

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA LINEAL

1.5 Sistemas de ecuaciones lineales

LIBRO
LAS MATRICES SON FÁCILES
José Manuel Casteleiro

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

SISTEMAS LINEALES

TIENE SOLUCIÓN
SISTEMA COMPATIBLE

SOLUCIÓN ÚNICA
SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

INFINITAS SOLUCIONES
SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

NO TIENE SOLUCIÓN

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

EXPRESIÓN MATRICIAL DE UN SISTEMA

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x + b_{12}y + c_{13}z + \dots e_{1m}t &= D_1 \\ a_{21}x + b_{22}y + c_{23}z + \dots e_{2m}t &= D_2 \\ a_{31}x + b_{32}y + c_{33}z + \dots e_{3m}t &= D_3 \\ \vdots &\vdots \\ a_{n1}x + b_{n2}y + c_{n3}z + \dots e_{nm}t &= D_n \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} & \dots & e_{1m} \\ a_{21} & b_{22} & c_{23} & \dots & e_{2m} \\ a_{31} & b_{32} & c_{33} & \dots & e_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{VECTOR DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES D}} \mathbf{AX} = \mathbf{D}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

VECTOR DE INCÓGNITAS X

Ejemplo 4.4 Expresar el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas en forma matricial

$$\left. \begin{aligned} 3x + 6y + z - t &= 1 \\ 2x + 3y + 3z + 5t &= -2 \\ x + 2y + 8t &= 3 \\ -5x + y + 4z &= 2 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{matrix} & x & y & z & t & & \\ \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 8 \\ -5 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} & \longrightarrow & \mathbf{AX} = \mathbf{D} \end{matrix}$$

VECTOR DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES D

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POR EL MÉTODO DE GAUSS

PROCESO

Situación inicial

1º) Expresar sistema en forma de matriz ampliada.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x + b_{12}y + c_{13}z + d_{14}t &= D_1 \\ a_{21}x + b_{22}y + c_{23}z + d_{24}t &= D_2 \\ a_{31}x + b_{32}y + c_{33}z + d_{34}t &= D_3 \\ a_{41}x + b_{42}y + c_{43}z + d_{44}t &= D_4 \end{aligned} \right\}$$

$$A^* = \begin{bmatrix} x & y & z & t & \\ a_{11} & b_{12} & c_{13} & d_{14} & D_1 \\ a_{21} & b_{22} & c_{23} & d_{24} & D_2 \\ a_{31} & b_{32} & c_{33} & d_{34} & D_3 \\ a_{41} & b_{42} & c_{43} & d_{44} & D_4 \end{bmatrix}$$

2º) Triangular superiormente.

3º) Analizar la situación final y resolver.

Situación final: Hay 3 posibles

$$\begin{bmatrix} x & y & z & t & \\ a_{11} & b_{12} & c_{13} & d_{14} & D_1 \\ 0 & b_{22} & c_{23} & d_{24} & D_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} (a_{11})x + (b_{12})y + (c_{13})z + (d_{14})t = D_1 & \rightarrow x \\ (b_{22})y + (c_{23})z + (d_{24})t = D_2 & \rightarrow y \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POR EL MÉTODO DE GAUSS PROCESO

Situaciones finales

1a)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 & e'_2 \\ 0 & 0 & c''_3 & d''_3 & e''_3 \\ 0 & 0 & 0 & d''''_4 & e''''_4 \end{array} \right]$$

**SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO
SOLUCIÓN ÚNICA**

VALOR DISTINTO DE CERO

2a)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 & e'_2 \\ 0 & 0 & c''_3 & d''_3 & e''_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

**SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
INFINITAS SOLUCIONES**

FILA DE CEROS

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

VALOR DISTINTO DE CERO

Ejemplo 4.7. Hallar la solución del siguiente sistema:

