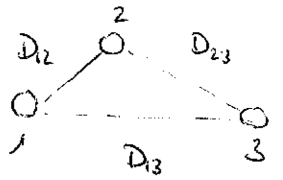
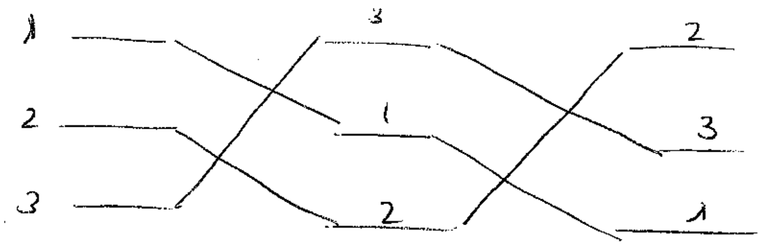
Tema 1

Inductancia trifásica



Produce un desequilibrio, antiguamente se recurría a una transposición de fases. Fraccionamos la longitud de la línea en su total en tres partes iguales, permutando las líneas y consiguiendo que se equilibren



Se utilizan nervios, en los puntos donde se realiza la transposición hay que poner apoyos más sólidos incluso que los de anclaje, con lo que se encarece la instalación. Donde se realiza la transposición se produce una distorsión en forma de ondas magnéticas que afecta a las comunicaciones.

Se prescinde de las transposiciones porque son pequeñas y las cargas conectadas están desequilibradas.

La inductancia global se calcula:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{eq}}{D_s}$$

Distancia media geométrica entre los conductores.

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

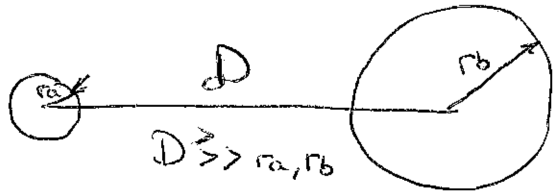
$$D_s = \begin{cases} \text{Simplex} : r' \\ \text{dúplex} : \sqrt{r' \cdot d} \\ \text{tríplex} : \sqrt[3]{r' \cdot d^2} \\ \text{Cuadruplex} : 1{,}09\sqrt[4]{r' \cdot d^3} \end{cases}$$

Parámetros longitudinales, resistencia e inductancia.

Parámetros entre la línea y la tierra, transversales, el primero es la capacidad.

Capacitancia

Línea monofásica (dos conductores)



$D >> r_a, r_b$

q : carga por unidad de longitud.

$$C_{ab} = \frac{q}{U_{ab}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{D^2}{r_a \cdot r_b}} \quad (F/m)$$

En el caso de dos radios iguales. ($r_a = r_b$)

$$C_{ab} = \frac{\pi\varepsilon}{\ln \frac{D}{r}} \quad (F/m)$$

ε: constante dieléctrica, o permitividad del medio

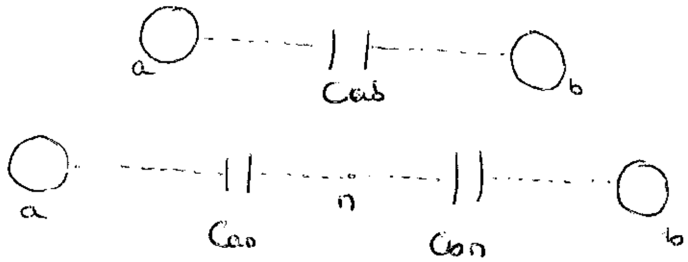
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$$

ε_0: Constante dieléctrica del vacío: $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m

ε_r: Constante dieléctrica relativa del medio respecto del vacío.

ε_r: 1,00054 para el aire seco en la práctica se toma 1.

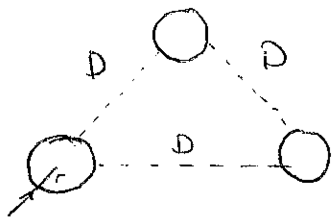
Se define la capacidad, a un punto neutro, a un punto ficticio entre los dos conductores, y la capacidad total del conductor podemos calcularla como la capacidad de C_{an} en serie con C_{nb}, el punto "n" siempre en el centro



$$C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{D}{r}} \, (F/m) \quad (C_{an} = C_{bn} = 2C_{ab})$$

Capacidades al neutro de instalaciones trifásicas.

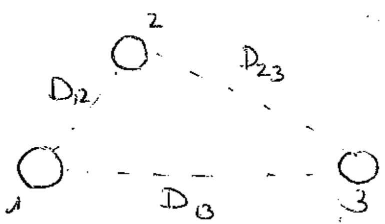
Línea trifásica, en triángulo equilátero



Con los tres conductores iguales.

$$C_n = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{D}{r}} \, (F/m)$$

Línea trifásica en disposición asimétrica, traspuesta

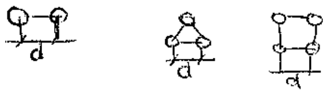


$$C_n = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{D_{eq}}{r}}$$

$$D_{eq} = \sqrt{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}$$

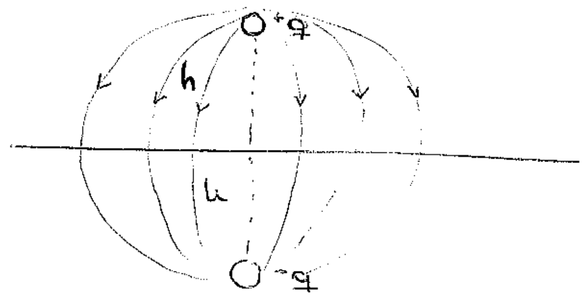
Cuando cada una de las fases está compuesta por nos un conductor.

$$C_n = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{r \cdot d}}}$$



El efecto de la tierra

En estas expresiones estamos despreciando el efecto de la tierra, en líneas de nueva tensión el efecto de la tierra es importante por estar a menor altura. Si queremos hacer el cálculo de este efecto, suponemos que la tierra es una superficie equipotencial de la que parten perpendicularmente las líneas del campo eléctrico y que por tanto modifica el campo eléctrico producido por la línea.



Se imagina en el suelo a una profundidad h en el suelo una carga q como la que crea la línea pero de signo contrario. Se calcula utilizando el método de las potenciales de Maxwell.

Conductancia

Es un efecto transversal, tiene en cuenta una pérdida de potencia activa en la línea, debida no a la corriente principal que circula por la línea, sino, debida a otros efectos. (la resistencia es la principal causa de potencia activa) pero existen otras dos causas de pérdida de potencia activa, el aislamiento no perfecto y el otro es por el efecto corona, cada uno de estos fenómenos lleva asociada unas conductancias. La conductancia de aislamiento de los apoyos, porque los aisladores no son perfectos. También hay entre la línea y el suelo muy pequeñas

$$G = \frac{P_0/l}{U^2}$$

fórmula no

Se realiza mediante ensayo

P_0: pérdida de potencia activa debida al aislamiento

l: longitud de la línea

U: tensión de la línea

Solamente se tiene en consideración en línea con tensiones nominales superiores a 120 kV. en instalaciones por debajo se desprecia

S = Siemens

$$G \begin{cases} a)\ 1 \sim 10 \cdot 10^{-8}\ S/km \ (\text{tor fase}) & \text{Ambiente seco} \\ b)\ 30 \cdot 10^{-8}\ S/km & \text{Ambiente húmedo.} \end{cases}$$

efecto corona   fórmula

El campo eléctrico ioniza el aire produciendo ozono en torno al conductor produciendo una corona, factor auditivo.

$$P_c = \frac{244}{\delta} (f + 25) \sqrt{\frac{r}{d}} (U - U_c)^2 \cdot 10^{-5}$$

P_c: Pérdida de potencia activa debida al efecto corona por unidad de longitud kW/km

U: tensión nominal simple (de fase) en kV

U_c: tensión disruptiva del efecto corona en kV

f: frecuencia Hz

r: radio del conductor cm

d: distancia entre centros de conductores

δ: factor de densidad del aire.

$$U_c = 21,2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \delta \cdot n \cdot r \cdot 2,3 \cdot \log \frac{d}{r}$$

k_1: factor de rugosidad del conductor (0,93 - 0,98)

k_2: factor de cableado (0,8 - 0,87)

δ = factor de densidad del aire

$$\delta = \frac{(273 + 20) \cdot P}{(273 + t) \cdot 760}$$

P: Presión barométrica en mmHg

t: temperatura en °C

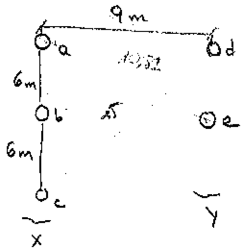
n = factor meteorológico, toma el valor de 1 en tiempo seco y puede ir bajando hasta un valor de 0,8 en condiciones de lluvia, rocío, niebla.

Problema 1

medio geométrica

monofásica $\varnothing$ 0.25 cm

$\varnothing$ 0,5 cm



$$L = L_x + L_y$$

$$L_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 6{,}21 \cdot 10^{-7} \quad L_y = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 8{,}5 \cdot 10^{-7} \ H/m$$

Dm → distancia media geométrica entre x.

