

TEMA 3

MODULACIONES ANGULARES (DE FASE Y FRECUENCIA)

Tipos de modulaciones

- 1 Modulaciones de fase (lineales) - PSK
 - ▶ Modulación PSK en cuadratura (QPSK)
 - ▶ Modulación QPSK con desplazamiento temporal (OQPSK)
 - ▶ Modulaciones PSK diferenciales (DPSK)

- 1 Modulaciones de fase (lineales) - PSK
 - ▶ Modulación PSK en cuadratura (QPSK)
 - ▶ Modulación QPSK con desplazamiento temporal (OQPSK)
 - ▶ Modulaciones PSK diferenciales (DPSK)

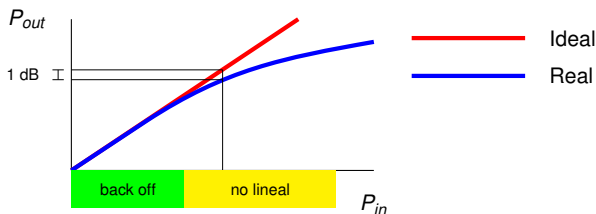
- 2 Modulaciones no lineales - FSK
 - ▶ Modulación FSK de fase constante (CPFSK)
 - ▶ Modulaciones de mínimo desplazamiento en frecuencia (MSK)

Características generales de las modulaciones angulares

- La información transmitida ($A[n]$) no está impresa en la amplitud de la señal modulada, sino en su información angular
 - ▶ Fase de la señal en el intervalo de símbolo
 - ▶ Frecuencia de la señal en el intervalo de símbolo

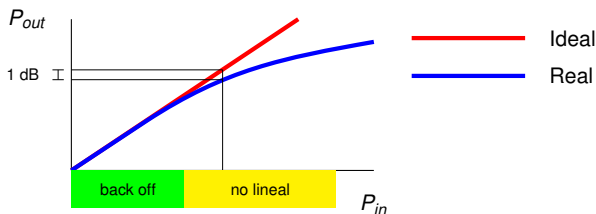
Características generales de las modulaciones angulares

- La información transmitida ($A[n]$) no está impresa en la amplitud de la señal modulada, sino en su información angular
 - ▶ Fase de la señal en el intervalo de símbolo
 - ▶ Frecuencia de la señal en el intervalo de símbolo
- Adecuadas para la transmisión cuando existe una fuerte distorsión de amplitud
 - ▶ Ejemplo: utilización de amplificadores en la zona no lineal



Características generales de las modulaciones angulares

- La información transmitida ($A[n]$) no está impresa en la amplitud de la señal modulada, sino en su información angular
 - ▶ Fase de la señal en el intervalo de símbolo
 - ▶ Frecuencia de la señal en el intervalo de símbolo
- Adecuadas para la transmisión cuando existe una fuerte distorsión de amplitud
 - ▶ Ejemplo: utilización de amplificadores en la zona no lineal



- Inconveniente: ancho de banda más elevado que el de las modulaciones lineales de amplitud

1. Modulaciones de fase (lineales)

- Modulación PSK (Phase Shift Keying)

- ▶ Constelaciones de módulo constante - Información en la fase de los símbolos

- ★ Símbolos

$$A[n] = \sqrt{E_s} e^{j\phi[n]}$$

- ★ Señal compleja banda base

$$s(t) = \sum_n A[n] g(t - nT) = \sqrt{E_s} \sum_n e^{j\phi[n]} g(t - nT)$$

- ★ Señal modulada paso banda

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{2}\mathcal{R}e \left\{ s(t) e^{j\omega_c t} \right\} = \sqrt{2E_s}\mathcal{R}e \left\{ \sum_n g(t - nT) e^{j(\omega_c t + \phi[n])} \right\} \\ &= \underbrace{\sqrt{2E_s} \sum_n g(t - nT)}_{\text{envolvente}} \cos(\omega_c t + \phi[n]) \end{aligned}$$

1. Modulaciones de fase (lineales)

- Modulación PSK (Phase Shift Keying)

