\right]$$

- *Si $V_L(t)<0$ el diodo NO conducirá, ya que quedará polarizado en inversa. No habrá corriente por la resistencia y no habrá caída de tensión.*

$$V_0(t) = 0$$

Entonces las dos expresiones las podemos unificar expresándolo:

$$V_0(t) = \left[\frac{R_{FI}}{2(R_{FI}+r_d)}(V_L(t)+V_{RF}(t))\right]P(t)$$

Donde P(t) es la señal rectangular

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \cos\omega_L t > 0 \\ 0 & \cos\omega_L t < 0 \end{cases}$$

Sustituyendo $V_{RF}(t)$, y P(t) por su Desarrollo en Serie de Fourier,

$$V_0(t) = \left[\frac{R_{FI}}{2(R_{FI}+r_d)}(V_L(t)+V_{RF}(t))\right]\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_L t}{2n+1}\right] =$$

$$= \frac{R_{FI}}{2(R_{FI}+r_d)}\left(\frac{4V_L}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_L t}{2n+1} + A(t)\cos\omega_{RF} t\right)\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos(2n+1)\omega_L t}{2n+1}\right]$$

El resultado del producto son muchos términos. El término de FI corresponde a la frecuencia $f_L - f_{RF}$ que se obtiene de particularizar n=0.

$$V'_{FI}(t) = \frac{R_{FI}}{2(R_{FI}+r_d)} A(t)\cos\omega_{RF} t \frac{2}{\pi}(-1)^0\cos\omega_L t$$

De donde tenemos,

$$V_{FI}(t) = \frac{R_{FI}}{(R_{FI} + r_d)} A(t) \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2} \cos(\omega_L - \omega_{RF}) t \right)$$

Entonces

$$V_{FI}(t) = \frac{R_{FI}}{(R_{FI} + r_d)} A(t) \frac{1}{2\pi} (\cos(\omega_L - \omega_{RF}) t)$$

La ganancia de conversión suponiendo adaptación de cargas

$$G_c = \frac{P_{FI}}{P_{RF}} = \frac{\left(\frac{R_{FI}}{(R_{FI} + r_d)} A(t) \frac{1}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{2R_{FI}}}{\left(A(t) \frac{1}{2} \right)^2 \frac{1}{2R_{RF}}} = \frac{R_{FI} R_{RF}}{\pi^2 (R_{FI} + r_d)^2} \approx \frac{R_{RF}}{\pi^2 R_{FI}}$$

El aislamiento RF-FI,

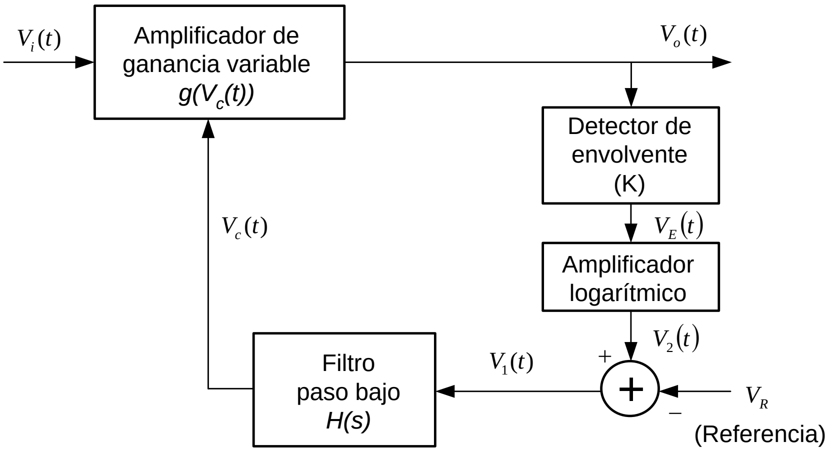
$$\frac{P_{RF}}{P_{0RF}} = \frac{\left(A(t) \frac{1}{2} \right)^2 \frac{1}{2R_{RF}}}{\left(\frac{R_{FI}}{(R_{FI} + r_d)} A(t) \frac{1}{4} \right)^2 \frac{1}{2R_{FI}}} = \frac{4(R_{FI} + r_d)^2}{R_{FI} R_{RF}} \approx \frac{4R_{FI}}{R_{RF}}$$

El aislamiento OL-FI,

$$\frac{P_{OL}}{P_{0OL}} = \frac{(V_L)^2 \frac{1}{4R_L}}{\left(\frac{R_{FI}}{(R_{FI} + r_d)} V_L \frac{1}{\pi} \right)^2 \frac{1}{2R_{FI}}} = \frac{\pi^2 (R_{FI} + r_d)^2}{2R_{FI} R_L} \approx \frac{\pi^2 R_{FI}}{2R_L}$$

Ejercicio 2

El esquema siguiente se comporta como un circuito de control automático de ganancia (CAG).