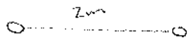
$$D_m = \sqrt[m \cdot n = 6]{D_{ad} \cdot D_{ae} \cdot D_{bd} \cdot D_{be} \cdot D_{cd} \cdot D_{ce}} = \sqrt[6]{9 \cdot \sqrt{117} \cdot \sqrt{117} \cdot 9 \cdot 15 \sqrt{117}} = 10{,}74 \text{ m}$$

Ds → radio medio geométrico. es el mismo en ambos.

$$D_{sx} = \sqrt[n^2 = 3^2]{D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{bb} \cdot D_{bc} \cdot D_{ca} \cdot D_{cb} \cdot D_{cc}} = 0{,}481 \text{ m}$$

$$D_{sy} = \sqrt[n^2 = 2^2]{D_{dd} \cdot D_{dc} \cdot D_{ee} \cdot D_{ed}} = 0{,}153 \text{ m}$$

Problema 2 impedancia serie (impedancia longitudinal)



ϕ 14mm

$R = 0{,}3066\ \Omega/Km$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$

(inductancia)

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{Ds} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{2}{5{,}45 \cdot 10^{-3}} = 11{,}809 \cdot 10^{-7}\ H/m$$

$$Ds = r' = r \cdot e^{(-1/4)} =$$

$$Ds = 7 \cdot e^{-1/4} = 5{,}45 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$Z = R + Xj$$

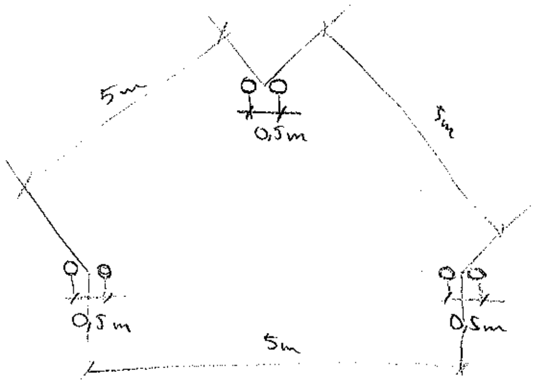
$$X = L\omega = L\,2\pi f$$

$$X = 0{,}3710 \cdot \quad \Omega/km$$

Paso de inductancia a impedancia.

$$Z = 0{,}3066 + 0{,}3710j\ \Omega/km$$

Problema 3



Línea
$l = 200$ km
2cond/fase $r = 13,86$ mm
$R = 0,0748\ \Omega/km$
$d = 0,5m$
$D = 5m$

Resistencia

despreciables

$$R_{CA} = R_{CC}(1 + \cancel{Y_s} + \cancel{Y_p})$$

Y_p efecto proximidad

$$R_{CA} = 0,0748 \cdot 10^{-3}\ \Omega/m$$

La resistencia por fase es la mitad porque están en paralelo.

$$R_{CA\,200km} = \frac{15,1769\,\Omega}{2} = 7,88\,\Omega$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\frac{D}{D_s} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{5}{0,07346} = 8,4407 \cdot 10^{-7}\ H/m$$

$$D_s = \sqrt{r'd} = \sqrt{r \cdot e^{-1/4} \cdot 0,5} = 0,07346\ m$$

$$L_{200km} = 0,1688\ H$$

$$X = L \cdot \overset{\omega}{2\pi f}$$

$$C_n = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{D_{eq}}{\sqrt{rd}}} = 1,3577 \cdot 10^{-11}\ F/m \times 200.000 = 2,72\ \mu F.$$

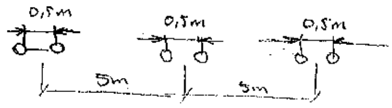
Hoja dejada en blanco O disposición [illegible]

Problema 4

longitud 150 km

$d = 30{,}42\,mm \quad r = \frac{30{,}42}{2} = 15{,}21\,mm$

$R' = 0{,}0506\ \Omega/km$



$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$

$\varepsilon = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F/m$

Resistencia

$R_{CA} = R_{cc}\left(1 + \cancel{Y_s} + \cancel{Y_p}\right) = 0{,}0506\ \Omega/km$

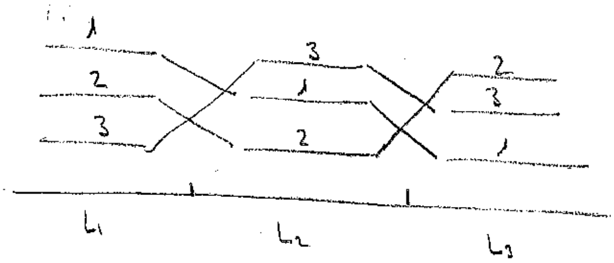
$R_{CA_{150\,km}} = 0{,}0506\ \Omega/km \cdot 150\,km = 7{,}59\,\Omega$

$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{CA_{150km}}} + \frac{1}{R_{CA_{150\,km}}} \Rightarrow \frac{1}{R_{T_{150km}}} = \frac{2}{R_{CA_{150km}}} \Rightarrow R_{CA_{150km}} = 2R_{T_{150km}} \Rightarrow R_{T_{150km}} = \frac{R_{CA_{150km}}}{2}$

$R_{T_{150km}} = \frac{7{,}59\,\Omega}{2} = 3{,}795\,\Omega$

Inductancia

Se dice que una línea está perfectamente transpuesta si las longitudes son iguales.



$L_1 = L_2 = L_3 = L$

$L_1 + L_2 + L_3 = 150\,km$ } $L = 50\,km$

$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s}$

$D_s = r\,e^{-1/4} = 15{,}21 \cdot e^{-1/4} = 11{,}84\,mm \times \frac{1}{1000\,mm} = 0{,}0118\,m$

$D_{12} = D_{23} = 5m$

$D_{13} = 10m$

$D = \sqrt[3]{5 \cdot 10 \cdot 5} = 6{,}2996\,m$

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{6{,}2996}{0{,}0118} = 12{,}56 \cdot 10^{-7}\ H/m$$

$$L_{150\,km} = \frac{12{,}56 \cdot 10^{-7}\ H}{1\ \cancel{m}} \cdot \frac{1000\ \cancel{m}}{1\ \cancel{km}} \cdot 150\ \cancel{km} = 0{,}1884\ H$$

Reactancia inductiva

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}1884 = 59{,}1889\ \Omega$$

Capacidad

$$C_n = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln \cdot \frac{D_{eq}}{r}} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon}{\ln \cdot \frac{D_{eq}}{\sqrt{r \cdot d}}}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}} = \sqrt[3]{5 \cdot 10 \cdot 5} = 6{,}2996\ m$$

$$C_n = \frac{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{\ln \frac{6{,}2996}{\sqrt{15{,}21 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5}}} = \frac{2\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}{4{,}2799} = 12{,}99 \cdot 10^{-12}\ F/m$$

$$\frac{12{,}99 \cdot 10^{-12}\ F}{1\ \cancel{m}} \cdot \frac{1000\ \cancel{m}}{1\ \cancel{km}} \cdot 150\ \cancel{km} = 1{,}9485\ \mu F$$

Tema 3

Modelos de líneas

1. Introducción

Atendiendo a la longitud de la línea nos vamos a encontrar.

a) líneas largas → ≥ 150 km

b) líneas medias → $40 \sim 150$ km

c) líneas cortas → $l \leq 30$ km

Cada uno de estos tipos de líneas los vamos a modelizar de forma distinta.

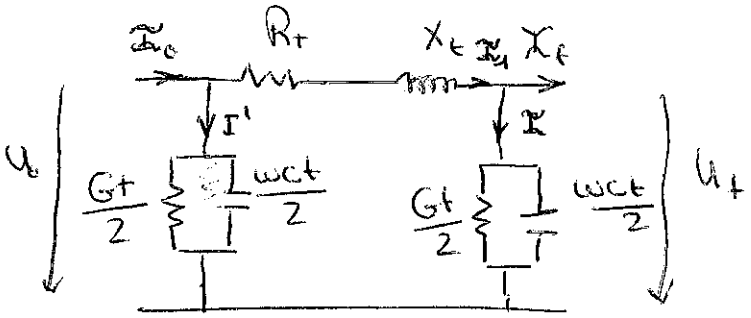
Las líneas de ≥ 150 km vamos a modelizarlo con parámetros distribuidos, su efecto no está concentrado sino distribuido a lo largo de toda la línea.

Las líneas medias las modelizaremos con una serie de parámetros concentrados.

Las líneas cortas trabajaremos con parámetros concentrados simplificados, donde despreciamos la transversal y muchas veces prescindiremos de la resistencia frente a la reactancia.

2. Modelos con parámetros concentrados.

Modelo en π



Conductancia lateral $\frac{G_t}{2}$ } las ponemos en dos y colocamos uno al final
Susceptancia lateral $\frac{\omega C_t}{2}$ } y otro al principio de la línea

Las vamos a relacionar con una serie de matrices, matriz del cuadripolo.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

Buscamos la matriz que relaciona las magnitudes a la entrada y a la salida.

Para ello usamos las leyes de Kirchoff

aplicando la segunda ley de Kirchoff

$$U_0 = U_f + Z_t \cdot I_\ell \quad \text{siendo } Z_t = R_t + jX_t$$

$$I_\ell = I_f + I'' = I_f + U_f \frac{1}{2} \quad \Big| \quad \overset{\text{admitancia}}{\frac{Y_t}{2}} = \frac{G_t + j\omega C_t}{2}$$

$$I_0 = I' + I_\ell =$$

$$U_0 = U_f + Z_t\left(I_f + U_f \frac{Y_t}{2}\right) = Z_t \cdot I_f + U_f\left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}\right)$$

$$I_0 = U_0 \cdot \frac{1}{2} Y_t + I_f + U_f \cdot \frac{Y_t}{2} = I_f \frac{Y_t Z_t}{2} + U_f\left(\frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} \frac{Y_t}{2}\right) +$$

$$I_f + Y_f \cdot \frac{Y_t}{2}$$

$$= I_t\left(\frac{Y_t\cdot Z_t}{2}+1\right)+U_t\left(\frac{Z_t\cdot Y_t^2}{4}+Y_t\right)$$

Ponemos las expresiones en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} U_t \\ I_t \end{bmatrix}$$

$$A = 1 + \frac{Z_t\cdot Y_t}{2} \qquad C = \frac{Z_t\cdot Y_t^2}{4} + Y_t$$

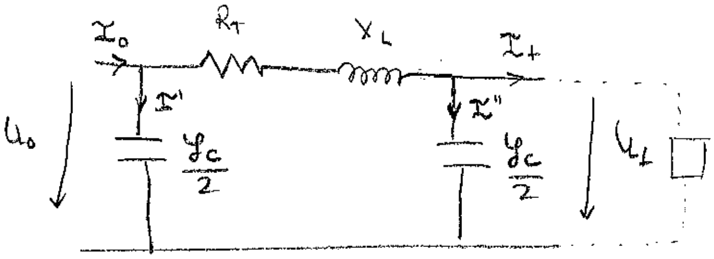
$$B = Z_t \qquad D = \left(\frac{Y_t\cdot Z_t}{2}+1\right)$$

Se denominan constantes complejas del cuadripolo en π

En realidad son tres porque A y D son iguales.

Problema

Tenemos una línea trifásica de 220 kV como tensión final de línea, tiene una longitud de 100 km y sus parámetros por unidad de longitud son: $R = 0{,}072\ \Omega/\text{km}$; $X = 0{,}42\ \Omega/\text{km}$ y $Y_c = 2{,}64\cdot10^{-6}\ \text{S/km}$ (ωC) y la conductancia se desprecia. Esta línea alimenta una carga que consume una potencia que consume $S_f = 75$ MVA con un factor de potencia $\cos\varphi = 0{,}8$. Calcular: $U_0, I_0, P_0, Q_0, S_0, \cos\varphi_0$, y ΔP trabajando con un modelo en π.



