Ejercicios (Series numéricas)

8.1. Escribiéndolas como series telescópicas, estudiar las siguientes series:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{n+2}{n(n+1)}$. (Descomponer $\dfrac{n+2}{n(n+1)}$ en fracciones simples.)

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \operatorname{sen}^3 \frac{a}{3^n}$. (Obsérvese que $\operatorname{sen} x = 3\operatorname{sen}\dfrac{x}{3} - 4\operatorname{sen}^3\dfrac{x}{3}$.)

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \tan^2 \frac{a}{2^n} \tan \frac{a}{2^{n-1}}$ (Utilizar que $\tan x = \dfrac{2\tan\frac{x}{2}}{1-\tan^2\frac{x}{2}}$.)

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen} \frac{1}{2^n} \cos \frac{3}{2^n}$. (Tener en cuenta que $\cos x \operatorname{sen} y = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(x+y) - \operatorname{sen}(x-y))$.)

e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n \cos^2(x/2^n)}$, $0 < x < \pi/2$. (Usar que $\dfrac{1}{4\cos^2 a} = \dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 2a} - \dfrac{1}{4\operatorname{sen}^2 a}$.)

8.2. Estudiar el carácter de las siguientes series:

1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^4 n}{n^2}$,

2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} - 2/3}$,

3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n!}$,

4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \cos^n\left(a + \frac{b}{n}\right)$, $0 < a < \pi/2$,

5) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{na^n}$, $a \neq 0$.

8) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^3}$,

9) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log n}$,

10) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{na+b}$, $(a,b) \neq (0,0)$,

11) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} nx}{n^2}$,

12) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - 3/2}$,

15) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{1}{n}$,

16) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}$,

17) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{n^2+2n}$,

18) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{n+1/n}$,

19) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n+1) - 1}{(1+n)^2}$,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n})}$,27) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^p}$, 32) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+1)}{n!}$,

23) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}}{n^3 \log n}$, 28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$, 33) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)x^n}{(n+1)!}$,

24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^{2n}}$, 29) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^p}$, 34) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{1/n^2} - e^{1/(n^2+1)}$,

25) $\sum_{n=1}^{\infty} \log \frac{n+1}{n}$, 30) $\sum_{n=1}^{\infty} \log(1+\frac{x}{n})$, 35) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}$,

26) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n^2+1}}$, 31) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}}$, 36) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^{2n}$.

8.3. Hallar la suma, si converge, de las siguientes series:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4n-1}{(n+2)(n-1)^2}$,

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$,

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+3}{n(n-1)(n+2)}$,

d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$,

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2+16n+7}$,

f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2-4}$,

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+7n+6}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$,

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1+\sqrt{3})(n-2+\sqrt{3})(n+\sqrt{3})}$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n+1}{n^2(n+1)^2}$,

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(n+1)^2}{n!}$,

m) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n^2+8n+6}{(n+2)!}$,

n) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n!(n+2)}$,

ñ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{n!}$,

o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{(n+1)!}$,

p) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2+5n+7}{(n+2)!}$,

q) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$,

r) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$,

s) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$,

t) $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$,

u) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2-n}{3^n}$,

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

8.4. Hallar la suma de las siguientes series:

a) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots$,

b) $\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{12}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\frac{1}{21}+\frac{1}{20}-\cdots$,

c) $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{2}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{4}+\cdots$,

d) $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots$,

e) $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{7^2}+\cdots$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.