- ▶ Constelaciones de módulo constante - Información en la fase de los símbolos

- ★ Símbolos

$$A[n] = \sqrt{E_s} e^{j\phi[n]}$$

- ★ Señal compleja banda base

$$s(t) = \sum_n A[n] g(t - nT) = \sqrt{E_s} \sum_n e^{j\phi[n]} g(t - nT)$$

- ★ Señal modulada paso banda

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{2}\mathcal{R}e \left\{ s(t) e^{j\omega_c t} \right\} = \sqrt{2E_s}\mathcal{R}e \left\{ \sum_n g(t - nT) e^{j(\omega_c t + \phi[n])} \right\} \\ &= \underbrace{\sqrt{2E_s} \sum_n g(t - nT)}_{\text{envolvente}} \cos(\omega_c t + \phi[n]) \end{aligned}$$

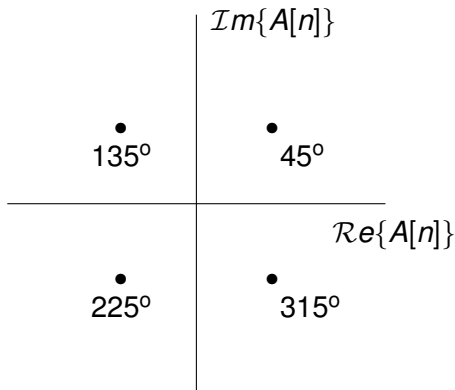
- Modulación de envolvente constante se puede conseguir usando

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} w_T(t), \quad w_T(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

- Inconveniente: ancho de banda elevado (saltos de fase en $t = nT$)

$$S_s(j\omega) = E_s \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\omega T}{2\pi} \right)$$

Modulación QPSK - $M = 4$ - Constelación



- $\phi[n] = 45^\circ: A[n] = +1 + j$
- $\phi[n] = 135^\circ: A[n] = -1 + j$
- $\phi[n] = 225^\circ: A[n] = -1 - j$
- $\phi[n] = 315^\circ: A[n] = +1 - j$

Saltos de fase en señal QPSK

- Señal PSK

$$\begin{aligned}x(t) &= \sqrt{2}s_I(t) \cos(\omega_c t) - \sqrt{2}s_Q(t) \sen(\omega_c t) \\ &= \sqrt{2E_s} \sum_n g(t - nT) \cos(\omega_c t + \phi[n])\end{aligned}$$

siendo

$$\begin{aligned}s_I(t) &= \sum_n \Re\{A[n]\}g(t - nT) = \sum_n A_I[n] g(t - nT) \\ s_Q(t) &= \sum_n \Im\{A[n]\}g(t - nT) = \sum_n A_Q[n] g(t - nT)\end{aligned}$$

- Saltos de fase

- ▶ $\pm 90^\circ$: cambia $s_I(t)$ o $s_Q(t)$
- ▶ 180° : cambian $s_I(t)$ y $s_Q(t)$ simultáneamente

Relaciones trigonométricas

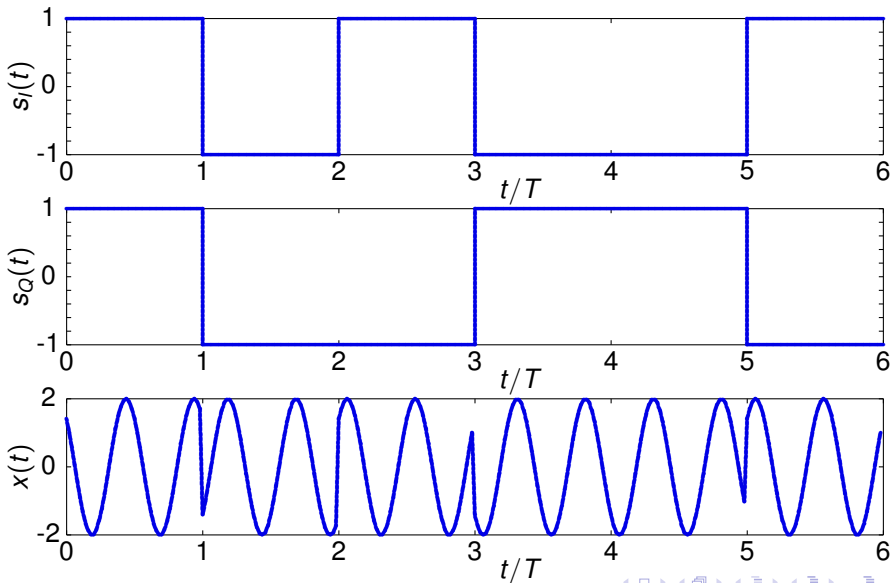
$$+ \cos(\omega_c t) - \sen(\omega_c t) = \sqrt{2} \cos(\omega_c t + 45^\circ)$$

$$- \cos(\omega_c t) - \sen(\omega_c t) = \sqrt{2} \cos(\omega_c t + 135^\circ)$$

$$- \cos(\omega_c t) + \sen(\omega_c t) = \sqrt{2} \cos(\omega_c t + 225^\circ)$$

$$+ \cos(\omega_c t) + \sen(\omega_c t) = \sqrt{2} \cos(\omega_c t + 315^\circ)$$