$U_t = \frac{220}{\sqrt{3}}\cdot 10^3 \angle 0°$ Asignamos ángulo 0°

tensión compuesta

$I_t = ? \rightarrow S_t = \sqrt{3}\cdot U_{t,c}\cdot I_t$

$I_t = \frac{S_t}{\sqrt{3}\cdot U_{t,c}} = \frac{75\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot 220\cdot10^3} = 196{,}8\ \text{A}$

$I_t = 196{,}8 \angle -36{,}87°$ ← arccos 0,8

$$A = 1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}$$

$$Z_t = R_t + j X_t = 0{,}072 \frac{\Omega}{km} \cdot 100\ km + 0{,}42 \frac{\Omega}{km} \cdot 100\ km = 7{,}2 + 42j = 42{,}61 \angle 80{,}27$$

cod opuesto 90°

$$A = 1 + \frac{42{,}61 \angle 80{,}27° \cdot 2{,}64 \cdot 10^{-6} \angle 90° \cdot 100}{2} = 1{,}0056 \angle 170{,}27°$$

$$B = 42{,}61 \angle 80{,}27$$

$$C = \frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} + Y_t$$

tensión simple en cabecera de línea 130 y pico

$$U_0 = 132{,}5 \cdot 10^3 \angle 2{,}5°$$

$$I_0 = 177{,}71 \angle -28{,}15°$$

fasor del vector en cartesiana

$$S_0 = U_0 \cdot I_0^{*}$$ conjugado de I_0

$\longrightarrow$

- P_0 real $\to$ 3 · cartesiana = 60,73 MW
- Q_0 imaginaria $\to$ 3 · vector = 36,05 MVAr
- S_0 $\longrightarrow$ 3 · módulo = 70,6 MVA

$$\cos\varphi = \frac{P_0}{S_0} = 0{,}86$$

$$\Delta P = P_0 - P_t = 60{,}73 - \overset{MVA \cdot \cos\varphi}{75 \cdot 0{,}8} = 730\ W$$

$$C = \frac{Z_t \cdot Y_t^2}{4} + Y_t = \frac{42{,}61\angle 80{,}27^\circ \cdot (2{,}64\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ)^2}{4} + 2{,}64\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ = 7{,}4244\cdot 10^{-11}\angle 260{,}27^\circ + 2{,}64\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ =$$

$$(-1{,}2548\cdot 10^{-11} - 7{,}317\cdot 10^{-11}j) + (2{,}64\cdot 10^{-6}j) = (-1{,}2548\cdot 10^{-11} + 2{,}6439\cdot 10^{-6}j) = 2{,}643\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ$$

$$D = 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ & 42{,}61\angle 80{,}27^\circ \\ 2{,}643\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ & 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

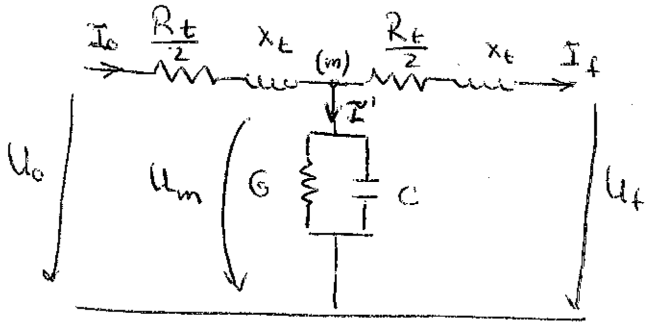
$$U_0 = 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ \cdot U_f + 42{,}61\angle 80{,}27^\circ\, I_f$$

$$I_0 = 2{,}643\cdot 10^{-6}\angle 90^\circ \cdot U_f + 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ\, I_f$$

$$U_0 = 1{,}0056\angle 170{,}27^\circ \cdot 127\angle 0^\circ + 42{,}61\angle 80{,}27^\circ \cdot 196{,}8\angle -36{,}87^\circ = 127{,}72\angle 170{,}27^\circ + 8385{,}64\angle 43{,}4^\circ =$$

$$(-127{,}88 + 21{,}58j) + (6092{,}79 + 5761{,}66j) = (5964{,}12 + 5783{,}24j) = 7956{,}28\angle 46{,}62$$

Modelo en T



Aplicamos la segunda ley de Kirchoff

$$U_0 = U_f + I_0\left(\frac{1}{2}Z_t\right) + I_f\left(\frac{1}{2}Z_t\right)$$

$$I_0 = I_f + \underbrace{U_m \cdot Y_t}_{I'} = I_f + \left(U_f + I_f \cdot \frac{1}{2}Z_t\right)\cdot Y_t$$

Sustituyo I_0 en U_0

$$U_0 = U_f + \frac{1}{2}Z_t\left(I_f + U_f \cdot Y_t + \frac{1}{2}I_f \cdot Y_t \cdot Z_t\right) + \frac{1}{2}Z_t \cdot I_f =$$

$$U_f\left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}\right) + I_f\left(Z_t + \frac{Z_t^2 \cdot Y_t}{4}\right)$$

$$I_0 = U_f \cdot Y_t + I_f\left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}\right)$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{pmatrix} U_f \\ I_f \end{pmatrix}$$

$$A = \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}\right)$$

$$B = \left(Z_t + \frac{Z_t^2 \cdot Y_t}{4}\right)$$

$$C = Y_t$$

$$D = \left(1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2}\right)$$

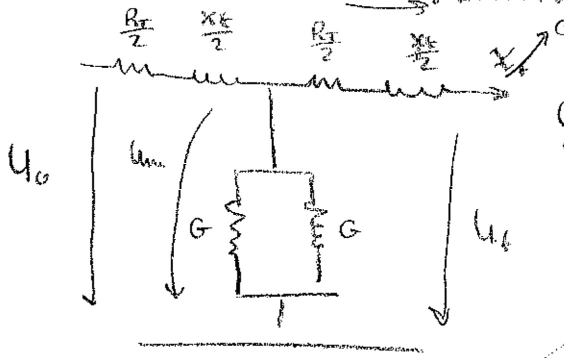
Problema

Demostrar que trabajando en vacío podemos hacer la siguiente aproximación. $\frac{U_f}{U_0} \simeq \frac{1}{1-\frac{1}{2}\omega^2 L_t \cdot C_t}$ $\quad I_f = 0$ al estar en vacío.

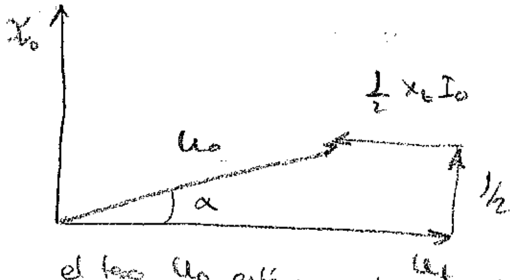
$$U_0 = U_f + I_0\left(\frac{1}{2}Z_t\right) + \emptyset$$

$$I_0 = \underset{0}{\cancel{I_f}} + \underbrace{U_m \cdot Y_t}_{I'} + \emptyset = U_t \cdot Y_t$$

I' no hay caída de tensión



$Y_t = j\omega C$ se adelanta 90°



el lado U_0 está compuesto por $\frac{1}{2} X_t I_0$ y $\frac{1}{2} R_t$

$$U_0 = U_f + \frac{1}{2}(R + jX_t)$$

efecto Ferranti: cuando trabajamos en vacío, el módulo de la tensión en el final de la línea es mayor que en cabecera, se da en líneas pero sobre todo en cables, y se produce por el vacío y da como consecuencia en equipos al final de la línea.

Despreciando el ángulo α, suponemos que es muy pequeño, y U_0 lo evaluamos sobre U_f y esto $U_0 = U_f - \frac{1}{2} X_t \cdot I_0$

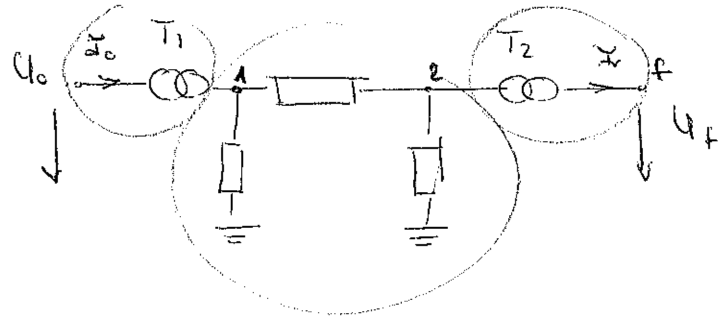
$$U_0 \simeq U_f - \frac{1}{2} X_t \cdot I_0 = U_f - \frac{1}{2}(\omega L_t) \cdot U_f \cdot \omega C_t$$

$$U_0 \simeq U_f - \frac{1}{2} U_f \cdot \omega^2 L_t \cdot C_t = U_f\left(1 - \frac{1}{2}\omega^2 L_t C_t\right) \Rightarrow$$

$$\frac{U_f}{U_0} \simeq \frac{1}{1-\frac{1}{2}\omega^2 L_t \cdot C_t} > 1 \quad (\text{efecto Ferranti})$$

Problema 4

Yuxtaposición de cuadripolos y consiste en dividir una línea de longitud suficiente para tratarla con parámetros reducidos en 4 más pequeños de la misma longitud y estudiarla de forma concentrada. y cada entrada será la salida de la siguiente entrada.



Línea 50 km

$z = 0{,}1 + 0{,}35j\ \Omega/km$ (por fase)

$y = 2{,}64 \cdot 10^{-5} j\ S/km$

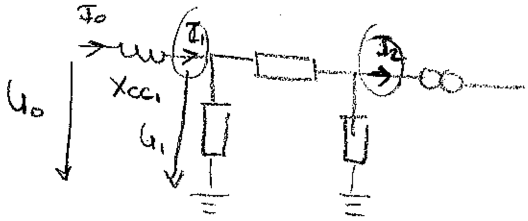
$T_1 = 220/66\ kV;\ 10\ MVA;\ \varepsilon_{cc}\ 10\%$

$T_2: 66/6{,}6\ kV;\ 10\ MVA;\ \varepsilon_{cc}\ 10\%$

$U_f = 6{,}6\ kV;\ S_f = 7{,}5\ MVA,\ \cos\varphi = 0{,}8$ ind.