Donde la entrada y salida tienen la siguiente forma:

$$V_i(t) = x(t)\cos(\omega_o t + \phi(t))$$

$$V_o(t) = y(t)\cos(\omega_o t + \phi(t))$$

La ganancia del amplificador de ganancia variable es:

$$g[V_c(t)] = Ge^{-\alpha V_c(t)}$$

K es la ganancia del detector de envolvente.

La señal de salida del amplificador de ganancia logarítmica es:

$$V_2(t) = \ln(V_E(t))$$

a. Comprobad que la relación entre envolventes expresada en decibelios responde a la expresión. (Suponed G=1 y K=1)

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{[1 + \alpha H(s)]}$$

Analizando el diagrama de bloques de la figura obtenemos que:

$$V_1(t) = V_2(t) - V_R = \ln Ky(t) - V_R$$

$$V_c(t) = h(t) * [\ln Ky(t) - V_R]$$

La envolvente de la salida

$$y(t) = g[V_c(t)]x(t) = Ge^{-\alpha V_c(t)}x(t)$$

Haciendo el logaritmo neperiano,

$$\ln y(t) = -\alpha V_c(t) + \ln G + \ln x(t)$$

Entonces substituyendo $V_c(t)$

$$\ln y(t) = -\alpha h(t) * [\ln Ky(t) - V_R] + \ln G + \ln x(t)$$

$$\ln y(t) = -\alpha h(t) * \ln y(t) + \ln x(t) + \alpha h(t) * V_R + \ln G - \alpha h(t) * \ln K$$

La respuesta a la señal de entrada y a la referencia y substituyendo G y K.

$$\ln y(t) * [\partial(t) + \alpha h(t)] = \ln x(t) + \alpha h(t) * V_R$$

Para pasar a decibelios hay que hacer la conversión del logaritmo neperiano a decimal:

$$\ln y(t) = \log y(t) / \log(e) = \log y(t) / 0{,}43 = 2{,}3 \cdot \log y(t)$$

Por lo tanto,

$$2{,}3 \cdot \log y(t) * [\partial(t) + \alpha h(t)] = 2{,}3 \cdot \log x_i(t) + \alpha h(t) * V_R$$

$$2{,}3 \cdot 20 \log y(t) * [\partial(t) + \alpha h(t)] = 2{,}3 \cdot 20 \log x(t) + 20 \cdot \alpha h(t) * V_R$$

Si lo representamos en función de las envolventes en decibelios,

$$2{,}3 \cdot e_o(t) * [\partial(t) + \alpha h(t)] = 2{,}3 \cdot e_i(t) + 20 \cdot \alpha h(t) * V_R$$

$$2{,}3 \cdot E_o(s)[1 + \alpha H(s)] = 2{,}3 \cdot E_i(s) + 20 \cdot \alpha H(s) V_R$$

$$E_o(s) = \frac{E_i(s)}{[1 + \alpha H(s)]} + \frac{20 \cdot \alpha H(s) V_R}{2{,}3 \cdot [1 + \alpha H(s)]}$$

Como H(s) es un filtro paso bajo, el segundo sumando será una constante, que en escala lineal quedará multiplicada.

Por lo tanto, la relación entre las envolventes en dBs,

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{[1+\alpha H(s)]}$$

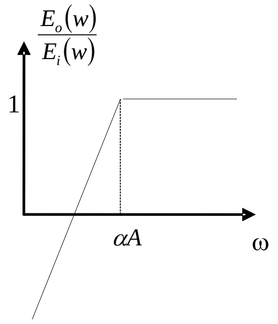
b. Suponed que el filtro paso bajo, H(s), tiene una función de transferencia:

$$H(s) = \frac{A}{s}$$

Obtened y representad gráficamente la respuesta en frecuencia del CAG en escala logarítmica.