MÉTODO DE GAUSS

$$\left. \begin{array}{l} -x - 2y + 3t = 1 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ -2x - 2y - 3z + t = 0 \\ x + y + 2z = -1 \end{array} \right\}$$

x	y	z	t	
-1	-2	0	3	1
1	2	2	0	0
-2	-2	-3	1	0
1	1	2	0	-1

COLUMNA DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\ \hline -1 & -2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{array}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO SOLUCIÓN ÚNICA

t	y	z	x		
1	-2	-3	-2	0	$\rightarrow t - 2y - 3z - 2x = 0$
0	1	2	1	-1	$\rightarrow y + 2z + x = -1$
0	0	1	1	5	$\rightarrow z + x = 5$
0	0	0	1	12	$\rightarrow x = 12$

}

→ $t = 5$

→ $y = 1$

→ $z = -7$

→ $x = 12$

VALOR DISTINTO DE CERO

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 4.7. Hallar la solución del siguiente sistema:

MÉTODO DE GAUSS

$$\left. \begin{array}{l} -x - 2y + 3t = 1 \\ 2y + 2z = 0 \\ -2x - 2y - 3z + t = 0 \\ x + y + 2z = -1 \end{array} \right\}$$

x	y	z	t		
-1	-2	0	3		1
0	2	2	0		0
-2	-2	-3	1		0

COLUMNA DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\
 \hline
 -1 & -2 & 0 & 3 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\
 -2 & -2 & -3 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 2 & 0 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\
 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\
 0 & 4 & 9 & 5 & 1 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0
 \end{array}$$

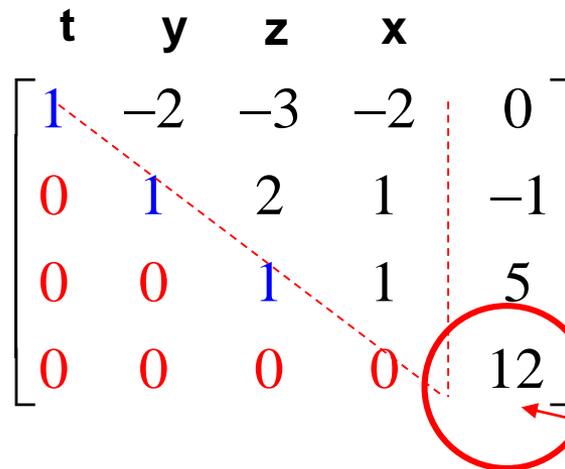
$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & 0 & 2 & 2 & 0
 \end{array}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

SISTEMA INCOMPATIBLE SIN SOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\ \hline 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \end{array}$$


VALOR DISTINTO DE CERO

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ejemplo 4.9. Hallar la solución del siguiente sistema:

MÉTODO DE GAUSS

$$\left. \begin{array}{l} -x - 2y + 3t = 1 \\ 2y + 2z = -12 \\ -2x - 2y - 3z + t = 0 \\ x + y + 2z = -1 \end{array} \right\}$$

x	y	z	t	
-1	-2	0	3	1
0	2	2	0	-12
-2	-2	-3	1	0
1	1	2	0	-1

COLUMNA DE TÉRMINOS INDEPENDIENTES

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\
 \hline
 -1 & -2 & 0 & 3 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & -12 \\
 -2 & -2 & -3 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 2 & 0 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & -12 \\
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & -12 \\
 3 & -2 & 0 & -1 & 1 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 2 & 2 & 0 & -12 \\
 0 & 4 & 9 & 5 & 1 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & 0 & 2 & 0 & 0
 \end{array}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO INFINITAS SOLUCIONES

$$\begin{array}{cccc|c}
 & \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & & 0 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & & 5 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & & 0
 \end{array}$$

FILA DE CEROS

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} & \\
 \hline
 1 & -2 & -3 & -2 & 0 \\
 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 5
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow t - 2y - 3z - 2x = 0 \\
 \rightarrow y + 2z + x = -1 \\
 \rightarrow z + x = 5 \quad \rightarrow x = 5 - z
 \end{array}$$