Trabajamos con tres cuadripolos

Relación de cuadripolo de un transformador. La representamos como una bobina



Reducimos las impedancias de nuestra red real a 66 kV

traducir las impedancias a nuestra red de estudio.

Relación del cuadripolo para el caso del transformador.

$$U_0 = U_1 + j X_{cc_1} \cdot I_1$$
$$I_0 = I_1$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

nos piden U_0 e I_0

Para calcular U_1 e I_1 luego que estar en la línea

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

livea $A = 0,99 \angle$

$B = 16,20 \angle 74,05^\circ$

$C = 13 \cdot 10^{-4} \angle 90,1^\circ$

$D = A$

X_{cc_1} :

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc,l}}{U_{n,l}} = \frac{\sqrt{3}\cdot I_{n_1}\cdot Z_{cc_1}}{U_{n,l}} \Longrightarrow Z_{cc} = \varepsilon_{cc}\cdot\frac{U_{n,l}}{\sqrt{3}\cdot I_{n_1}}\cdot\frac{U_{nl}}{U_{nl}} = \left(\varepsilon_{cc}\cdot\frac{U_{nl}^2}{S_n}\right)$$

tensión de cortocircuito veme que la nominal.

$$X_{cc_1} = 0{,}1\cdot\frac{(66\cdot 10^3)^2}{10\cdot 10^6} = 43{,}56j\,\Omega$$ reactancia del transformador 1

$X_{cc_2} = 43{,}56j\,\Omega$ transformador 2

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

aplicado las leyes de kirchhoff

$U_0 = U_1 + jX_{cc_1} I_1$

$I_0 = I_1$

Saco la matriz a partir de las cuadripolos.

Z_t = por la longitud.

$$A = 1 + \frac{Z_t\cdot Y_t}{2} = 1 + \frac{Z_t = 18{,}20\,\underline{|74{,}05^\circ}\,\Omega\cdot 13\cdot 10^{-4}\,\underline{|90^\circ}\,S}{2} = 0{,}988\,\underline{|0{,}19^\circ} = D$$

$B = 18{,}20\,\underline{|74{,}05^\circ}$

$C = 13\cdot 10^{-4}\,\underline{|94{,}1^\circ}$

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

multiplicamos las matrices.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

necesitamos saber U_f e I_f trabajamos con el generador y salida a 66 KV

que sale $\frac{66\cdot 10^3}{\sqrt{3}}\underline{|0^\circ} = 38\,\text{KV}$

Conjugado de la intensidad

$$I_f^* = \frac{S}{\sqrt{3}\cdot U_{f_{\text{compuesta}}=66}} = \frac{7,5\cdot10^{6}\angle 36,87°}{\sqrt{3}\cdot 66\cdot10^{3}\angle 0°} = 65,61\angle 36,87°\ A$$

Si es la simple

mismo módulo con el argumento cambiado

$$I_f = 65,61\angle -36,87°\ A$$

introducimos en la matriz y tenemos.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 40,06\cdot10^{3}\angle 7,52°\ V \\ 50,76\angle 15,44\ A \end{pmatrix}$$

Pasamos a trifásica y a su tensión compuesta.

$$U_0 = 40,06\cdot10^{3}\cdot\underbrace{\frac{20\cdot10^{-3}\,kV}{66\ kV}}_{\text{adaptamos a 20 kV}}\cdot\underbrace{\sqrt{3}}_{\text{Para obtener la tensión compuesta nominal}} = 21,03\cdot10^{-3}\angle 7,52°\ V$$

$$I_0 = 50,76\angle 15,44\cdot\frac{66\cdot10^{3}\,kV}{\underset{\text{Inversa de la relación de transformación}}{20\cdot10^{3}}} = 167,51\angle 15,44°\ A$$

→ La intensidad va adelantada respecto a la tensión y por tanto tiene un comportamiento capacitivo en conjunto.

→ Para que aparezca el efecto Ferranti es necesario que $U_0 < U_f$. $U_0 = 40,06\cdot10^{3} > U_f = 38\ kV$ por lo tanto no aparece el efecto Ferranti

→

Problema

Una línea trifásica de 5 kilómetros, construida por una varilla de cobre de 9mm de diámetro dispuesta en triángulo equilátero con una distancia de 0,8 m entre lazos. debe suministrar una potencia de 1 MVA con ~~tensión de~~ $\cos\varphi = 0{,}7$ inductivo a una carga situada al final de la línea. La tensión en el origen de la línea es de 6,6 kV. a) Caída de tensión, b) caída de tensión relativa, c) desfase entre las tensiones en el origen y el final de la línea. d) pérdidas de potencia en la transmisión. e) Potencia máxima que se puede suministrar si se admite una caída de tensión de 3%

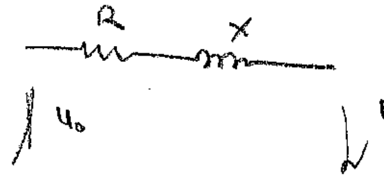
Parámetros longitudinales, despreciamos los transversales.

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \cdot \frac{D_s}{D_c} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \ln \cdot \frac{0{,}8}{3{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}08 \cdot 10^{-3} \ \mathrm{mH/Km}$$

$$D_c = r' \cdot e^{-1/4} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-1/4} = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} = \frac{1}{56} \cdot \frac{5000}{(\pi \cdot 4{,}5^2 \cdot 10^{-3})} = 1{,}405\ \Omega$$

$$X_L = 1{,}69\ H = 2\pi \cdot f \cdot L =$$



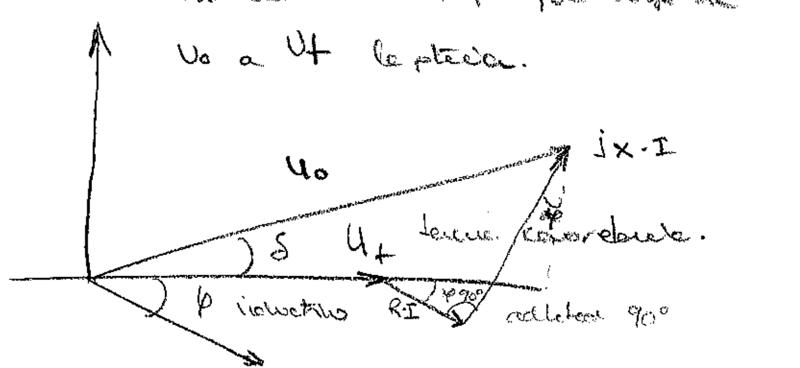
al estar en el unifilar

Potencia $\frac{1}{\sqrt{3}}$ MVA

Aplicamos Kirchhoff

$$U_0 = U_f + I(R + jX)$$

Uo adelanta a Uf porque vaya de Uo a Uf la potencia.



Flujo de la potencia activa

¿Va del nudo 0 al nudo f?

$P_f = S_f \cdot \cos f = 7{,}5 \cdot \cos \varphi = 7{,}5 \cdot 0{,}8 = 6 \ MW$

$\Delta P_0 = P_{linea} + P_f =$ Como $Z =$ resistencia.

(tensión simple) trabajamos con el unifilar. Trabajamos a 66 kV porque la ... es ...

$P_0 = 3 \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = 3 \cdot 40{,}06 \cdot 50{,}76 \cdot (\cos (15{,}44 - 7{,}52)^{\circ} = 6{,}04 \ MW$

$\cos \varphi_0 =$ desfase entre la tensión e intensidad

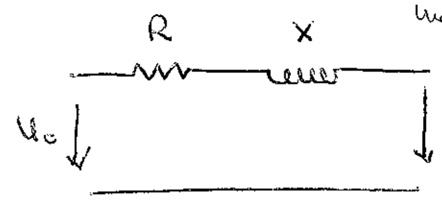
además tensión e intensidad y siempre es igual.

0,04 se pierde en la impedancia de la línea.

~~La solución~~

El sentido de la potencia activa no lo marca el nudo sino lo marca el ángulo de las tensiones de los extremos de la línea, es decir, porque el nudo que tiene su tensión adelantada. Va del nudo que la tiene este "adelantado" al otro.

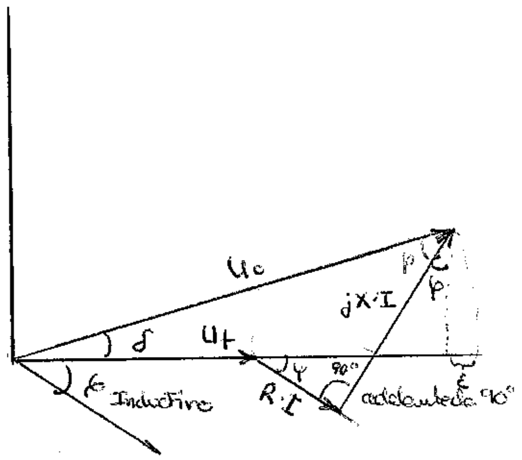
Modelo de prueba cortocircuito



→ la potencia será $\frac{1\ MVA}{\sqrt{3}}$ al trabajar en el monofásico

→ Aplicamos las leyes de Kirchoff

$$U_0 = U_t + I(R + jX)$$



U_0 adelantado a U_t para que la potencia vaya de U_0 a U_t

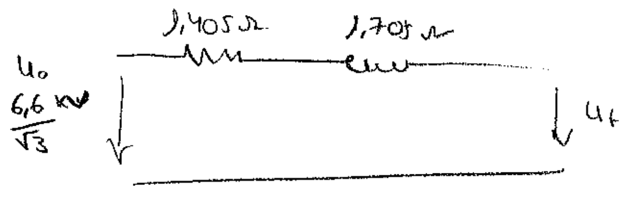
→ Para calcular la caída de tensión despreciamos el ángulo "δ" por ser muy pequeño.

→ $\Delta U = U_0 - U_t$ la diferencia sería la proyección del fasor RI e jXI en el eje x; por tanto: desprecio el ángulo δ

$$\Delta U = RI \cdot \cos\varphi + jXI \operatorname{Sen}\varphi$$

$\cancel{\Delta U = R \cdot \cos\varphi + Xj \cdot \operatorname{Sen}\varphi}$; $1{,}40 \cdot 0{,}7 + 1{,}69 \cdot 0{,}71j = 0{,}98 + 1{,}2j = 1{,}55 \angle 50{,}76°$

Al ser tan pequeño desprecio la prueba trifásica



→ $S_n = \frac{1\ MVA}{3}$

$$U_0 = U_t + (R + jX) I$$

$\Delta U = U_0 - U_f \simeq R \cdot I \cdot \cos\varphi + X I \operatorname{sen}\varphi$ multiplico y divido por U_f

$I \cos\varphi \cdot \frac{U_f}{U_f} = \frac{S \cdot \cos\varphi}{U_f}$

$I \operatorname{sen}\varphi \frac{U_f}{U_f} = \frac{S \cdot \operatorname{sen}\varphi}{U_f}$

$\simeq \frac{R \cdot S \cdot \cos\varphi}{U_f} + X \frac{S \cdot \operatorname{sen}\varphi}{U_f}$

multiplico por U_f toda la expresión.