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{\left[1+\alpha \frac{A}{s}\right]} = \frac{s}{s+\alpha A} = \frac{1}{\alpha A}\frac{s}{1+ s/\alpha A}$$

La función de transferencia tiene un cero en el origen y un polo en αA,



c. Cuál sería la respuesta del circuito si se produce un cambio en forma de salto de 1 dB (escalón unitario) en la amplitud de la señal de entrada.

La transformada de Laplace de un salto de 1dB corresponde a,

$$E_i(s) = \frac{1}{s}$$

Substituyendo en la función de transferencia obtenemos,

$$E_o(s) = \frac{1}{\alpha A}\frac{s}{1+ s/\alpha A} E_i(s) = \frac{1}{\alpha A}\frac{s}{1+ s/\alpha A}\frac{1}{s} = \frac{1}{s+\alpha A}$$

Que en el dominio temporal corresponde a una salida (en dB) de tipo exponencial que tenderá a decaer hacia el valor original con una constante de tiempo de αA.

$$E_o(t) = e^{-\alpha A t}$$

Dates:

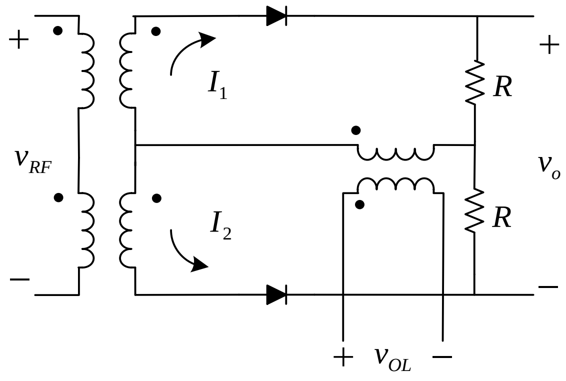
$\ln V = \log V / \log(e)$ (conversión de logaritmos)

$L(u(t)) = 1/s$ (transformada de Laplace de la función escalón unitario)

Ejercicio 3

El circuito de la figura es un mezclador equilibrado. Para su análisis supondremos que:

- Los transformadores son ideales con relación de transformación 1:1. La relación de transformación indica el aumento o disminución que sufre el valor de la tensión de salida respecto a la tensión de entrada, esto quiere decir, la relación entre la tensión de salida y la de entrada. En este caso la tensión que hay a un lado del bobinado es igual a la que hay al otro lado.
- Los diodos son ideales, por lo tanto se comportan como un cortocircuito en conducción y como un circuito abierto en corte.
- Las señales de entrada: $V_{OL}(t) = V_{OL}\sin\omega_{OL}t$, $V_{RF}(t) = V_{RF}\sin\omega_{RF}t$, $V_{OL} >> V_{RF}$.



a. Utilizando los datos del problema, obtened la expresión de $V_0(t)$.

Teniendo en cuenta que $V_{OL} >> V_{RF}$, el estado de los diodos dependerá de la tensión V_{OL}.

- *Si $V_{OL}(t)>0$ los dos diodos conducirán, ya que quedarán polarizados en directa. La caída de tensión en las dos resistencias será la de la entrada de RF.*

$$V_0(t) = V_{RF}(t)$$

- *Si $V_{OL}(t)<0$ los dos diodos NO conducirán, ya que quedarán polarizados en inversa. No habrá corriente por las resistencias y no habrá caída de tensión.*

$$V_0(t) = 0$$

Entonces las dos expresiones las podemos unificar expresándolo:

$$V_0(t) = V_{RF}(t)P(t)$$

Donde P(t) es una señal rectangular

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \sin \omega_{OL} t > 0 \\ 0 & \sin \omega_{OL} t < 0 \end{cases}$$

Substituyendo P(t) por su Desarrollo en Serie de Fourier,

$$V_0(t) = V_{RF} \sin(\omega_{RF} t) \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin[(2n+1)\omega_{OL} t]}{2n+1} \right] =$$

$$= \frac{V_{RF}}{2} \sin(\omega_{RF} t) + \frac{V_{RF}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos[((2n+1)\omega_{OL} - \omega_{RF})t] - \cos[((2n+1)\omega_{OL} + \omega_{RF})t]}{2n+1}$$

b. Obtened la ganancia de conversión.