RESOLUCIÓN

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$x = 5 - z$$

SISTEMAS HOMOGÉNEOS

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x + b_{12}y + c_{13}z + \dots\dots e_{1m}t &= 0 \\ a_{21}x + b_{22}y + c_{23}z + \dots\dots e_{2m}t &= 0 \\ a_{31}x + b_{32}y + c_{33}z + \dots\dots e_{3m}t &= 0 \\ \vdots & \\ a_{n1}x + b_{n2}y + c_{n3}z + \dots\dots e_{nm}t &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} & \dots & e_{1m} \\ a_{21} & b_{22} & c_{23} & \dots & e_{2m} \\ a_{31} & b_{32} & c_{33} & \dots & e_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow AX = [0]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

VECTOR DE INCÓGNITAS X

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS HOMOGÉNEOS POR EL MÉTODO DE GAUSS

SITUACIÓN INICIAL

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



SITUACIÓN FINAL

SOLUCIÓN TRIVIAL

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 t = 0 \\ b'_2 y + c'_2 z + d'_2 t = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SISTEMA HOMOGÉNEO

Cartagena99

FORMA OPERATIVA

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{x} \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{z} \quad \mathbf{t} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\
 a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\
 a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\
 a_4 & b_4 & c_4 & d_4
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

SITUACIONES FINALES

1ª SITUACIÓN FINAL

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{A} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} \\
 a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\
 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\text{Rg}(\mathbf{A}) = \text{Rg}(\mathbf{A}^*)$$

SISTEMA COMPATIBLE

$$\text{Rg}(\mathbf{A}) = \text{N}^\circ \text{ incógnitas}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SOLUCIÓN TRIVIAL

Cartagena99

A

SISTEMAS HOMOGÉNEOS

SITUACIONES FINALES

1a)

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\ \hline a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 \\ 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 & 0 \\ 0 & 0 & c''_3 & d''_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d'''_4 & 0 \end{array}$$

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

VALOR DISTINTO DE CERO

2a)

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\ \hline a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 \\ 0 & b'_2 & c'_2 & d'_2 & 0 \\ 0 & 0 & c''_3 & d''_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

**SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
INFINITAS SOLUCIONES**

FILA DE CEROS

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ejemplo 4.10. Hallar la solución del siguiente sistema:

MÉTODO DE GAUSS

$$\left. \begin{array}{l} -x - 2y + 3t = 0 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ -2x - 2y - 3z + t = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

FORMA OPERATIVA

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} \\ \left[\begin{array}{cccc} -1 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 -1 & -2 & 0 & 3 \\
 1 & 2 & 2 & 0 \\
 -2 & -2 & -3 & 1 \\
 1 & 1 & 2 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 3 & -2 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 2 & 1 \\
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 2 & 2 & 1 \\
 3 & -2 & 0 & -1 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

(-3)

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 2 & 2 & 1 \\
 0 & 4 & 9 & 5 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO SOLUCIÓN TRIVIAL

t	y	z	x		
1	-2	-3	-2	→	$t - 2y - 3z - 2x = 0$
0	1	2	1	→	$y + 2z + x = 0$
0	0	1	1	→	$z + x = 0$
0	0	0	1	→	$x = 0$

}	→ $t = 0$
	→ $y = 0$
	→ $z = 0$
	→ $x = 0$

VALOR DISTINTO DE CERO

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejemplo 4.7. Hallar la solución del siguiente sistema:

MÉTODO DE GAUSS

$$\left. \begin{array}{l} -x - 2y + 3t = 0 \\ 2y + 2z = 0 \\ -2x - 2y - 3z + t = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{array} \right\}$$