Modulación QPSK



Modulación QPSK con desplazamiento temporal (OQPSK)

- Se eliminan los saltos de 180°
 - ▶ Evitar que coincidan las transiciones de $s_I(t)$ y $s_Q(t)$

Modulación QPSK con desplazamiento temporal (OQPSK)

- Se eliminan los saltos de 180°
 - ▶ Evitar que coincidan las transiciones de $s_I(t)$ y $s_Q(t)$
- Señal OQPSK
 - ▶ Se retarda la componente en cuadratura $T/2$
 - ▶ Saltos sólo de $\pm 90^\circ$
 - ▶ Saltos más frecuentes (cada $T/2$)

Modulación QPSK con desplazamiento temporal (OQPSK)

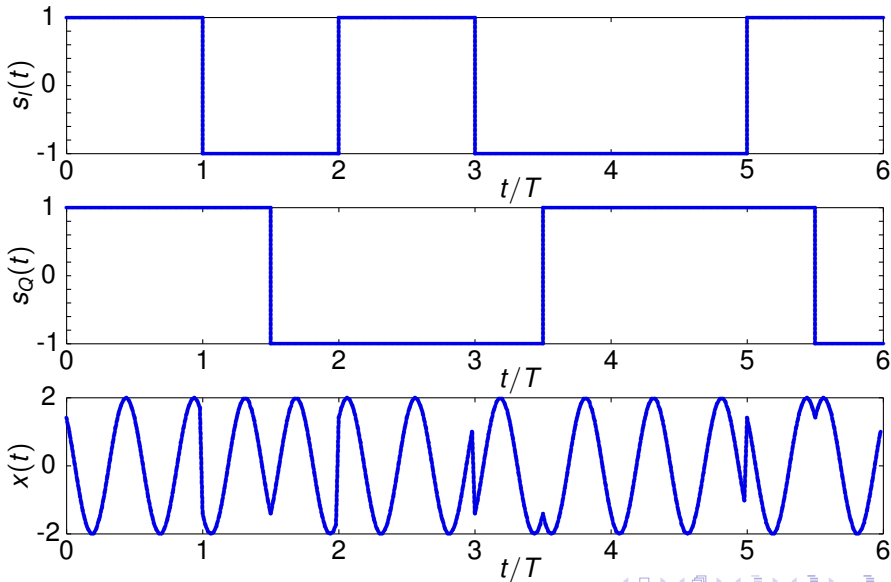
- Se eliminan los saltos de 180°
 - ▶ Evitar que coincidan las transiciones de $s_I(t)$ y $s_Q(t)$
- Señal OQPSK
 - ▶ Se retarda la componente en cuadratura $T/2$
 - ▶ Saltos sólo de $\pm 90^\circ$
 - ▶ Saltos más frecuentes (cada $T/2$)