$S = 3 \cdot U_{f,\text{simple}} \cdot I$

$S_{total} = \sqrt{3} \cdot U_{f,\text{carga fase}} \cdot I$ $\quad S_{fa} = U_{f,fa} \cdot I$

$\frac{6,6}{\sqrt{3}} U_f - U_f^2 = 1,405 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,7 + 1,705 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,714 = 0,733 \Rightarrow U_f = 3,607 \text{ kV}$

Como tensión simple, tensión de fase

por eso multiplico por $\sqrt{3}$

$\Delta U = 6,6 - \sqrt{3} \cdot 3,607 = 352 \text{ V}$ caída de tensión compuesta

b) Calculo de tensión relativa

$\frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{352 \text{V}}{6,6 \text{ kV}} \cdot 100 = 5,33\%$

c) Calculo el valor real de δ, de forma analítica

$\delta = \arcsen \frac{XI \cos\varphi - RI \cdot \operatorname{sen}\varphi}{U_0} = 9,26°$

$S = U_f \cdot I_f \rightarrow \quad I = \frac{S}{U_f} = \quad = 92,41 \text{ A}$

d) Pérdidas de potencia,

$\Delta P = 3 \cdot \underbrace{I^2 \cdot R}_{\text{Por fase}} \simeq 36 \text{ kW}$ Potencia activa.

e) Suponemos que el factor de potencia de la carga se mantiene, para una para esta tensión del 3,33 %

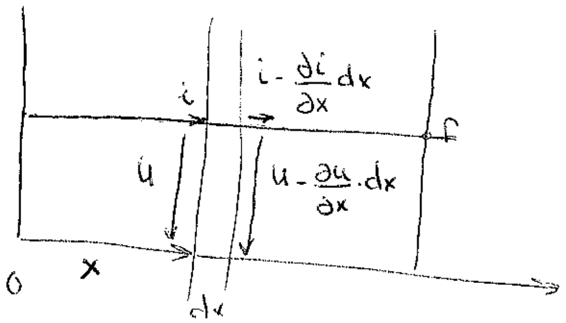
$\Delta U_{fase} = U_0 - U_f = 0,03 \cdot \frac{6,6}{\sqrt{3}} = 0,1143 \text{ kV}$ caída de tensión máxima por fase.

$\Delta U = R \cdot I \cdot \cos\varphi + X \cdot I \cdot \operatorname{sen}\varphi \Rightarrow I = \frac{\Delta U}{R \cos\varphi + X \operatorname{sen}\varphi} = \frac{114,3}{1,405 \cdot 0,7 + 1,705 \cdot 0,71} = 51,93 \text{ A}$

$S_{max} = \left(\overset{97\%}{0,97} \cdot \frac{6,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 51,93\right) = 575,83 \text{ kVA}$

Modelos de líneas con parámetros distribuidos

Para ello consideramos el siguiente esquema de la línea.



Del enterrado o sale una línea hasta f. en vez de considerar los efectos en distintos, en dos o tres sitios, los distribuimos a lo largo de la línea.

a la salida de la línea vamos a tener una corriente menor debido a los parámetros transversales.

Magnitudes dependientes del tiempo, pero también de la distancia, Por tanto la tensión y la intensidad están en función de la distancia y del tiempo.

aplicamos la ~~primera~~ segunda ley de kirchoff a la zona de "dx", diferencial

$$\left(\cancel{u} - \frac{\partial u}{\partial x}\cdot \cancel{dx}\right) - \cancel{u} = i\,R\cancel{dx} + L\cancel{dx}\,\frac{\partial i}{\partial t}$$

R resistencia por unidad de longitud

L inductancia por unidad de longitud.

aplicamos la primera ley de kirchoff para ver la pérdida de corriente.

$$\left(\cancel{i} - \frac{\partial i}{\partial x}\cdot \cancel{dx}\right) - \cancel{i} = G\cancel{dx}\cdot u + C\cancel{dx}\,\frac{\partial u}{\partial t}$$

G = Conductancia por unidad de longitud, pérdida de aislante por efecto corona.

C = Efecto capacitivo

Simplificando las dos ecuaciones:

La primera ecuación:

$$\boxed{\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= Gu + C\frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned}}$$

Estas ecuaciones se denominan, ecuaciones generales de primer orden, de las líneas que nos relacionan las tensiones y las corrientes.

Este sistema de ecuaciones diferenciales es relativamente complejo de resolver, con lo que se hace una simplificación, asumiendo una línea ideal; que matemáticamente permite hacer una simplificación, una línea ideal que no tiene pérdidas: que cumple que no tiene ni R ni G (conductancia). Con lo que

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= L\frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= C\frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned}\right\}$$

La variación de la magnitud tensión ~~respecto~~ del eje x está relacionada con la intensidad con respecto del tiempo. Estas ecuaciones. Por los sistemas mecánicos se conocía que fue resuelto, en 1746 por d'Alembert, que se asemejan a esos sistemas. y dedujo lo siguiente, que las soluciones de estas ecuaciones son:

$$\left.\begin{aligned} i &= f_1(x - vt) - f_2(x + vt) \\ u &= Z_c f_1(x - vt) - Z_c \cdot f_2(x + vt) \end{aligned}\right\} \text{onda reflejada dada}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Particularizar para un caso

Demostrar que la intensidad, en nuestro caso, i y u son dos ondas que se están desplazando a la misma velocidad $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

que son dos ondas f_1 y f_2, y la intensidad se puede obtener como la suma de dos ondas que se mueven por la línea con la misma intensidad y sentido opuesto.

La suma de las ondas en cada punto es la suma de estas ondas, por la intensidad.

Para la tensión es lo mismo pero multiplicado por Z_C que es la impedancia característica de la línea.

Retomando las ecuaciones de la línea real.

$$\frac{-\partial u}{\partial x} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G\cdot u + C\frac{\partial u}{\partial t}$$

Consideramos que la línea está trabajando en régimen real, particularizando para un régimen permanente senoidal (trabajando en alterna).

Si trabaja en régimen senoidal trabajamos con fasores que ya no dependen del tiempo sino de la distancia solo. Porque el vector fasor ya no depende del tiempo. $\mathcal{U}$, $\mathcal{I}$, ~~de~~ puesto al derivar ~~fasorio~~ fasorial el dominio temporal tenemos que:

$$-\frac{du}{dx} = R\mathcal{I} + j\omega L\mathcal{I}$$

$$-\frac{di}{dx} = G\mathcal{U} + j\omega C\mathcal{U}$$

Simplificada respecto a la I

$$-\frac{dU}{dx} = I \cdot \underbrace{(R+j\omega L)}_{Z}$$ impedancia compleja

$$-\frac{dI}{dx} = U \cdot \underbrace{(G+j\omega C)}_{Y}$$ admitancia compleja

Derivando de forma segunda con respecto de x tenemos

$$\frac{d^2U}{dx^2} = Z \cdot Y \cdot U$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = Y \cdot U \cdot Z$$

y tenemos un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden que se conocen como ecuaciones de segundo orden de la línea, consiguiendo que la tensión y la intensidad se separan para cada ecuación.

Resolviendo la solución de las ecuaciones ~~de segundo~~ de segundo orden, soluciones hiperbólicas:

$$U = U_0 \cdot \cosh \gamma x - Z_c I_0 \cdot \operatorname{senh} \gamma \cdot x$$

$$I = I_0 \cdot \cosh \gamma x - Y_c \cdot U_0 \cdot \operatorname{senh} \gamma \cdot x$$

Siendo:

$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$ = impedancia característica de una línea real, raíz entre impedancia partida admitancia.

$Y_c = \frac{1}{Z_c} = \sqrt{\frac{Y}{Z}}$ su inversa Y_c se denomina ~~admitancia~~ admitancia característica de la línea.

$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y}$ = raíz cuadrada de Z por Y, constante de propagación.

γ = es un número complejo $\gamma = \gamma_1 + j\gamma_2$

a la parte real γ_1 se denomina constante de atenuación.

y la parte $j\gamma_2$ constante de fase

γ es dimensional pero se mide en radianes lineales por unidad de longitud.

θ = es el producto de γ. constante de propagación por la longitud, y

es el ángulo característico de la línea o ángulo complejo de la línea cuando l corresponde a x, y tiene parte real e imaginaria

$$\theta = \gamma \cdot l = \theta_1 + j\theta_2 \quad y$$

θ_1 = radianes hiperbólicos

$j\theta_2$ = radianes circulares..

Demostración del paso de ecuaciones de segundo orden a las soluciones.

Formas las dos teorías de un modo.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2u}{dx^2} - zyu &= 0 \\ \frac{d^2i}{dx^2} - zyi &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Ecuación diferencial de segundo orden homogénea, por no tener término independiente.

$$a^2 - zy = 0 \rightarrow a = \pm\sqrt{zy} = \pm\gamma \rightarrow \text{Sistema de funciones derivables tipo } \left(e^{\gamma x}, e^{-\gamma x}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} u &= k_1 e^{\gamma x} + k_2 e^{-\gamma x} \\ i &= k_1' e^{\gamma x} + k_2' e^{-\gamma x} \end{aligned}\right\}$$

Podemos decir, además, que tenemos otras constantes que tienen un valor

Con k_1', k_2', k_1 y k_2.

$$\frac{A+B}{2} = k_1 \Big/ \frac{A-B}{2} = k_2 \Big/ \frac{C+D}{2} = k_1' \Big/ \frac{C-D}{2} = k_2'$$

trabajar con A, B, C y D de forma que nos queda que:

$$\left.\begin{aligned} U &= A\,\frac{e^{\gamma x}+e^{-\gamma x}}{2} + B\,\frac{e^{\gamma x}-e^{-\gamma x}}{2} \\ I &= C\,\frac{e^{\gamma x}+e^{-\gamma x}}{2} + D\,\frac{e^{\gamma x}-e^{-\gamma x}}{2} \end{aligned}\right\}$$

sabiendo que

$$\cosh \gamma x = \frac{e^{\gamma x}+e^{-\gamma x}}{2} \qquad \operatorname{senh} \gamma x = \frac{e^{\gamma x}-e^{-\gamma x}}{2}$$

y trabajamos con constantes.

$$U = A \cdot \cosh \gamma x + B \cdot \operatorname{senh} \gamma x$$

$$I = C \cdot \cosh \gamma x + D \cdot \operatorname{senh} \gamma x$$

solo nos queda determinar las cuatro constantes, particularizando para el origen de la línea.

