

Importante: Recuerde mencionar los resultados teóricos que usa para la resolución de los problemas, y justificar por qué se pueden usar verificando las condiciones de los resultados cuando sea necesario.

Duración del examen: 2 horas. Recuerde distribuir su tiempo para contestar los problemas de cada parte de la asignatura. Se permite el uso de calculadora no programable.

Parte A. Ecuaciones diferenciales _____

Problema 1. (2,5 puntos)

Considere el siguiente sistema no lineal:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) = 8x - y^2 \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y) = x^2 - y\end{aligned}$$

- Halle los puntos críticos (fijos) de este sistema.
- Dibuje las curvas $f(x, y) = 0$ y $g(x, y) = 0$, cuyas intersecciones señalan los puntos críticos.
- Evalúe la estabilidad lineal de cada punto crítico y señale qué tipo de punto es (nodo, foco, etc.).

Parte B. Variable compleja _____

Problema 2. (2,5 puntos)

Calcular, usando las técnicas de la asignatura, la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx.$$

Parte C. Espacios de Hilbert _____

Problema 3. (2 puntos)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient.

Problema 4. (3 puntos)

Dada la función

$$h(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x < 2 \\ -1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases},$$

definimos el operador

$$T : L_2(\mathbb{R}) \rightarrow L_2(\mathbb{R}) \\ f(x) \mapsto f(x)h(x) .$$

Por simplicidad, consideremos $L_2(\mathbb{R})$ formado por funciones reales de variable real.

- ¿Es T continuo?
- Determinar el espectro puntual de T , los autoespacios asociados a los autovalores, y la dimensión de los mismos.
- Determinar el espectro continuo de T , y sucesiones de Weyl asociados a los valores espectrales del espectro continuo.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue triangle pointing downwards and an orange triangle pointing upwards, creating a central white space where the text is located.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70