$$x(t) = \sqrt{2} s_I(t) \cos(\omega_c t) - \sqrt{2} s_Q(t) \sin(\omega_c t)$$

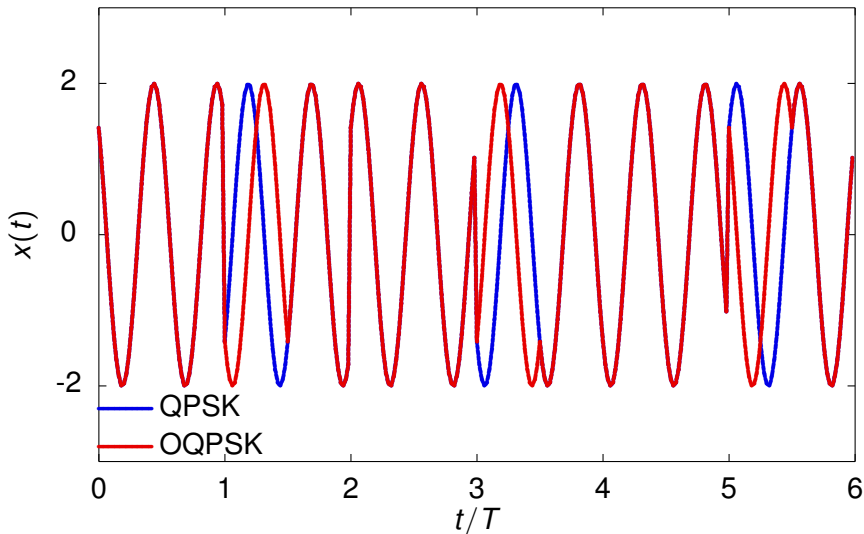
$$s_I(t) = \sum_n A_I[n] g(t - nT)$$

$$s_Q(t) = \sum_n A_Q[n] g(t - nT - T/2)$$

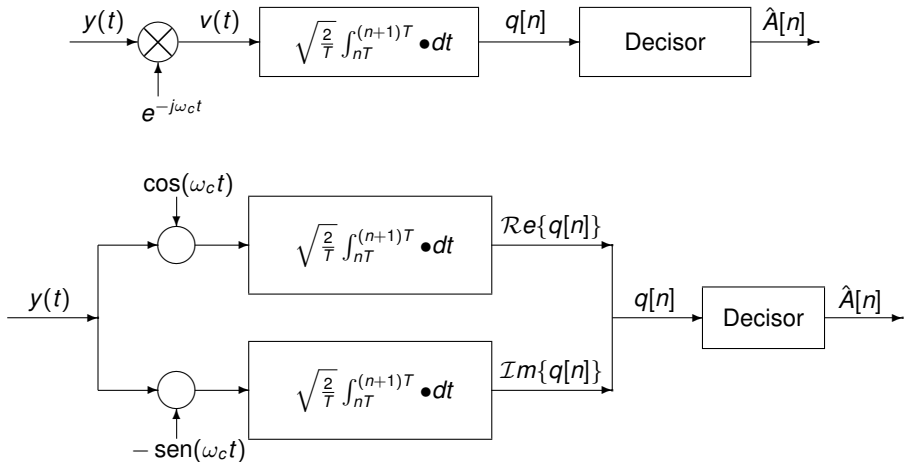
Modulación OQPSK - Retardo de $s_Q(t)$



Modulación QPSK vs OQPSK

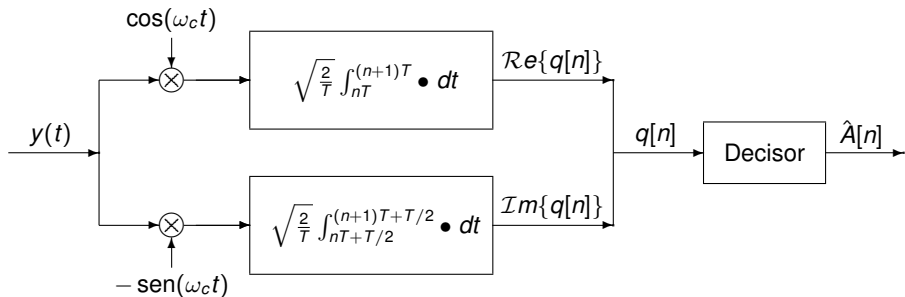


Receptores para modulaciones de fase PSK



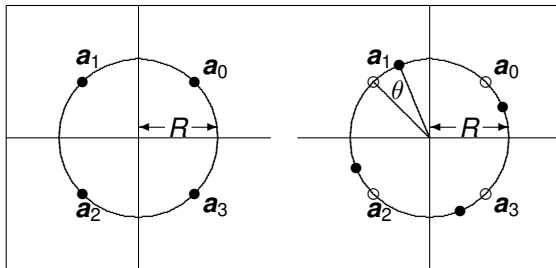
Receptores para modulaciones OQPSK

Hay que tener en cuenta el retardo de $T/2$ en la componente en cuadratura: retardo en el correlador



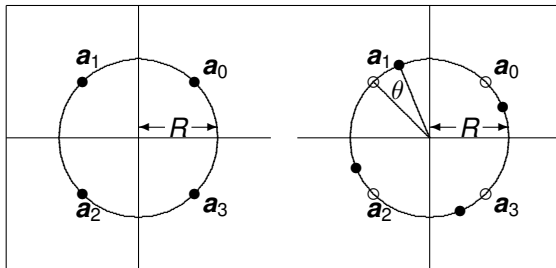
Receptores para modulaciones PSK

- Receptor coherente
- Receptor no coherente: las fases de las portadoras para modular y demodular son diferentes
 - ▶ Diferencia de θ radianes
 - ▶ Constelación recibida está rotada θ radianes