$X = 0$ tenemos que $\cosh(\gamma = 0) = 1$

$\operatorname{senh}(\gamma = 0) = 0$

$U|_{x=0} = A \rightarrow A = U_0$ tensión en el origen de la línea

$I|_{x=0} = C \rightarrow C = I_0$ corriente en el origen de la línea.

Para obtener B y D derivamos las expresiones con respecto a la distancia "X"

$$\frac{d}{dx} = \cosh(\gamma x) = \gamma \operatorname{senh}(\gamma x)$$

$$\frac{d}{dx} = \operatorname{senh}(\gamma x) = \gamma \cosh(\gamma x)$$

$$\frac{dU}{dx} = U_0 \cdot \gamma \cdot \operatorname{senh} \gamma x + \beta \cdot \gamma \cdot \cosh \gamma x$$

$$\frac{dI}{dx} = I_0 \cdot \gamma \cdot \operatorname{senh} \gamma x + D \cdot \gamma \cosh \gamma x$$

tenemos las de las ecuaciones de primer orden

$$\left.\begin{aligned} \frac{dU}{dx} &= -Z \cdot I \\ \frac{dI}{dx} &= -U \cdot Y \end{aligned}\right\} (1)$$

Particularizamos ahora para $x = 0$

$$\left.\frac{dU}{dx}\right|_{x=0} = \beta \cdot \gamma \underset{(1)}{=} -Z I_0 \rightarrow B = -\frac{I_0 \cdot Z}{\gamma} =$$

$$\left.\frac{dI}{dx}\right|_{x=0} = D \cdot \gamma = -Y \cdot U_0 \Rightarrow D = -\frac{U_0 \cdot Y}{\gamma} =$$

Particularizamos con la ecuación de arriba

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y}$$

$$B = -\frac{I_0 \cdot Z}{\sqrt{Z} \cdot \sqrt{Y}} = -I_0 \sqrt{\frac{Z}{Y}} = -I_0 \cdot Z_c$$ impedancia característica.

$$D = -\frac{U_0 \cdot Y}{\sqrt{Z} \cdot \sqrt{Y}} = -U_0 \sqrt{\frac{Y}{Z}} = -U_0 \cdot Y_c$$ → admitancia característica

Valores de las ecuaciones de U e I

$$\boxed{\begin{aligned} U &= U_0 \cdot \cosh \gamma x - Z_c I_0 \cdot \operatorname{senh} \gamma x \\ I &= I_0 \cosh \gamma x - Y_c \cdot U_0 \cdot \operatorname{senh} \gamma x \end{aligned}}$$

ahora que tenemos la solución, vamos a particularizarla para origen y final de línea:

Para $x = 0$

$$\gamma l = \theta$$

$$\left.\begin{aligned} U_f &= U_0 \cdot \cosh \gamma l - Z_c I_0 \operatorname{senh} \gamma l \\ I_f &= I_0 \cosh \gamma l - Y_c I_0 \operatorname{senh} \gamma l \end{aligned}\right\} \quad P$$

$$\left.\begin{aligned} U_f &= U_0 \cdot \cosh \theta - Z_c I_0 \operatorname{senh} \theta \\ I_f &= I_0 \cdot \cosh \theta - Y_c I_0 \operatorname{senh} \theta \end{aligned}\right\} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix}$$

tenemos la matriz en función de la matriz de línea y nos interesan las de inicio a final que son las apropiadas.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}^{P^{-1}} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$A' = \cosh \theta \qquad B' = -Z_c \cdot \operatorname{senh} \theta$

$D' = \cosh \theta \qquad C' = -Y_c \cdot \operatorname{senh} \theta$

$$[P]^{-1} = \frac{1}{|P|} \operatorname{adj} [P]^t$$

$$Z_c \cdot Y_c = 1$$

$$|P| = \cosh^2 \theta - ((-Z_c \cdot \operatorname{senh} \theta) \cdot (-Y_c \operatorname{senh} \theta)) = \overbrace{\cosh^2 \theta - \operatorname{senh}^2 \theta}^{1} = 1$$

$$[P^t] = \begin{vmatrix} \cosh \theta & -Y_c \cdot \operatorname{senh} \theta \\ -Z_c \operatorname{senh} \theta & \cosh \theta \end{vmatrix} \operatorname{adj} = \begin{vmatrix} \cosh \theta & Z_c \cdot \operatorname{senh} \theta \\ Y_c \cdot \operatorname{senh} \theta & \cosh \theta \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{A}{\cosh \theta} & \overset{B}{Z_c \operatorname{senh} \theta} \\ \underset{}{\overset{C}{Y_c \operatorname{senh} \theta}} & \overset{D}{\cosh \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

Senos y Cosenos hiperbólicos de números complejos.

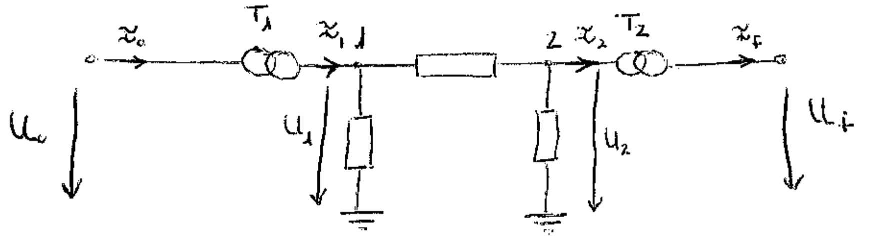
$$\cosh \theta = \cosh \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + j \operatorname{senh} \theta_1 \cdot \operatorname{sen} \theta_2$$

$$\operatorname{senh} \theta = \operatorname{senh} \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + j \cosh \theta_1 \cdot \operatorname{sen} \theta_2$$

Yuxtaposición de cuadripolos

Consiste en dividir una línea de una longitud suficiente para trabajar con parámetros concentrados, para ello reducimos en 4 líneas más pequeñas de la misma longitud y la estudiamos de forma concentrada, cada entrada será la salida de la anterior.

Problema



Datos:
Línea 50 km

$z = 0{,}1 + 0{,}35j\ \Omega/km$ (fase)

$y = 2{,}64 \cdot 10^{-5} j\ S/km$

$T_1 = 20/66\ kV$; $10\ MVA$; $\varepsilon_{cc}\ 10\%$

$T_2 = 66/6{,}6\ kV$; $10\ MVA$; $\varepsilon_{cc}\ 10\%$

$U_f = 6{,}6\ kV$

$S_f = 7{,}5\ MVA$

$\cos\varphi = 0{,}8$ (inductivo)

$U_0 = ?$
$I_0 = ?$

→ Trabajamos con tres cuadripolos. La relación de un cuadripolo de un transformador la representamos como una bobina.

→ Traducimos la impedancia de nuestra red real a la tensión de referencia de 66 kV, en magnitudes unitarias.

→ $$\varepsilon_{cc_1} = \frac{U_{cc,l}}{U_{n,l}} = \frac{\sqrt{3} \cdot I_{n_1} \cdot Z_{cc_1}}{U_{n,l}} \Rightarrow Z_{cc_1} = \varepsilon_{cc_1} \cdot \frac{U_{1,l}}{\sqrt{3} \cdot I_{n,l}} \cdot \frac{U_{nl}}{\cancel{U_{nl}}} = \varepsilon_{cc_1} \cdot \frac{U_{n,l}^2}{S_n}$$

* Tensión de cortocircuito menor que la nominal.

· $X_{cc_1} = 0{,}1 \cdot \dfrac{(66 \cdot 10^3)^2}{10 \cdot 10^6} = 43{,}56j\ \Omega$ (reactancia del transformador 1)

como los transformadores son iguales

· $X_{cc_2} = 43{,}56j\ \Omega$

Aplicamos las leyes de Kirchoff

$$U_0 = U_1 + j X_{cc_1} I_1$$

$$I_0 = I_1$$

→ Construimos la matriz

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

→ Ahora construimos la matriz a partir de los cuadripolos.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$Z_t = 0{,}1 + 0{,}35j \ \Omega/km = 0{,}36 \underline{|74{,}05^\circ} \ \Omega/km \times 50 \ km = 18{,}20 \underline{|74{,}05^\circ} \ \Omega$

$Y_t = 2{,}64 \cdot 10^{-5} j \ S/km = 13 \cdot 10^{-4} \underline{|90^\circ} \ S$

$$A = 1 + \frac{Z_t \cdot Y_t}{2} = 1 + \frac{18{,}20 \underline{|74{,}05^\circ} \cdot 13 \cdot 10^{-4} \underline{|90^\circ}}{2} = 0{,}988 \underline{|0{,}19}$$

$B = 18{,}20 \underline{|74{,}05^\circ}$

$C = 13 \cdot 10^{-4} \underline{|90^\circ}$

$D = A$

→ Aplicamos las leyes de Kirchoff para construir la matriz del transformador 2.