El término de FI corresponde a la frecuencia $f_{OL} - f_{RF}$ *y obtendremos particularizando una parte de la expresión de* $V_0(t)$ *para n=0.*

$$V_{FI}(t) = \frac{V_{RF}}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos[((2n+1)\omega_{OL} - \omega_{RF})t]}{2n+1} \quad per \quad n = 0$$

Entonces,

$$V_{FI}(t) = \frac{V_{RF}}{\pi} \cos[(\omega_{OL} - \omega_{RF})t]$$

La ganancia de conversión suponiendo cargas del mismo valor:

$$G_c = \frac{P_{FI}}{P_i} = \frac{\left(\frac{V_{RF}}{\pi}\right)^2}{(V_{RF})^2} = \frac{1}{\pi^2} \approx 0{,}1$$

$$G_c = -10dB$$

c. Se quiere utilizar este circuito para obtener la mezcla de dos señales sinusoidales de frecuencias:

f_{RF} = 500 kHz

f_{OL} = 100 kHz

Representad todos los productos de intermodulación hasta n=3. Indicad cómo lo haríais para obtener la señal diferencia de los señales de entrada.

En general, los términos de primer orden:

$$\cos(\omega_{RF}t),\ \cos(\omega_{OL}t)$$

Los términos de segundo orden

$$\cos(2\omega_{RF}t),\ \cos(2\omega_{OL}t),\ \cos((\omega_{RF}+\omega_{OL})t),\ \cos((\omega_{RF}-\omega_{OL})t)$$

Los términos de tercer orden

$$\cos(\omega_{RF}t),\ \cos(\omega_{OL}t),\ \cos(3\omega_{RF}t),\ \cos(3\omega_{OL}t),\ \cos(2\omega_{RF}t+\omega_{OL}t),$$
$$\cos(2\omega_{RF}t-\omega_{OL}t),\ \cos(2\omega_{OL}t+\omega_{RF}t),\ \cos(2\omega_{OL}t-\omega_{RF}t)$$

En este circuito solamente aparecen los términos:

$$\cos(\omega_{RF}t),\ \cos((\omega_{RF}+\omega_{OL})t),\ \cos((\omega_{RF}-\omega_{OL})t)$$

La señal diferencia corresponde al término de segundo orden

$$\cos((\omega_{RF}-\omega_{OL})t)$$

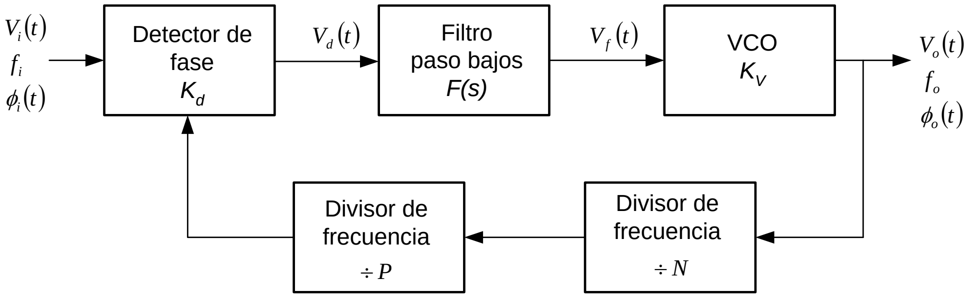
Como los señales están alejados, con un filtro paso banda a la frecuencia de 400kHz con un ancho de banda de 100 kHz podríamos aislar la señal diferencia.

Datos:

$$P(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)\omega_{OL}t}{2n+1} \qquad P(t)=\begin{cases}1 & \sin\omega_{OL}t>0\\ 0 & \sin\omega_{OL}t<0\end{cases}$$

Ejercicio 4

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con divisores fijo y programable que sintetiza frecuencias entre 435 MHz y 465 MHz en saltos de 50 kHz. El divisor programable (P) funciona para frecuencias en la entrada hasta 60 MHz, por lo cual, para poder obtener las frecuencias deseadas se le añade un divisor fijo adicional (N).



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 1{,}2 \cdot 10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de $K_d = 0{,}5$ V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

Cuestiones:

a. Diseñad N, P y f_i para que se cumplan las especificaciones sabiendo que el divisor programable (P) funciona para frecuencias en la entrada hasta 60 MHz.