Receptores para modulaciones PSK

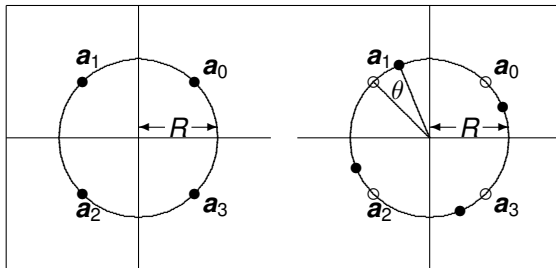
- Receptor coherente
- Receptor no coherente: las fases de las portadoras para modular y demodular son diferentes
 - ▶ Diferencia de θ radianes
 - ▶ Constelación recibida está rotada θ radianes



- ▶ Este efecto puede afectar seriamente al rendimiento
- ▶ Sin embargo, receptores no coherentes tienen menor coste

Receptores para modulaciones PSK

- Receptor coherente
- Receptor no coherente: las fases de las portadoras para modular y demodular son diferentes
 - ▶ Diferencia de θ radianes
 - ▶ Constelación recibida está rotada θ radianes

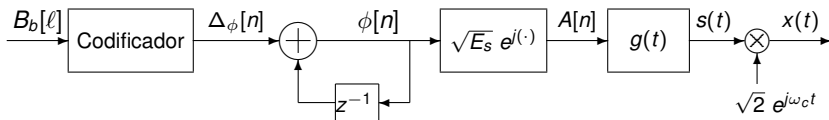


- ▶ Este efecto puede afectar seriamente al rendimiento
- ▶ Sin embargo, receptores no coherentes tienen menor coste
 - ★ Posible solución: modulaciones PSK diferenciales (DPSK)

Moduladores de fase diferencial (DPSK)

- Modulación PSK con codificación diferencial

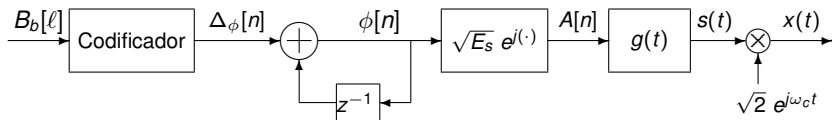
$$\phi[n] = \phi[n - 1] + \Delta\phi[n]$$



Moduladores de fase diferencial (DPSK)

- Modulación PSK con codificación diferencial

$$\phi[n] = \phi[n - 1] + \Delta_\phi[n]$$



- Codificador para modulación M -ária (M símbolos)

$$\Delta_\phi[n] \in \left\{ 0, \frac{2\pi}{M}, \dots, \frac{2\pi(M-1)}{M} \right\}$$

Asignación binaria se realiza sobre $\Delta_\phi[n]$

Ejemplo: 4-PSK

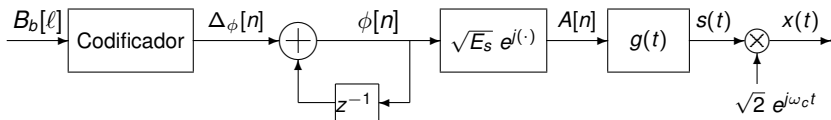
$\Delta_\phi[n]$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
Bits	00	01	11	10

(Codificación Gray)

Moduladores de fase diferencial (DPSK)

- Modulación PSK con codificación diferencial

$$\phi[n] = \phi[n - 1] + \Delta_\phi[n]$$



- Codificador para modulación M -ária (M símbolos)

$$\Delta_\phi[n] \in \left\{ 0, \frac{2\pi}{M}, \dots, \frac{2\pi(M-1)}{M} \right\}$$

Asignación binaria se realiza sobre $\Delta_\phi[n]$

Ejemplo: 4-PSK

$\Delta_\phi[n]$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
Bits	00	01	11	10

(Codificación Gray)

- No requieren un receptor coherente, pero prestaciones peores que PSK convencional

Moduladores de fase diferencial - Ejemplo

- Constelación 4-PSK

$$\phi[n] \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\} \quad \Delta_{\phi}[n] \in \left\{ 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2} \right\} \quad \phi[-1] = \frac{\pi}{4}$$

- Asignación binaria

PSK: Asignación binaria se realiza sobre $\phi[n]$

$\phi[n]$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	(Codificación Gray)
Bits	00	01	11	10	

