



TRATAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

Ingeniería de Telecomunicación (4º, 2º c)

Unidad 7ª: Métodos Analíticos, Semianalíticos y Máquina

Aníbal R. Figueiras Vidal
Jesús Cid Sueiro
Ángel Navia Vázquez

Área de Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad Carlos III de Madrid

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Metodos analíticos, semianalíticos y máquina

Se sabe:

Si hay un conocimiento suficiente de la “física” del problema, se podrá de la información estadística precisa para, minimizando un coste, hacer el diseño completo del estimador o decisor: incluyendo arquitectura y parámetros; es el caso de los **métodos analíticos**.

Si no lo hay, una opción es elegir una “máquina” con la adecuada capacidad expresiva y proceder a entrenarla (con ejemplos etiquetados) para “aprenda” a resolver el problema (con la conveniente generalización). Esta es la **metodología máquina**.

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

La tercera opción es recurrir a los **métodos semianalíticos**: es decir, a partir de observaciones o experimentos, la información analítica que se requiere para realizar el diseño a partir de esta estimación.

La información analítica puede ser:

1. Probabilidades “a priori” de las hipótesis. Una posibilidad inmediata es considerarlas como frecuencias relativas: discutiremos posteriormente otras posibilidades;

2. Datos de la θ a estimar, $p(s)$; o/y:

3. Funciones de verosimilitudes, que son también ddp (para cada hipótesis, para cada valor de s);

En estos dos últimos casos, hace falta aplicar procedimientos de estimación analítica, que veremos con detalle en la Unidad 8.

ATSC-DTC/UCIIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Procedimientos de estimación de ddp

Los procedimientos pueden ser de tipo:

- **paramétrico:** se da por conocida la forma de la ddp, y se estiman sus parámetros (p. ej.: se admite gaussianidad, y se estiman media y varianza).
- **paramétrico:** se aplica un modelo general, que puede aproximar cualquier tipo de ddp, y se ajusta de acuerdo con las observaciones disponibles.

ATSC-DTC/UCHIM

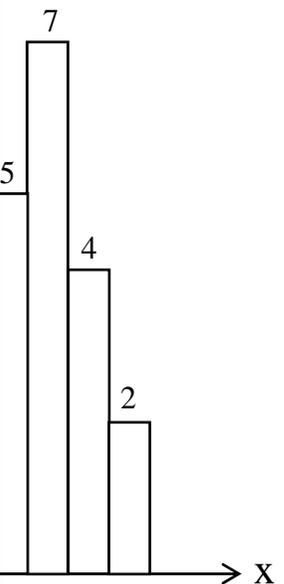


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Un ejemplo elemental son los histogramas, en los que, en una dimensión, se aproxima la ddp por barras en intervalos de valores de x cuya altura es igual al número de observaciones en cada intervalo.

(En realidad, habría que normalizar el área a 1)



ATSC-DTC/UCIIM

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

hiparamétrico: se atribuye a la ddp una forma suficientemente general para que la aproximación sea buena y, al mismo tiempo, la expresión del estimador dependa de pocos parámetros (p. ej., una mezcla de gaussianas); con lo que se consigue cierto grado de no parametricidad, pero, a la vez, una representación razonablemente compacta (lo que resulta computacionalmente ventajoso).

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

nas compuestos

Se denominan así aquellos (de estimación o decisión) en los que se dispone de la información estadística, salvo por un parámetro (escalar o vectorial). Un ejemplo es el de probabilidades “a priori” de las hipótesis alternativas. Hay muchos casos en comunicaciones: desconocimiento del nivel de una señal, de la potencia del ruido, de la fase de una senoide, etc.

En situaciones que propician aproximaciones de tipo semianalítico: su aplicación nos permitirá evidenciar algunos aspectos importantes de la aplicación de tales métodos semianalíticos; lo haremos para el caso de decisión en el que se habla entonces de hipótesis compuestas. (Naturalmente, siempre se tiene la alternativa de aplicar un método máquina).

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

sis compuestas

Desconoce un parámetro aleatorio y

o de ser conocidas sus ddp condicionadas por las hipótesis, $p(\mathbf{y} | H_i)$, si calcula

$$p(\mathbf{x} | H_i) = \int_{(\mathbf{y})} p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, H_i) p(\mathbf{y} | H_i) d\mathbf{y}$$

puede seguir minimizando el coste medio habitual;

no: pueden estimarse tales ddp condicionadas.

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



es conoce un parámetro determinista y

Como quiera que no hay forma de llegar a $p(\mathbf{x} | H_i)$, sólo tiene sentido el criterio de Neyman-Pearson, estrictamente hablando.

En este caso

se puede intentar una estrategia minimax

se puede estimarse el parámetro bajo cada hipótesis (\hat{y}_1, \hat{y}_0) y construir un test bayesiano” con tales estimaciones; así se tienen, p. ej., los **LRT generalizados** (GLRT)

$$\Lambda_G(\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} | \hat{y}_1, H_1)}{p(\mathbf{x} | \hat{y}_0, H_0)} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gg}} \eta$$

de los que el que utiliza ML es el más habitual:

$$\Lambda_{GML}(\mathbf{x}) = \frac{\max_y p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, H_1)}{\max_y p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, H_0)} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gg}} \eta$$

ATSC-DTC/UCHIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



ión. Tests Uniformemente Más Potentes (UMPT)

Considerése el caso de los GLRT: es claro que sus prestaciones no ser mejores que las del test diseñado con el conocimiento del valor verdadero de y ; por tanto, se trata, en general, de aproximaciones subóptimas.