La frecuencia máxima a la que puede trabajar el divisor programable es de 60 MHz.

$$N \geq \frac{f_{omàx}}{f_{màx}} = \frac{465\ MHz}{60\ MHz} = 7{,}75 \quad , \quad N = 8$$

La frecuencia de salida,

$$f_o = NPf_i = P(Nf_i) = P \cdot f_r = P \cdot 50\ kHz$$

$$f_i = \frac{50\ kHz}{8} = 6250\ Hz$$

De aquí podemos obtener los valores del divisor programable.

$$P_{màx} \geq \frac{f_{omàx}}{50\ kHz} = \frac{465\ MHz}{50\ kHz} = 9300$$

$$P_{\min} \geq \frac{f_{o\min}}{50\ kHz} = \frac{435 MHz}{50\ kHz} = 8700$$

b. Deducid, paso a paso, la función de transferencia H(s). Indicad las suposiciones que hacéis.

Si en la entrada del PLL introducimos una señal,

$$V_i(t) = \sqrt{2} A \sin\theta_i(t) = \sqrt{2} A \sin(\omega_i t + \phi_i(t))$$

En la salida obtenemos:

$$V_o(t) = \sqrt{2}\cos\theta_o(t) = \sqrt{2}\cos(\omega_o t + \phi_o(t))$$

Y en la entrada del detector:

$$V_1(t) = \sqrt{2}\cos\frac{\theta_o(t)}{NP} = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\omega_o}{NP}t + \frac{\phi_o(t)}{NP}\right)$$

Después de pasar por el detector de fase obtendremos el productor de las señales en su entrada:

$$V_d(t) = K_d 2A\sin\theta_i(t)\cos\left(\frac{\theta_o(t)}{NP}\right) = K_d A\left[\sin\left(\phi_i(t) - \frac{\phi_o(t)}{NP}\right) + \ldots\right]$$

El error de fase en este caso,

$$\phi(t) = \phi_i(t) - \frac{\phi_o(t)}{NP}$$

$$V_f(t) = V_d(t) * f(t) = K_d A\sin\left(\phi_i(t) - \frac{\phi_o(t)}{NP}\right) * f(t) = K_d A\int_0^t \sin\phi(\tau) f(t-\tau)d\tau$$

En la salida del VCO tenemos la frecuencia,

$$\omega_o(t) = \omega_o + K_v V_f(t) = NP\omega_i + K_v K_d A\int_0^t \sin\phi(\tau) f(t-\tau)d\tau$$

De donde podemos obtener la variación del error de fase:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\phi_i(t)}{dt} - \frac{1}{NP}\frac{d\phi_o(t)}{dt} = \frac{d\phi_i(t)}{dt} - \frac{AK}{NP}\int_0^t \sin\phi(\tau) f(t-\tau)d\tau$$

Suponiendo que el PLL está en fase de seguimiento.

$$s\phi(s) = s\phi_i(s) - \frac{AK}{NP}\phi(s)F(s)$$

$$s\left(\phi_i(s)-\frac{\phi_o(s)}{NP}\right)=s\phi_i(s)-\frac{AK}{NP}\left(\phi_i(s)-\frac{\phi_o(s)}{NP}\right)F(s)$$

Obtenemos:

$$s\frac{\phi_o(s)}{NP}=\frac{AK}{NP}\left(\phi_i(s)-\frac{\phi_o(s)}{NP}\right)F(s)$$

La función de transferencia en lazo cerrado será:

$$H(s)=\frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)}=\frac{AKF(s)}{s+\frac{AK}{NP}F(s)}$$

c. Si utilizamos un filtre con una función de transferencia:

$$F(s)=\frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}$$

Obtened τ_1 y τ_2 para que para una frecuencia de salida f_0= 450 MHz tenga una ω_n = 140 rad/s y ξ = 0,707.

Substituimos la función del filtro en la función de transferencia en lazo cerrado:

$$H(s)=\frac{AKF(s)}{s+\frac{AK}{NP}F(s)}=\frac{AK\frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}}{s+\frac{AK}{NP}\frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}}=\frac{AK(1+\tau_2 s)}{\tau_1 s^2+\frac{AK\tau_2}{NP}s+\frac{AK}{NP}}=\frac{AK(1+\tau_2 s)/\tau_1}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

