

MATEMÁTICAS EMPRESARIALES I

Integrales

1.- Calcular las siguientes integrales indefinidas:

a) $\int \sqrt[3]{x}(x^5 + 3x^2 + 2)dx$ b) $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$ c) $\int x^2 \operatorname{sen}(x^3)dx$
d) $\int \frac{\ln x}{x^3}dx$ e) $\int (x^2 + 1)e^{-2x}dx$ f) $\int (x + 3) \ln x dx$
g) $\int \frac{1}{x \ln x}dx$ h) $\int \frac{e^{1/x}}{x^2}dx$ i) $\int \sqrt{x} \ln x dx$
j) $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x}dx$ k) $\int \operatorname{sen} x \sqrt[3]{\cos x}dx$ l) $\int x\sqrt{x+1}dx$

2.- Calcular las siguientes integrales racionales

a) $\int_{x^3}^{\cos x} e^{t^2} dt$ b) $\int_{\ln x}^{\sqrt{x}} \frac{e^t}{t} dt$ c) $\int_{3x+1}^{e^{2x}} \sqrt{\ln t} dt$

3.- Calcular las siguientes integrales definidas:

a) $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ b) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \operatorname{sen} x}} dx$ c) $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$
d) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ e) $\int_0^1 \ln(\sqrt{x}) dx$ f) $\int_3^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$
g) $\int_1^{+\infty} x e^{-x} dx$ h) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$ i) $\int_4^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$
j) $\int_0^{\pi/2} \cos x \cdot \ln(\operatorname{sen} x) dx$ k) $\int_0^1 \sqrt{x} \ln(\sqrt{x}) dx$ l) $\int_2^{\infty} (x+1)e^{-2x} dx$

4.- Calcular el área de la región limitada por las siguientes curvas:

- a) $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta $x = 1$.
b) $y = x^3 - 3x + 3$, $y = x + 3$.
c) $xy = 12$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = e$.
d) las rectas $y = 0$, $y = 2x - 3$, $x + y = 1$.
e) $y = x^3$ y la recta $y = x$.
f) $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta $y = 0$.
g) $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

5) Si F es una primitiva de f , calcular las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \int_a^b \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx & \text{b)} & \int_a^b \frac{f(x)}{F(x)} dx & \text{c)} & \int_a^b f(x)F(x) dx \\ \text{d)} & \int_a^b x f'(x) dx & \text{e)} & \int_a^b f'(\sqrt{x}) dx & \text{f)} & \int_a^b f(x)F(x)e^{F(x)} dx \end{aligned}$$

6) Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones

a) Si sabemos que $\int_1^9 f(x) dx = 7$, calcular $\int_1^3 x f(x^2) dx$.

b) Si sabemos que $\int_0^{+\infty} f(x) dx = 5$, calcular $\int_0^{+\infty} f(3x) dx$.

c) Si sabemos que $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 6$, calcular las siguientes integrales

$$c_1) \int_{-\infty}^{+\infty} f(3x) dx \quad c_2) \int_0^{+\infty} \frac{f(\ln x)}{x} dx.$$

d) Si sabemos que $\int_1^3 f(x) dx = 6$, $f(3) = 2$, $f(1) = 4$, calcular las siguientes integrales

$$d_1) \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx, \quad d_2) \int_1^3 x f'(x) dx$$

Soluciones:

1) a) $\int \sqrt[3]{x}(x^5 + 3x^2 + 2) dx = \frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}} + \frac{9}{10}x^{\frac{10}{3}} + \frac{3}{19}x^{\frac{19}{3}} + k$

b) $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = \frac{2(\ln x)^{3/2}}{3} + k$

c) $\int x^2 \operatorname{sen}(x^3) dx = -\frac{1}{3} \cos(x^3) + k$

d) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx = -\frac{1}{4x^2} (2 \ln x + 1) + k$

e) $\int (x^2 + 1)e^{-2x} dx = -\frac{1}{4}e^{-2x} (2x^2 + 2x + 3) + k$

f) $\int (x + 3) \ln x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - 3x + 3x \ln x - \frac{1}{2}x^2 + k$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$\begin{aligned} \text{i)} \int \sqrt{x} \ln x \, dx &= \frac{2}{9} \sqrt{x^3} (3 \ln x - 2) + k \\ \text{j)} \int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x} dx &= \frac{1}{3} \ln |x^3 + 3x| + k \\ \text{k)} \int (\sin x) \sqrt[3]{\cos x} dx &= -\frac{3}{4} \sqrt[3]{\cos^4 x} + k. \\ \text{l)} \int x \sqrt{x+1} dx &= \frac{2}{5} (x+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} + k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) a)} -e^{\cos^2 x} \sin x - 3x^2 e^{x^6} \\ \text{b)} \frac{1}{2x} e^{\sqrt{x}} - \frac{1}{\ln x}. \\ \text{c)} 2\sqrt{2x} e^{2x} - 3\sqrt{\ln(3x+1)} \end{aligned}$$

$$\text{3) a)} \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\text{b)} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx = 2$$

$$\text{c)} \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx = \frac{8}{3}$$

$$\text{d)} \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = -4$$

$$\text{e)} \int_0^1 \ln(\sqrt{x}) dx = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{f)} \int_3^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx = \frac{5}{e^9}.$$

$$\text{g)} \int_1^{+\infty} x e^{-x} dx = \frac{2}{e}.$$

$$\text{h)} \int_{\frac{1}{\infty}}^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{1}{4}.$$

$$\text{i)} \int_4^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx = \frac{6}{e^2}.$$

$$\text{j)} \int_0^{\pi/2} (\cos x) \ln(\sin x) dx = -1.$$

$$\text{k)} \int_0^1 \sqrt{x} \ln(\sqrt{x}) dx = -\frac{2}{9}.$$

$$\text{l)} \int_0^{\infty} (x+1) e^{-2x} dx = \frac{7}{7}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- 5) a) $2 \left(F(\sqrt{b}) - F(\sqrt{a}) \right)$, b) $\ln(F(b)) - \ln(F(a))$, c) $\frac{1}{2} (F(b)^2 - F(a)^2)$,
 d) $bf(b) - af(a) - F(b) + F(a)$, e) $2 \left(\sqrt{b}f(\sqrt{b}) - \sqrt{a}f(\sqrt{a}) - F(\sqrt{b}) + F(\sqrt{a}) \right)$,
 f) $e^{F(b)} (F(b) - 1) - e^{F(a)} (F(a) - 1)$.
 6) a) $7/2$ b) $5/3$, c₁) 2, c₂) 6, d₁) 12, d₂) -4.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70