Lo mismo cabe decir de la aplicación de cualquier otro método analítico: como quiera que se estiman valores o ddp, y tales estimaciones se realizan para optimizar el decisor (o estimador) correspondiente al problema tratado, serán subóptimos.

ATSC-DTC/UCHIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Y, aunque es cierto que, p. ej., en el caso de estimaciones de la ddp es, tras realizarlas, entrenar (al modo máquina) sus parámetros de forma usada para realizar la función final de decisión o estimación, ya se ha a arquitectura: y eso provoca carácter subóptimo.

Está claro, entonces, que los métodos máquina pueden ser preferibles en a prestaciones esperables: tanto más cuanto más “incertidumbres” haya procesos de estimación auxiliares de los métodos semianalíticos.

ATSC-DTC/UCIIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Volviendo al caso de los decisores para hipótesis compuestas contra determinista desconocido: está claro que la mejor situación se daría si se pudiese diseñar el test completo, incluyendo la comparación con el caso $\mu = y$, sin conocer y : de existir, tal test se llama Uniformemente Más Potente.

Pero el UMPT no siempre existe; incluso en casos sencillos, como:

$$H_1: \quad x = y + r$$

$$H_0: \quad x = \quad r$$

donde $\mu \in (0, v)$, e y parámetro determinista desconocido.

ATSC-DTC/UCHIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



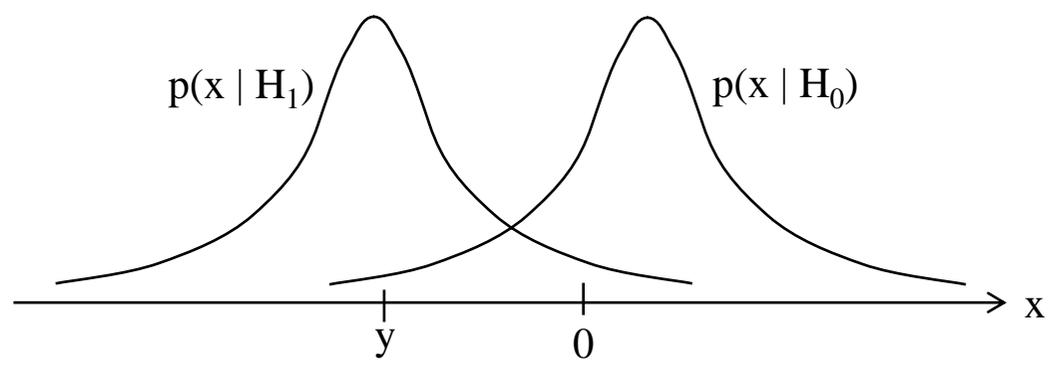
procediendo como se hizo en la Unidad 2, se está tentado de proponer

$$x \underset{D_0}{\overset{D_1}{\llcorner}} \lambda$$

eleger λ mediante la condición

$$\int_{\lambda}^{\infty} p(r) dr = \alpha \quad (\leq P_{FA})$$

lo propuesto sólo es válido si y toma sólo valores positivos: caso contrario, hay que invertir la comparación con el umbral



ATSC-DTC/UCHIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



io de discusión

re las fortalezas y debilidades de los métodos analíticos, semianalíticos y a.

cos

fortalezas:

son de diseño directo

son estrictamente óptimos

debilidades:

gran sensibilidad a errores en la información estadística (poca robustez)

alíticos

fortalezas:

consideran los datos

si se emplean estimaciones no paramétricas, son (relativamente) robustos

ATSC-DTC/UCIIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



habilidades:

no son óptimos: debido a las estimaciones en sí, y a la forma de parametrizar éstas

necesitan un conjunto de datos representativos del problema

na

talentazas:

consideran los datos

se orientan al problema

habilidades

los datos han de ser representativos

ciertos objetivos (p. ej., mínima tasa de error) no son directamente incluibles en procesos de aprendizaje (supervisado) analíticos.

ATSC-DTC/UCIIM

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Conclusiones finales

En muchas ocasiones, es posible proceder de modo que se minimicen los riesgos de una elección indebida de método para resolver un problema, o de una aplicación: para ello, conviene confrontar resultados provenientes de métodos alternativos.

Así, por ejemplo:

En problemas de un problema sin información estadística pueden aplicarse métodos estadísticos y métodos máquina: la proximidad de resultados, aún no dando una garantía absoluta, es indicio de que no se han cometido errores graves;

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

determinado modelo siempre se puede “validar” a partir de los datos: p. si se supone una distribución gaussiana, una estimación de su ddp como mezcla de gaussianas a partir de los datos tiene que mostrar una componente dominante. Otro ejemplo: un diseño semianalítico tiene que comportarse de forma casi lineal para aceptar una arquitectura lineal como quina para resolver el problema; etc.

La razonable aplicación de estos principios es extremadamente fiable para la correcta proposición de decisores y estimadores.

ATSC-DTC/UCHIM



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

--

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70