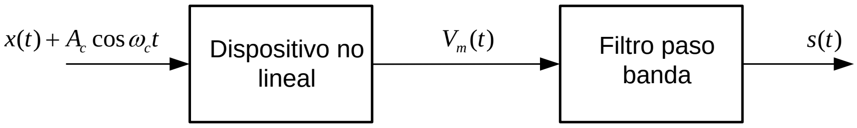
Obtenemos las expresiones de la frecuencia natural y la de amortiguamiento,

$$\omega_n\approx\sqrt{\frac{AK}{NP\tau_1}}\quad,\quad\tau_1\approx\frac{AK}{NP\omega_n^2}=\frac{0{,}5\cdot 2\cdot\pi 1{,}2.10^7}{8\cdot 9000\cdot(140)^2}\approx 26{,}7\ ms$$

$$\xi\approx\frac{\omega_n}{2}\tau_2\quad,\quad\tau_2\approx\frac{2\cdot 0{,}707}{140}=10\ ms$$

Ejercicio 5

Sea el siguiente circuito modulador, basado en la característica no lineal de los dispositivos:



El dispositivo no lineal tiene una característica entrada salida de segundo orden:

$$V_o(t) = a_0 + a_1 V_i(t) + a_2 V_i^2(t)\,, \qquad \text{con} \quad a_0=1,\quad a_1=100,\quad a_2=10$$

Considerad que el ancho de banda de la señal es de B (Hz).

a. Obtened la expresión de las señales $V_m(t)$ y s(t). ¿Qué tipo de modulación realiza?

Substituyendo,

$$V_m(t) = 1+100\left[x(t)+A_c\cos(\omega_c t)\right]+10\left[x(t)+A_c\cos(\omega_c t)\right]^2 =$$
$$=\left[1+5A_c^2+100x(t)+10x^2(t)\right]+\left[100A_c+20A_c x(t)\right]\cos(\omega_c t)+5A_c^2\cos(2\omega_c t)$$
$$s(t)=100A_c\left[1+\frac{1}{5}x(t)\right]\cos(\omega_c t)$$

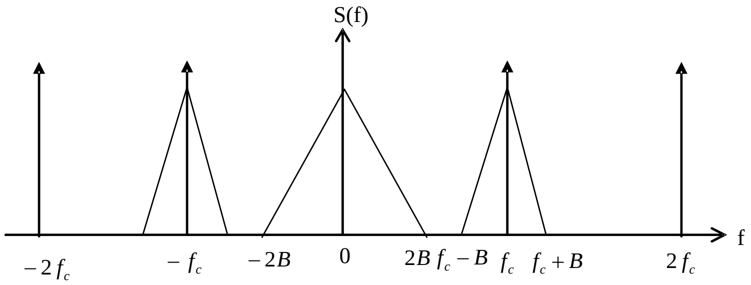
La expresión de s(t) corresponde con una modulación AM.

b. Razonad a qué frecuencia tiene que estar centrado el filtro, y cuál tiene que ser el ancho de banda mínima.

El filtro tiene que tener un ancho de banda 2B y centrado en ω_c.

c. Qué condición se tiene que cumplir para poder transmitir el mensaje correctamente. Explicadlo.

Se necesita que no haya aliasing (superposición) entre la señal modulada y el resto de los términos de la expresión, por lo tanto,



$$f_c - B \geq 2B$$

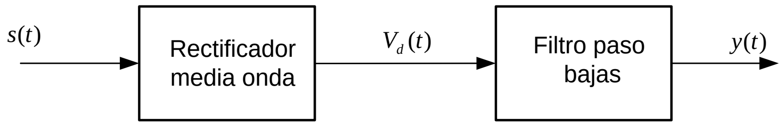
$$f_c \geq 3B$$

d. ¿Qué valor adquiere el índice de modulación? ¿Es correcto este valor para una modulación de este tipo?

El índice de modulación es correcto, ya que es inferior a la unidad.

$$m = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Partiendo del circuito demodulador de la figura:



Si en su entrada tenemos la señal generada por el modulador anterior.

e. Obtened la expresión de las señales $V_d(t)$ e y(t).