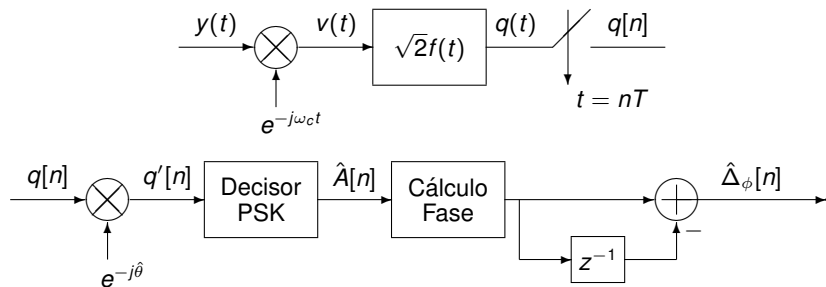
DPSK: Asignación binaria se realiza sobre $\Delta_{\phi}[n]$

$\Delta_{\phi}[n]$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	(Codificación Gray)
Bits	00	01	11	10	

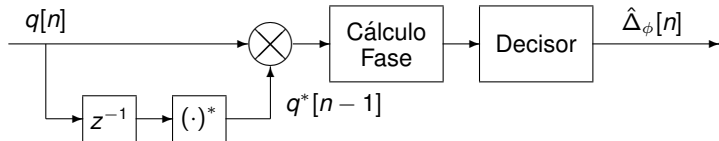
- Secuencia binaria a transmitir $B_b[\ell] = 00\ 10\ 01\ 11\ 10 \dots$

n	0	1	2	3	4
$B[n]$	00	10	01	11	10
PSK: $\phi[n]$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
PSK: $\hat{\phi}[n]$	$\frac{\pi}{4} + \theta$	$\frac{7\pi}{4} + \theta$	$\frac{3\pi}{4} + \theta$	$\frac{5\pi}{4} + \theta$	$\frac{7\pi}{4} + \theta$
DPSK: $\Delta_{\phi}[n]$	0	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
DPSK: $\phi[n]$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
DPSK: $\hat{\phi}[n]$	$\frac{\pi}{4} + \theta$	$\frac{7\pi}{4} + \theta$	$\frac{\pi}{4} + \theta$	$\frac{5\pi}{4} + \theta$	$\frac{3\pi}{4} + \theta$
DPSK: $\hat{\Delta}_{\phi}[n]$	θ	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$

Demodulador PSK (Diferencial)



Receptor Coherente



Receptor DPSK

- Observación

$$q[n] = \sqrt{E_s} e^{j(\phi[n]+\theta)} + z[n]$$

- ▶ Observación anterior conjugada

$$q^*[n-1] = \sqrt{E_s} e^{-j(\phi[n-1]+\theta)} + z^*[n-1]$$

- Multiplicador

$$\begin{aligned} q[n] \times q^*[n-1] &= E_s e^{j(\phi[n]-\phi[n-1])} + \sqrt{E_s} e^{j(\phi[n]+\theta)} z^*[n-1] \\ &\quad + \sqrt{E_s} e^{-j(\phi[n-1]+\theta)} z[n] + z[n] z^*[n-1] \end{aligned}$$

- Decisión

$$\hat{\Delta}_\phi[n] = \angle \{ q[n] \times q^*[n-1] \}$$

2. Modulación por desplazamiento de frecuencia (FSK)

- Información: pulsos de frecuencia discreta de una portadora
- M pulsos (para mapear M símbolos)

$$g_i(t) = \text{sen}(\omega_i t) w_T(t), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1$$

2. Modulación por desplazamiento de frecuencia (FSK)

- Información: pulsos de frecuencia discreta de una portadora
- M pulsos (para mapear M símbolos)

$$g_i(t) = \text{sen}(\omega_i t) w_T(t), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1$$

- Codificador: define el índice del pulso transmitido en el instante n

$$A[n] \in \{i = 0, 1, \dots, M - 1\}$$

2. Modulación por desplazamiento de frecuencia (FSK)

- Información: pulsos de frecuencia discreta de una portadora
- M pulsos (para mapear M símbolos)

$$g_i(t) = \text{sen}(\omega_i t) w_T(t), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1$$

