

Importante: Recuerde mencionar los resultados teóricos que usa para la resolución de los problemas, y justificar por qué se pueden usar verificando las condiciones de los resultados cuando sea necesario.

Duración del examen: 2 horas. Recuerde distribuir su tiempo para contestar los problemas de cada parte de la asignatura. Se permite el uso de calculadora no programable.

Parte A. Ecuaciones diferenciales _____

Problema 1. (2,5 puntos)

El modelo de dinámica de poblaciones biológicas de Holling-Tanner para una interacción entre una presa X y un depredador Y . Si sus poblaciones respectivas son $x(t)$ y $y(t)$, las ecuaciones del modelo son:

$$\frac{dx}{dt} = x \left(1 - \frac{x}{7} \right) - \frac{6xy}{(7+7x)}; \quad \frac{dy}{dt} = 0,2y \left(1 - \frac{2,5y}{x} \right)$$

a) Halle únicamente los puntos críticos con sentido físico, su estabilidad lineal y diga de qué tipo son.

b) Dibuje a mano alzada un esquema del plano de fases del sistema no lineal original. No necesita ser preciso, solo el esquema.

(Ayuda: $\sqrt{1024} = 32$)

Parte B. Variable compleja _____

Problema 2. (2,5 puntos)

Calcular, usando las técnicas de la asignatura, la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(4+x^2)^2} dx.$$

Parte C. Espacios de Hilbert _____

Problema 3. (2 puntos)

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a background of a light blue and white geometric pattern, possibly representing a map or a stylized landscape.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Problema 4. (3 puntos)

Sea η una raíz séptima de la unidad ($j \in \mathbb{N}$), y $(\lambda_n)_{n=1}^{\infty} = (\frac{1}{2}, \eta, \frac{1}{4}, \eta^2, \frac{1}{8}, \eta^3, \frac{1}{16}, \eta^4, \dots)$. Y sea $T : \ell_2 \rightarrow \ell_2$ el operador dado por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \lambda_3 x_3, \dots) = (\lambda_n x_n)_{n=1}^{\infty}.$$

- Decidir si T es acotado, y calcular $\|T\|$ en su caso. ¿Es T continuo?
- Calcular el adjunto de T .
- Calcular las componentes puntual y continua del espectro de T .
- Determinar cada autoespacio y su dimensión.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70