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

→ Multiplicamos las matrices

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

→ Necesitamos saber U_f e I_f, trabajamos con el monofásico referido a 66 kV que será

$$U_f = \frac{66 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 38 \ kV$$

→ La intensidad será:

$$I_f^* = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot \underset{\text{compuesta}}{U_f}} = \frac{7{,}5 \cdot 10^6 \overset{\text{arcos } 0{,}8}{\underline{|36{,}87^\circ}}}{\sqrt{3} \cdot 66 \cdot 10^3 \underline{|0^\circ}} = 65{,}61 \underline{|36{,}87^\circ} \ A$$

Esta intensidad es el conjugado de la intensidad

Si es la simple, tenemos el mismo módulo con el argumento negativo

$$I_f = 65,61 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

→ Introducimos en la matriz y tenemos.

$$\begin{bmatrix} U_o \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40,06 \cdot 10^3 \angle 7,52^\circ \text{ V} \\ 50,76 \angle 15,44 \text{ A} \end{bmatrix}$$

→ Pasamos a trifásica y a sus tensiones correspondientes

$$U_o = 40,06 \cdot 10^3 \angle 7,52^\circ \cdot \underbrace{\frac{20 \cdot 10^3}{66 \cdot 10^3}}_{\text{adaptamos a 20 kV}} \cdot \underbrace{\sqrt{3}}_{\text{para obtener la tensión aparente nominal}} = 21,03 \cdot 10^3 \angle 7,52^\circ \text{ V}$$

$$I_o = 50,76 \angle 15,44^\circ \cdot \underbrace{\frac{66 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3}}_{\text{Inversa de la relación de transformación}} = 162,51 \angle 15,44^\circ \text{ A}$$

→ La intensidad va adelantada respecto a la tensión y por lo tanto tiene un comportamiento <u>capacitivo</u> en su conjunto

→ Para que aparezca efecto Ferranti, tiene que ser capacitivo pero a su vez U_o tiene ser menor que U_f, en este caso, tenemos que $U_o = 40,06 \cdot 10^3 \text{V} > U_f = 30 \cdot 10^3 \text{ V}$, por lo tanto no aparece el efecto Ferranti.

→ ¿Va el flujo de la potencia activa?

$$P_f = S_f \cdot \cos f = 7,5 \cdot \cos \varphi = 7,5 \cdot 0,8 = 6 \text{ MW}$$

$P_o = P_{linea} + P_f$ $\quad$ P_{linea} es la que consume la resistencia.

Tensión simple (trabajamos con el monofásico referido a 66 kV la potencia es la misma simple

↓

$$P_o = 3 \cdot U_o \cdot I_o \cdot \cos \varphi_o = 3 \cdot 40,06 \cdot 50,76 \cdot (\cos(15,44^\circ - 7,52^\circ)) = 6,04 \text{ MW}$$

$\cos \varphi_o$ = desfase entre la intensidad y la tensión.

Como vemos perdemos 0,04 MW que se pierden en la impedancia de la línea.

→ El sentido de la potencia activa no lo marca el valor sino lo marca el ángulo de las tensiones en los extremos de la línea, es decir, la potencia va de el nodo que tiene el fasor adelantado al otro.

Problema

Una línea trifásica de 5 kilómetros, construida por una varilla de Cobre de 9 mm de diámetro dispuesta en triángulo equilátero con una distancia de 0,8 m entre fases, debe suministrar una potencia de $S_f = 1$ MVA con $\cos\varphi = 0{,}7$ inductivo a una carga situada al final de la línea. La tensión en el origen de la línea es de 6,6 kV. Calcular: a) caída de tensión. b) Caída de tensión relativa c) desfase entre las tensiones en el origen y final de la línea. d) Pérdidas de potencia en la transmisión. e) Potencia máxima que se puede suministrar si se admite una caída de tensión del 3%.

→ Trabajamos con los parámetros longitudinales, despreciamos los transversales.

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D_s}{D_c} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \ln \frac{0{,}8}{3{,}5 \cdot 10^{-6}} = 1{,}08 \cdot 10^{-3} \; H/km$$

$$D_c = r' \cdot e^{-1/4} = 4{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-1/4} = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$$

$$R' = \rho \cdot \frac{L}{S} = \frac{1 \, \Omega mm^2}{56 \, m} \cdot \frac{5000}{\pi (4{,}5)^2} = 1{,}40 \, \Omega$$

$X_L = 1{,}69 \, \Omega$

Problema con parámetros distribuidos.

Se tiene una línea de 320 km con las impedancias y admitancias por unidad de longitud y por fase, nos piden: a) calcular la constante de propagación, b) ángulo característico, c) impedancia característica, d) longitud de onda y e) velocidad de propagación.

$$Z = 0{,}0683 + j\,0{,}413 \ \Omega/\text{km} = 0{,}414 \angle 80^\circ 30' \ \Omega/\text{km}$$

$$Y = 0{,}123 \cdot 10^{-6} + j\,2{,}78 \cdot 10^{-6} \ S/\text{km} = 2{,}78 \cdot 10^{-6} \angle 89^\circ 20' \ S/\text{km}$$

a) $\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \sqrt{1{,}15 \cdot 10^{-6} \angle 169{,}33^\circ} = 1{,}07 \cdot 10^{-3} \angle 84{,}55^\circ = \underbrace{0{,}0952 \cdot 10^{-3}}_{\gamma_1} + j\,\underbrace{1{,}07 \cdot 10^{-3}}_{\gamma_2}$ $\quad 169{,}33/2$

b) $\theta = \gamma \cdot l = 0{,}344 \angle 85^\circ 55'$

los argumentos se dividen al tener la raíz cuadrada

c) $Z_c = \sqrt{\dfrac{Z}{Y}} = \sqrt{\dfrac{0{,}414}{2{,}78 \cdot 10^{-6}}} = 386 \angle -4{,}25$ $\quad 9{,}10^\circ/2$

d) $\lambda = \dfrac{2\pi}{\gamma_2} = 5872 \text{ km}$

longitud de onda

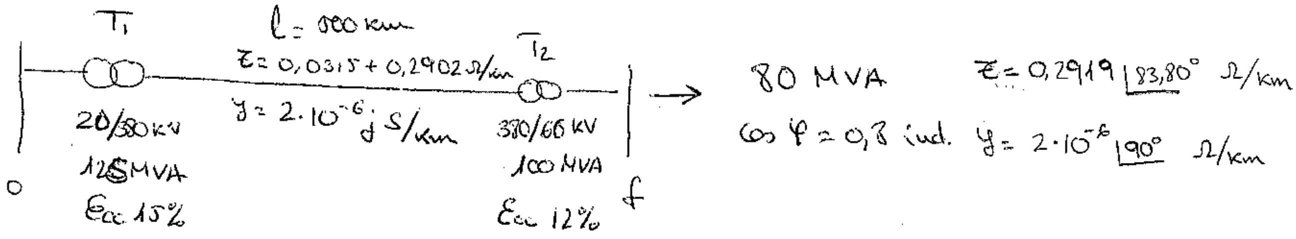
implica tramo muy largo

e) $v = \lambda \cdot f = 5872 \text{ km} \cdot 50 \text{ Hz} = 293.600 \text{ km/s}$

Velocidad con la que se propagan las tensiones eléctricas por la línea. Velocidad próxima a la de la luz.

Problema

Calcúlese la tensión y corriente en el origen de línea, en cabecera del embarrado de la subestación, de la siguiente red:



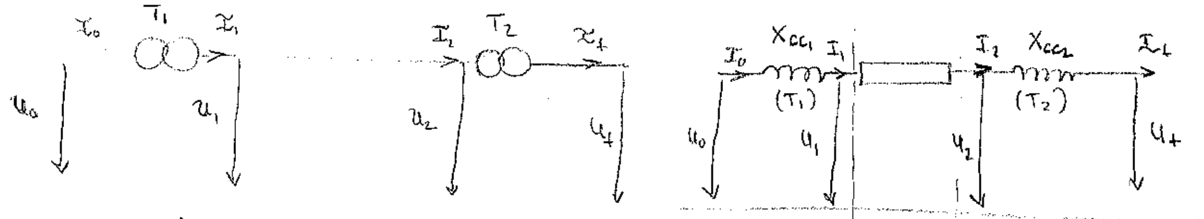
Tomaremos como tensión común del diagrama de impedancias la tensión de línea $\underline{380\,kV}$

Parámetros distribuidos.

Tensión relativa de cortocircuito

$$X_{cc_1} = \varepsilon_{cc_1} \cdot \frac{U_{n,L}^2}{S_{n_1}} = 0{,}15 \cdot \frac{(380\cdot 10^3)^2}{125\cdot 10^6} = 173{,}28\,\Omega \checkmark$$

$$X_{cc_2} = \varepsilon_{cc_2} \cdot \frac{U_{n,L}^2}{S_{n_2}} = 0{,}12 \cdot \frac{(380\cdot 10^3)^2}{100\cdot 10^6} = 173{,}28\,\Omega \checkmark$$



→ Aplicando las leyes de Kirchoff

$$U_0 = U_1 + j X_{cc_1} \cdot I_1$$
$$I_0 = I_1$$

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 173{,}28 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

→ Calcula la matriz para parámetros distribuidos.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$A = \cosh \theta \qquad B = Z_c \cdot \operatorname{senh} \theta$

$C = Y_c \operatorname{senh} \theta \qquad D = \cosh \theta$

$$\theta = \gamma \cdot l = \sqrt{z\cdot y}\cdot l = 7{,}64\cdot 10^{-4}\,\underline{|86{,}90°} \cdot 500 = 0{,}382\,\underline{|86{,}90°} = \overset{\theta_1}{0{,}02} + \overset{j\theta_2}{0{,}38\,j}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0{,}2919\,\underline{|83{,}80°}}{2\cdot 10^{-6}\,\underline{|90°}}} = 382{,}034\,\underline{|-3{,}1°} \checkmark$$

$$Y_c = \sqrt{\frac{y}{z}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10^{-6}\,\underline{|90°}}{0{,}2919\,\underline{|83{,}80°}}} = 2{,}61\cdot 10^{-3}\,\underline{|3{,}1°} \checkmark$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,\underline{|0^\circ} & 5{,}74\cdot10^{-5}\,\underline{|20{,}7^\circ} \\ 8{,}40\,\underline{|14{,}5^\circ} & 1\,\underline{|0^\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\operatorname{Senh}\theta = \underbrace{\operatorname{Senh} 0{,}02 \cdot \cos 0{,}38}_{0{,}02} + \underbrace{j \operatorname{Cosh} 0{,}02 \cdot \operatorname{Sen} 0{,}38}_{j\,0{,}0066} = 0{,}021\,\underline{|18{,}26^\circ} \checkmark$$

$$A = \operatorname{Cosh}\theta = \underbrace{\cosh 0{,}02 \cdot \cos 0{,}38}_{1{,}0001} + \underbrace{j \operatorname{Senh} 0{,}02 \cdot \operatorname{Sen} 0{,}38}_{j\,0{,}00013} = 1{,}0001\,\underline{|0{,}007^\circ} \checkmark$$

$$C = Y_c \cdot \operatorname{Senh}\theta = 382{,}034\,\underline{|-3{,}1^\circ} \cdot \operatorname{Senh}\theta = 8{,}40\,\underline{|14{,}5^\circ} \checkmark$$

$$B = Z_c \cdot \operatorname{Senh}\theta = 2{,}61\cdot10^{-3}\,\underline{|3{,}1^\circ} \cdot \operatorname{Senh}\theta = 5{,}74\cdot10^{-5}\,\underline{|20{,}7^\circ} \checkmark$$

→ Aplicando las leyes de Kirchoff

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 173{,}28 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$U_2 = U_f + j X_{cc_2} \cdot I_f$$

$$I_2 = I_f$$

Yustaposición de los tres cuadripolos.