FORMA OPERATIVA

x	y	z	t
-1	-2	0	3
0	2	2	0
-2	-2	-3	1

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

COLUMNA PARA EMPEZAR

Cartagena99

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 -1 & -2 & 0 & 3 \\
 0 & 2 & 2 & 0 \\
 -2 & -2 & -3 & 1 \\
 1 & 1 & 2 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 3 & -2 & 0 & -1 \\
 0 & 2 & 2 & 0 \\
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 2 & 2 & 0 \\
 3 & -2 & 0 & -1 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 2 & 2 & 0 \\
 0 & 4 & 9 & 5 \\
 0 & 1 & 2 & 1
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO INFINITAS SOLUCIONES

$$\begin{array}{cccc}
 & \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 1 & 2 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

FILA DE CEROS

$$\begin{array}{cccc}
 \mathbf{t} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{x} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 & -2 & -3 & -2 \\
 0 & 1 & 2 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 1
 \end{array} \right] & \rightarrow & t - 2y - 3z - 2x = 0 \\
 & \rightarrow & y + 2z + x = 0 \\
 & \rightarrow & z + x = 0 & \rightarrow x = -z
 \end{array}$$

RESOLUCIÓN

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SISTEMAS DEPENDIENTES DE PARÁMETROS

Ejemplo 4.17. Discutir y, en los casos en que sea posible, resolver el siguiente sistema en función del parámetro a :

$$\left. \begin{array}{l} x + y + az + at = 2 \\ -x - ay - 3z + 4t = -2 \\ x + y + az + 2at = 2 \\ -x - y + 3z + 3t = 1 + a \end{array} \right\}$$

FORMA OPERATIVA

$$\begin{array}{cccc|cccc} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & & \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} \\ (1)(-1)(1) \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & a & a & 2 & 1 & 1 & a & a \\ -1 & -a & -3 & 4 & -2 & 0 & 1-a & -3+a & 4+a \end{array} \right] \end{array}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

SOLUCIONES EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO

$$\begin{array}{cccc|c} \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 1-a & -3+a & 4+a & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 3+a & 3+a \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{array}$$

CEROS DIAGONAL PRINCIPAL

$$1) \rightarrow 1 - a = 0 \rightarrow a = 1$$

$$2) \rightarrow 3 + a = 0 \rightarrow a = -3$$

$$3) \rightarrow a = 0 \rightarrow a = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$a = 1$

SOLUCIONES EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO

1ª SOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 1-a & -3+a & 4+a & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 3+a & 3+a \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

SISTEMA INCOMPATIBLE

CERO EN LA DIAGONAL PRINCIPAL

DEMOSTRACIÓN

$$(2) \begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 0 \end{array}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\begin{array}{cccc|c}
 \mathbf{x} & \mathbf{y} & \mathbf{z} & \mathbf{t} & \\
 \hline
 1 & 1 & a & a & 2 \\
 0 & 0 & -2 & 5 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 4
 \end{array}$$

VALOR DISTINTO DE CERO

SISTEMA INCOMPATIBLE

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$a = -3$$

2ª SOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 1-a & -3+a & 4+a & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 3+a & 3+a \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

**SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
INFINITAS SOLUCIONES**

FILA DE CEROS

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & -6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow x + y - 3z - 3t = 2$$

$$\rightarrow 4y - 6z + t = 0$$

$$\rightarrow x + y - 3z = 2$$

$$\rightarrow 4y - 6z = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$a = 0$

3ª SOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & a & a & 2 \\ 0 & 1-a & -3+a & 4+a & 0 \\ 0 & 0 & 3+a & 3+a & 3+a \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

**SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO
INFINITAS SOLUCIONES**

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{cccc|c} x & y & z & t & \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\rightarrow x + y = 2$$

$$\rightarrow y - 3z + 4t = 0 \longrightarrow$$

$$y - 3(1-t) + 4t = 0$$

FILA DE CEROS

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Cartagena99

$$y = 3 - 7t$$

EJERCICIOS CASA

Página 276: 1 al 5

Vídeo explicación sistemas:

<https://www.youtube.com/watch?v=GBrv2sPIO6k>

The logo for Cartagena99 features the text "Cartagena99" in a stylized, green, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the word "Cartagena". The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath, all contained within a yellow rectangular box.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70