- Codificador: define el índice del pulso transmitido en el instante n

$$A[n] \in \{i = 0, 1, \dots, M - 1\}$$

- Señal FSK en el dominio del tiempo

$$x(t) = K \sum_n g_{A[n]}(t - nT)$$

2. Modulación por desplazamiento de frecuencia (FSK)

- Información: pulsos de frecuencia discreta de una portadora
- M pulsos (para mapear M símbolos)

$$g_i(t) = \text{sen}(\omega_i t) w_T(t), \quad i = 0, 1, \dots, M - 1$$

- Codificador: define el índice del pulso transmitido en el instante n

$$A[n] \in \{i = 0, 1, \dots, M - 1\}$$

- Señal FSK en el dominio del tiempo

$$x(t) = K \sum_n g_{A[n]}(t - nT)$$

- FSK de fase continua (CPFSK)

- ▶ Continuidad de fase: pulsos con un número entero de períodos en T segundos

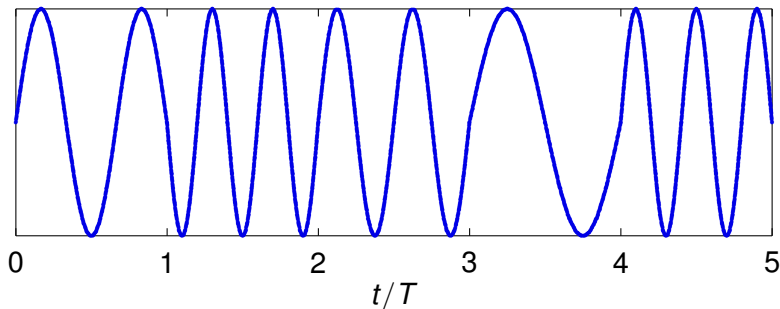
$$\text{Frecuencias: } \omega_i = \frac{2\pi}{T} \times N_i, \quad N_i \in \mathbb{Z}, \quad i = 0, \dots, M - 1$$

Forma de onda de una modulación CPFSK

- Ejemplo sencillo:

- ▶ $M = 4$

- ▶ Frecuencias: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_1 = \frac{3\pi}{T}$, $\omega_2 = \frac{4\pi}{T}$, $\omega_3 = \frac{5\pi}{T}$

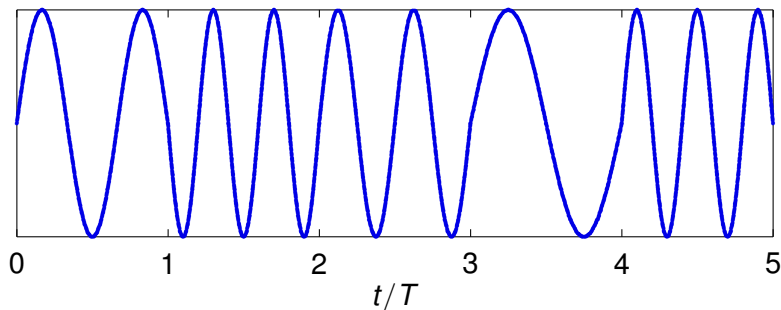


Forma de onda de una modulación CPFSK

- Ejemplo sencillo:

- ▶ $M = 4$

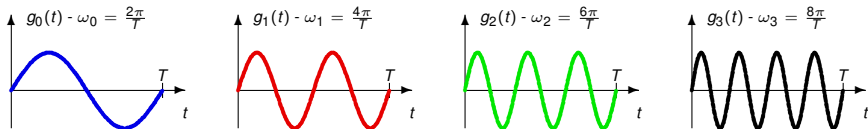
- ▶ Frecuencias: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_1 = \frac{3\pi}{T}$, $\omega_2 = \frac{4\pi}{T}$, $\omega_3 = \frac{5\pi}{T}$



- Símbolos transmitidos: $A[0] = 1$, $A[1] = 3$, $A[2] = 2$, $A[3] = 0$, $A[4] = 3$

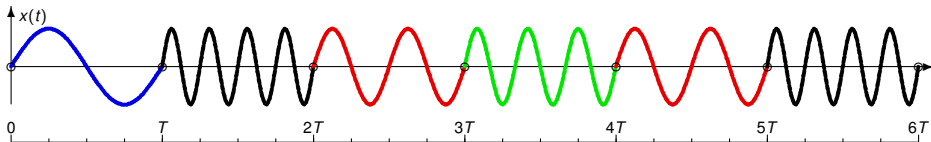
Formas de onda CPFSK - Ej. para $M = 4$

- Pulsos CPFSK para $M = 4$ (un posible ejemplo)