El rectificador de media onda deja pasar la parte positiva de la señal y recorta la parte negativa, por lo tanto, multiplicaremos s(t) por una señal rectangular p(t) que realice este efecto,

$$V_d(t) = s(t)p(t) = 100A_c[1+0{,}2x(t)]\cos(\omega_c t)\left[\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos w_c t-\frac{2}{3\pi}\cos 3w_c t+\ldots\right]=$$

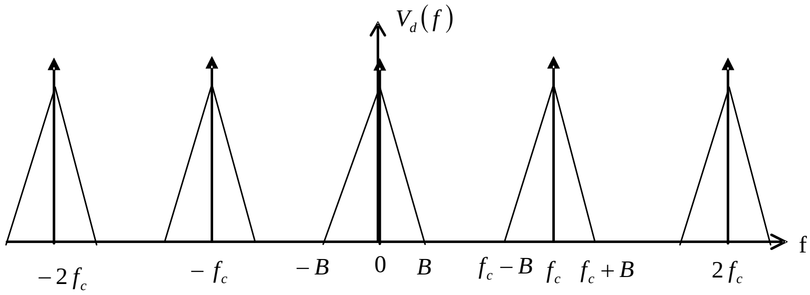
$$=\frac{100A_c}{\pi}[1+0{,}2x(t)]+\frac{100A_c}{2}[1+0{,}2x(t)]\cos w_c t+\frac{100A_c}{\pi}[1+0{,}2x(t)]\cos 2w_c t+\ldots$$

Después del filtro

$$y(t)=\frac{100A_c}{\pi}\left[1+0{,}2x(t)\right]$$

f. Razonad, ayudándoos de gráficos, cuál tiene que ser el ancho de bando del filtro paso bajo.

Para que se filtre la señal banda base se debe cumplir,



$$f_c-B\geq B$$

$$f_c\geq 2B$$

$$B\leq\frac{f_c}{2}$$

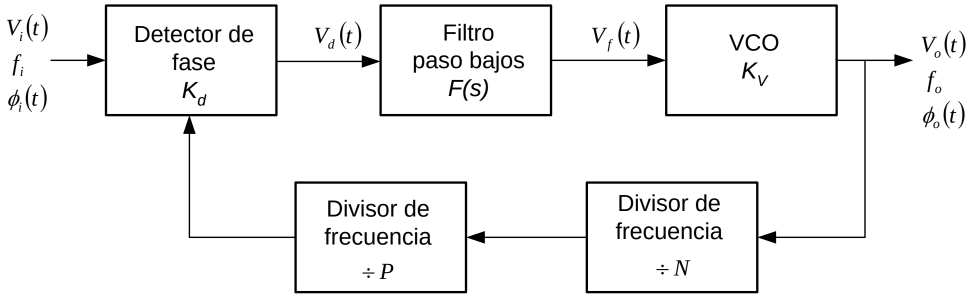
g. Explicad cómo se podría realizar físicamente un demodulador de este tipo. Indicad también cómo se podría eliminar la parte constante de la expresión de y(t) para recuperar x(t).

Hay muchos esquemas de demoduladores, un ejemplo sería con un transistor en base común con un filtro RC como filtro pasa bajo, o bien, mediante un diodo y un filtro RC.

Para eliminar la componente continua de y(t) habría que utilizar un condensador en serie en la salida.

Ejercicio 6

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con divisores fijo (N) y programable (P) que sintetiza frecuencias entre 84 MHz y 108 MHz en saltos de 60 kHz. El divisor programable funciona para frecuencias en la entrada hasta 20 MHz, por lo cual, para poder obtener las frecuencias deseadas se le añade un divisor fijo adicional N.



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 2 \cdot 10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de K_d= 0,5 V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$H(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{AKF(s)}{s + \dfrac{AK}{NP}F(s)}$$

Cuestiones:

a. Diseñad N, P y f_i para que se cumplan las especificaciones.

La frecuencia máxima a la que puede trabajar el divisor programable es de 20MHz.

$$N \geq \frac{f_{omàx}}{f_{màx}} = \frac{108\ MHz}{20\ MHz} = 5{,}4 \quad , \quad N = 6$$

La frecuencia de salida,

$$f_o = NPf_i = P(Nf_i) = P \cdot f_r = P \cdot 60\ kHz$$

$$f_i = \frac{60\ kHz}{6} = 10\ kHz$$

De aquí podemos obtener los valores del divisor programable.

$$P_{màx} \geq \frac{f_{omàx}}{60\ kHz} = \frac{108\ MHz}{60\ kHz} = 1800$$

$$P_{\min} \geq \frac{f_{o\min}}{60\ kHz} = \frac{84MHz}{60\ kHz} = 1400$$

b. Si utilizamos un filtro con una función de transferencia:

$$F(s) = \frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}$$

con τ_1 = 30 ms y τ_2 = 3ms. Obtened paso a paso ω_n y ξ a una frecuencia de salida f_0= 105MHz.

