N°33 2 Inf Sist

NOMBRE Y APELLIDOS: ______________________________

1.-. Demuestre que para un filtro LP de 2º orden: (5 ptos)

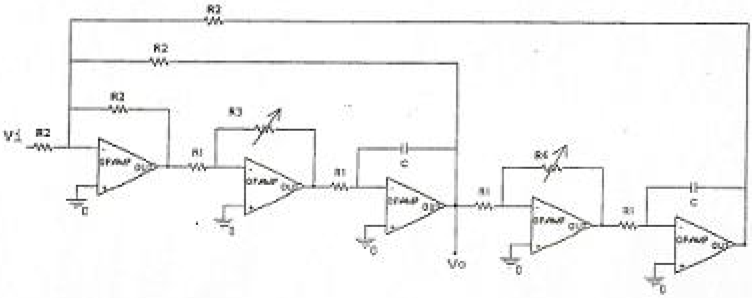
$$BW = \omega_C = \omega_n\sqrt{\left(1-2\delta^2\right)+\sqrt{4\delta^4-4\delta^2+2}}$$

2.- El circuito de la figura es un filtro paso de banda ajustable mediante las resistencias variables R3 y R4.

a) Obtenga la función de transferencia H(s) (2ptos).

b) Obtenga las expresiones de ω_0, B y Q (1 pto).

c) Suponga que R1=1KΩ y C=1μF. Calcule el valor de R3 y R4 para obtener un filtro con frecuencia central de 5Khz y factor de calidad igual a 10 (2 ptos).



Ej 1.

Sabemos que para un filtro LP de 2º orden:

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \quad ; \quad H(0) = K$$

$$H(j\omega) = \frac{K\omega_n^2}{-\omega^2 + 2j\delta\omega\omega_n + \omega_n^2} \quad ; \quad H(j\omega_c) = \frac{K\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega_c^2 + 2j\delta\omega_c\omega_n}$$

$$|H(j\omega_c)| = \frac{|K|\cdot\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega_c^2)^2 + 4\delta^2\omega_c^2\omega_n^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{2}}$$

Por tanto:

$$\frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2-\omega_c^2)^2 + 4\delta^2\omega_c^2\omega_n^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Elevando al cuadrado tenemos:

$$2\omega_n^4 = (\omega_n^2 - \omega_c^2)^2 + 4\delta^2\omega_n^2\omega_c^2$$

$$2\omega_n^4 = \omega_n^4 - 2\omega_n^2\omega_c^2 + \omega_c^4 + 4\delta^2\omega_n^2\omega_c^2$$

luego

$$\omega_c^4 - 2(1-2\delta^2)\omega_n^2\omega_c^2 - \omega_n^4 = 0$$

Ecuación bicuadrática

así:

$$w_c^2 = \frac{2(1-2\delta^2)w_n^2 \pm \sqrt{4(1-2\delta^2)^2 w_n^4 + 4w_n^4}}{2}$$

No tiene sentido $-$ ya que saldría $w_c^2 < 0$.

Luego:

$$w_c^2 = (1-2\delta^2)w_n^2 + \sqrt{(1-2\delta^2)^2 w_n^4 + w_n^4} =$$

$$= w_n^2\left[(1-2\delta^2) + \sqrt{1-4\delta^2+4\delta^4+1}\right] =$$

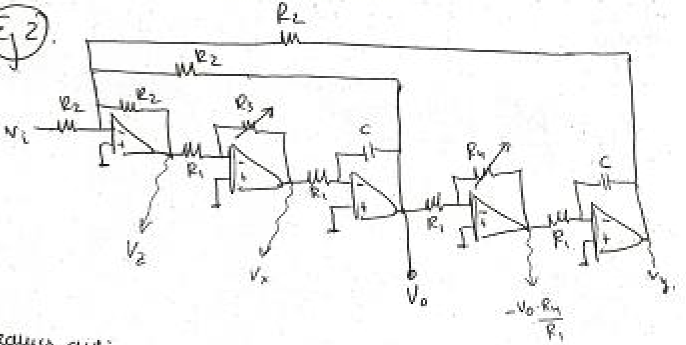
$$= w_n^2\left[(1-2\delta^2) + \sqrt{2-4\delta^2+4\delta^4}\right].$$

Por tanto (tomando raíces cuadradas a ambos lados):

$$\boxed{w_c = w_n\sqrt{(1-2\delta^2) + \sqrt{4\delta^4-4\delta^2+2}}}$$

c.q.d.

Ej 2.



Veamos que:

$$\left.\begin{cases} v_0 = -V_x \cdot \dfrac{Z_C}{R_1} \\ v_x = -\dfrac{R_3}{R_1} \cdot V_z \end{cases}\right\} \Rightarrow V_0 = \frac{R_3}{R_1^2} \cdot Z_C \cdot V_z \Rightarrow \boxed{V_z = \frac{R_1^2}{R_3 Z_C} \cdot V_0}$$

Por otro lado:

$$\boxed{V_y = +V_0 \cdot \frac{R_4}{R_1^2} \cdot Z_C}$$

Analizando el primer operacional, vemos que es un sumador con pesos negativos (ganancia -1)

$$V_z = \frac{R_1^2}{R_3 \cdot Z_C} V_0$$

Luego.

$$V_2 = \frac{R_1^2}{R_3 \cdot Z_c} \cdot V_o = -V_i - V_o - V_y$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{R_1^2}{R_3 Z_c} \cdot V_o = -V_i - V_o - V_o \cdot \frac{R_4 \cdot Z_c}{R_1^2}$$

$$\left[\frac{R_1^2}{R_3 \cdot Z_c} + 1 + \frac{R_4 \cdot Z_c}{R_1^2}\right] V_o = -V_i$$

Luego $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-1}{1 + \frac{R_1^2}{R_3} \cdot sC + \frac{R_4}{R_1^2 sC}} =$

$$H(s) = \boxed{\frac{-\frac{R_3}{R_1^2 C} \cdot s}{s^2 + \frac{R_3}{R_1^2 C} \cdot s + \frac{R_3 R_4}{R_1^4 C^2}}} = \boxed{\frac{-K w_o s}{s^2 + B s + w_o^2}}$$

Luego: $\boxed{B = \frac{R_3}{R_1^2 C}}$; $\boxed{w_o = \frac{\sqrt{R_3 R_4}}{R_1^2 C}}$

$$\boxed{Q = \frac{w_o}{B} = \sqrt{\frac{R_4}{R_3}}}$$

c

$Q = 10 \Rightarrow 10 = \sqrt{R_4/R_3} \Rightarrow 100 = \frac{R_4}{R_3}$

luego $\boxed{R_4 = 100 R_3}$

$$w_0 = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 = \frac{\sqrt{100 R_3^2}}{R_1^2 \cdot C} =$$

$$2\pi \cdot 5 \cdot 10^3 = \frac{\sqrt{100 R_3^2}}{1 \cdot \cancel{10^6} \cdot 1 \cdot \cancel{10^{-6}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{2}\pi \cdot \cancel{5} \cdot 10^3 = \cancel{10} \cdot R_3 \Rightarrow \boxed{R_3 = \pi K\Omega = 3'14 K\Omega}$$

$$\boxed{R_2 = 100 \pi K\Omega = 314 K\Omega}$$