- Forma de onda para secuencia de datos

n	0	1	2	3	4	5
$A[n]$	0	3	1	2	1	3



Modulación MSK (Minimum shift keying)

- Información: cambios de frecuencia en la frecuencia de una portadora
- Mínima separación de frecuencia entre portadoras ortogonales

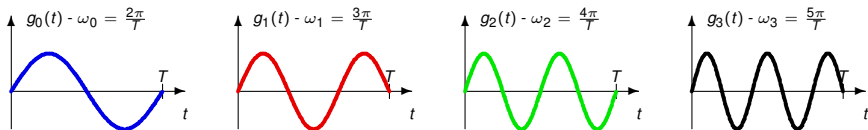
Modulación MSK (Minimum shift keying)

- Información: cambios de frecuencia en la frecuencia de una portadora
- Mínima separación de frecuencia entre portadoras ortogonales

- Diferencias clave con la modulación CPFSK
 - ▶ Separación entre frecuencias consecutivas es la mitad para MSK
 - ★ MSK: $\Delta_{\omega} = \omega_i - \omega_{i-1} = \frac{\pi}{T}$
 - ★ CPFSK: $\Delta_{\omega} = \omega_i - \omega_{i-1} = \frac{2\pi}{T}$
 - ▶ Valores para ω_i no restringidos a múltiplos enteros de $\frac{2\pi}{T}$ como en CPFSK (ni tampoco a ser múltiplos de $\frac{\pi}{T}$)
 - ★ Selección de frecuencias no garantiza automáticamente continuidad de fase
 - ★ Es preciso introducir memoria para tener continuidad de fase

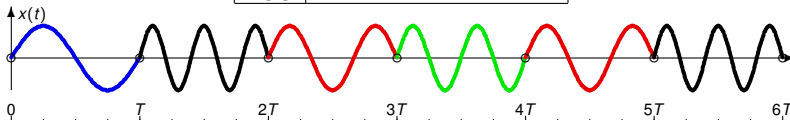
Formas de onda MSK - Ej. para $M = 4$

- Pulsos para $M = 4$ (un posible ejemplo)

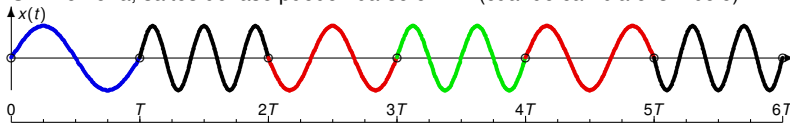


- Forma de onda para

n	0	1	2	3	4	5
$A[n]$	0	3	1	2	1	3



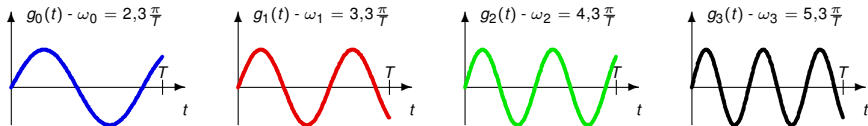
Sin memoria, saltos de fase pueden darse en nT (cuando cambia el símbolo)



Identificación de la fase al final de cada intervalo de símbolo ($\theta[n]$) permite la continuidad

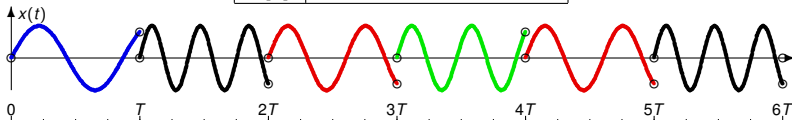
Formas de onda MSK - Ej. para $M = 4$ (II)

- Otro ejemplo con frecuencias que no son múltiplos enteros de $\frac{\pi}{T}$

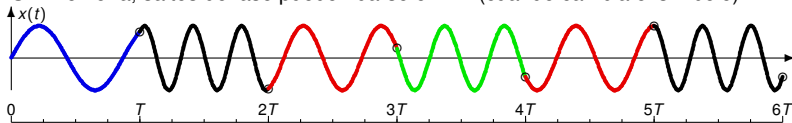


- Forma de onda para

n	0	1	2	3	4	5
$A[n]$	0	3	1	2	1	3



Sin memoria, saltos de fase pueden darse en nT (cuando cambia el símbolo)



Identificación de la fase al final de cada intervalo de símbolo ($\theta[n]$) permite la continuidad