Substituimos la función del filtro en la función de transferencia en lazo cerrado:

$$H(s) = \frac{AKF(s)}{s + \frac{AK}{NP}F(s)} = \frac{AK\frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}}{s + \frac{AK}{NP}\frac{1+\tau_2 s}{\tau_1 s}} = \frac{AK(1+\tau_2 s)}{\tau_1 s^2 + \frac{AK\tau_2}{NP}s + \frac{AK}{NP}} = \frac{AK(1+\tau_2 s)/\tau_1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

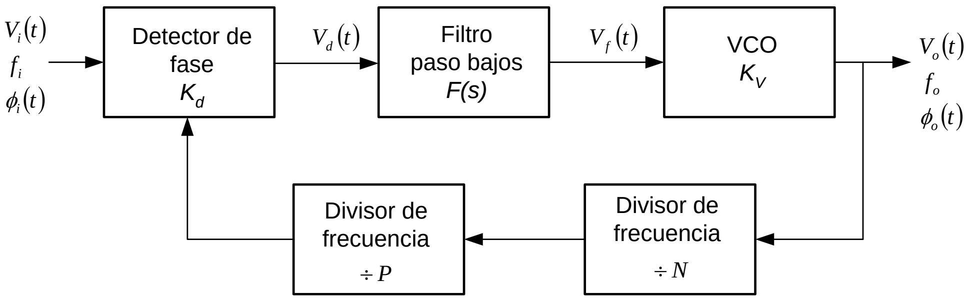
Obtenemos las expresiones de la frecuencia natural y el amortiguamiento,

$$\omega_n \approx \sqrt{\frac{AK}{NP\tau_1}} = \sqrt{\frac{1\cdot 0{,}5\cdot 2\cdot\pi\cdot 2.10^7}{6\cdot 1750\cdot 0{,}03}} = \sqrt{\frac{2\cdot\pi 10^7}{315}} = 446{,}6 rad/s$$

$$\xi \approx \frac{\omega_n}{2}\tau_2 = \frac{\omega_n}{2}\tau_2 = \frac{446{,}6}{2}0{,}003 = 0{,}67$$

Ejercicio 7

Disponemos de un sintetizador de frecuencias con un divisor fijo (N=8) y uno de programable (P=1250-2500) y una frecuencia de entrada f_i =10kHz.



Datos:

- La ganancia de conversión del VCO es de $K_V = 2{\cdot}10^7$ Hz/V
- La ganancia de conversión del detector de fase es de K_d= 0,5 V/rad
- Amplitud eficaz de la señal de entrada, A=1

La función de transferencia en lazo cerrado es:

$$H(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{AKF(s)}{s + \frac{AK}{NP}F(s)}$$

Cuestiones:

a. A partir de les especificaciones, encontrad las frecuencias que sintetizará y su resolución.

La frecuencia de salida,

$$f_o = NPf_i = P(Nf_i) = P\cdot f_r$$

$$f_{omàx} = NP_{màx}\, f_i = 8\cdot 2500\cdot 10000 = 200MHz$$
$$f_{o\min} = NP_{\min}\, f_i = 8\cdot 1250\cdot 10000 = 100MHz$$

$$f_r = Nf_i = 8\cdot 10000 = 80kHz$$

b. Si utilizamos un filtro con una función de transferencia:

$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)}$$

con τ_1 = 30 ms y τ_2 = 3 ms. Obtened ω_n y ξ a una frecuencia mínima de salida.

Substituimos la función del filtre en la función de transferencia en lazo cerrado:

$$H(s) = \frac{AKF(s)}{s + \frac{AK}{NP}F(s)} = \frac{AK\frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)}}{s + \frac{AK}{NP}\frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)}} = \frac{s\omega_n\left(2\xi - {}^{\omega_n}\!/_{K}\right) + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Obtenemos las expresiones de la frecuencia natural y el amortiguamiento,

$$\omega_n \approx \sqrt{\frac{AK}{NP(\tau_1 + \tau_2)}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2.10^7}{8 \cdot 1250 \cdot 0{,}033}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi 10^7}{330}} = 436{,}35 rad/s$$

$$\xi \approx \frac{\omega_n}{2}\left(\tau_2 + \frac{1}{K}\right) = \frac{436{,}35}{2}\left(0{,}003 + \frac{1}{2\pi.10^7}\right) = 0{,}654$$