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX_{cc_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_f \\ I_f \end{bmatrix}$$

$$U_f = \frac{380}{\sqrt{3}}\,\underline{|0^\circ} = 219{,}40\text{ kV}$$ que tomamos como origen de ángulos

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}\,U_f} = \frac{80\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot380\cdot10^3} = 121{,}55\text{ A} \qquad I_f = 121{,}55\,\underline{|-36{,}77^\circ}$$

Inductivo – arcos 0,8

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 203{,}99\,\underline{|12{,}14^\circ}\text{ kV} \\ 175{,}70\,\underline{|65{,}17^\circ}\text{ A} \end{bmatrix}$$ Referenciado al secundario del transformador cara a 380

→ referenciamos al primario lado de 20 kV

$$U_0(20\text{kV}) = 203{,}99 \cdot \frac{20}{380}\,\underline{|12{,}14^\circ} = 10{,}74\,\underline{|12{,}14^\circ}\text{ kV}$$

¡ojo!

$$I_0(20\text{kV}) = 175{,}70 \cdot \frac{380}{20}\,\underline{|65{,}17^\circ} = 3{,}34\,\underline{|65{,}17^\circ}\text{ kA}$$

Tensión compuesta en cabecera

$$U_{0,\text{lim}} = 10{,}74 \cdot \sqrt{3} = 18{,}60\text{ kV}$$

→ ¿Que caracter tiene en su conjunto inductivo o capacitivo?

Corriente adelantada respecto a la tensión carácter capacitivo.

→ Aparece efecto ferranti en el conjunto

$U_f = 219,4$ $U_0 = 203,99$ por lo tanto aparece el efecto ferranti al ser "mayor al final de línea que en cabecera", calculamos en el monofásico

Cortocircuitos trifásicos simétricos

Problema 1

Potencia base 1 MVA (S_b)

Tenemos dos zonas debido a la presencia de un transformador

- Zona 1 correspondiente a la parte aguas arriba de transformador con una tensión base de 20 kV (U_{b1})
- Zona 2 zona de aguas abajo del transformador con una tensión base de 380 V (U_2)

Red

$U_n = 20\,kV$

$S_{cc} = 50\,MVA$

$\cos\varphi_{cc} = 0{,}1$

$$^*Z_{cc} = \frac{S_b}{S_{cc}(p.u.)} = \frac{1}{\frac{50}{0{,}1}} = \frac{1}{500} = 2\cdot10^{-3}$$

$$^*\bar{Z}_{cc} = r_{cc} + x_{cc} = \begin{cases} ^*r_{cc} = Z_{cc}\cdot\cos\varphi = 2\cdot10^{-3}\cdot 0{,}1 = 2\cdot10^{-4} \\ ^*x_{cc} = r_{cc}\cdot \operatorname{sen}\varphi = 2\cdot10^{-3} \end{cases}$$

$$\bar{Z}_{cc} = 2\cdot10^{-4} + 2\cdot10^{-3}j$$

Línea

$L = 2{,}7\,km$

$r' = 0{,}2018\,\Omega/km$

$x' = 0{,}127\,\Omega/km$

$$^*Z_{b1} = \frac{U_{b1}^2}{S_b} = \frac{20^2}{1} = 400\,\Omega$$

$$^*\bar{Z}_1 = \frac{S_b}{Z_b}\cdot L\cdot(r' + x'_j) = \frac{1}{400}\cdot(0{,}2018 + 0{,}127j) = 1{,}36\cdot10^{-3} + 8{,}57\cdot10^{-4}j$$

Transformador

$S_n = 1\,MVA$

$20\,kV/380\,V$

$U_{cc} = 6\%$

$\cos\varphi_{cc} = 0{,}26$

ideal *

$$Z_{cc}(p.u.) = \varepsilon_{cc}\cdot\frac{S_b}{S_n} = 0{,}06\cdot\frac{1}{1} = 0{,}6$$

$$r_{cc} = Z_{cc}\cdot\cos\varphi_{cc} = 0{,}06\cdot0{,}26 = 0{,}0156$$

$$x_{cc} = Z_{cc}\cdot\operatorname{sen}\varphi_{cc} = 0{,}06\cdot0{,}9656 = 0{,}0579$$

$$\bar{Z}_{cc} = 0{,}0156 + 0{,}0579j$$

Generador

$S_n = 500\,kVA$

$U_n = 380\,V$

$X'_d = 12\%$

$$^*X_g = X'_d\,\frac{S_b}{S_n} = 0{,}12\,\frac{1\,MVA}{500\,kVA} = 0{,}24j$$

$$Z_g = 0{,}24j$$

Cable 1

$L = 115 m$

$r' = 0{,}0826\ \Omega/km$

$x' = 0{,}084\ \Omega/km$

$$Z_{b_2} = \frac{U_{b_2}^2}{S_b} = \frac{380^2 V}{1\ MVA} = 0{,}1444$$

$$\bar{Z}_{c_1} = \frac{S_b}{Z_b} \cdot L \cdot (r' + x'j) = \frac{1}{0{,}1444} \cdot 0{,}115 \cdot (0{,}0826 + 0{,}084j)$$

$$\bar{Z}_{c_1} = 0{,}066 + 0{,}067j$$

Cable 2

$L = 35 m$

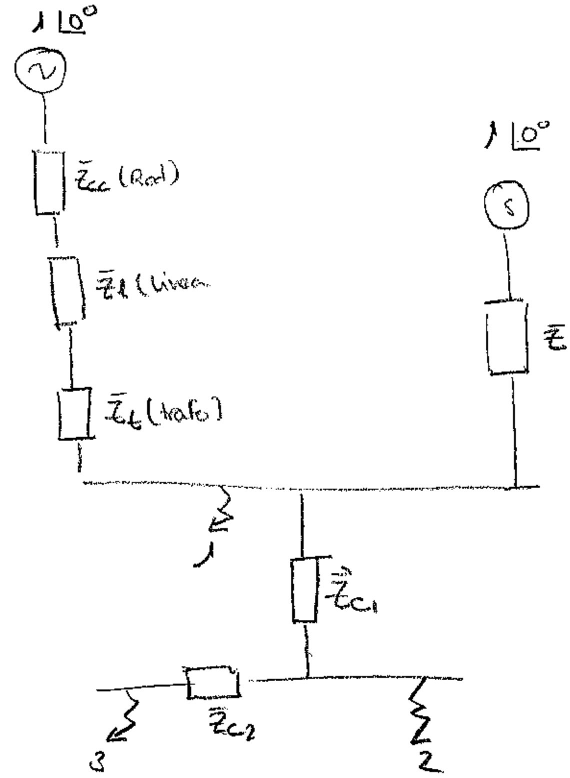
$r' = 0{,}3892\ \Omega/km$

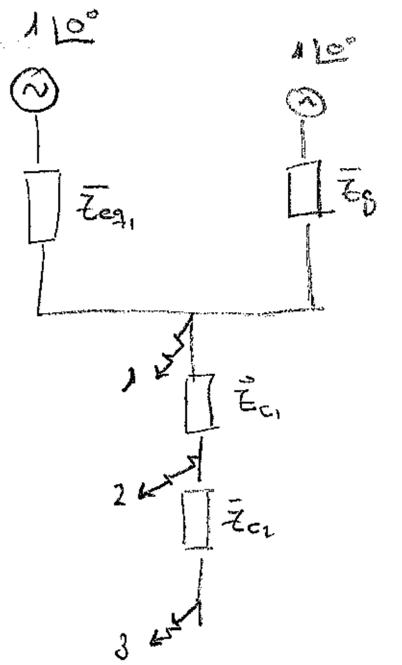
$x' = 0{,}09\ \Omega/km$

$$\bar{Z}_{c_2} = \frac{S_b}{Z_c} \cdot L \cdot (r' + x'j) = \frac{1}{0{,}1444} \cdot 0{,}035 \cdot (0{,}3892 + 0{,}09j)$$

$$\bar{Z}_{c_2} = 0{,}0946 + 0{,}0219j$$

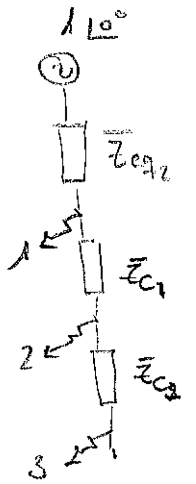
Diagrama unifilar





$\bar{Z}_{eq_1} = \bar{Z}_{ca} + \bar{Z}_l + \bar{Z}_t =$

$\bar{Z}_{eq_1} = 0,01716 + 0,0604j$



$$\bar{Z}_{eq_2} = \frac{1}{\bar{Z}_{eq_1}} + \frac{1}{\bar{Z}_g} = 0,05 \angle 77,48°$$

Cortocircuito en 1

$$\bar{I}_{cc1} = \frac{S_b}{Z_{eq_2}} = 20 \angle -77,48 \text{ por unidad}$$

multiplicamos por el valor real de la corriente

$$I_{b_2} = \frac{S_{b_2}}{\sqrt{3} \cdot U_{b_2}} = \frac{1 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 380} = 1.519,34 A$$

$$I_{cc_1} = 1.519,34 \cdot 20 \angle -77,48 = 30386,8 \angle -77,48 \text{ A}$$

Cortocircuito en 2

$$\bar{I}_{cc_2} = \frac{S_b}{\bar{Z}_{eq_2} + \bar{Z}_{c_1}} = 7,20 \angle{-56,42}$$

$$I_{cc_2} = 1519,34 \cdot 7,20 \angle{-56,42°} = 10939,25 \angle{-56,42°}$$

Cortocircuito en 3

$$\bar{I}_{cc_3} = \frac{1}{Z_{eq_2} + Z_{c_1} + Z_{c_2}} = 4,54 \angle{-38,75°}$$

$$I_{cc_3} = 1.519,34 \cdot 4,54 \angle{-38,75°} = 6906,09 \angle{-38,75°}$$

Problema 2

generador G_1

$U_n = 20 kV$

$S_n = 15 MVA$

$X'_d = 15\%$

$$\bar{X}_{g_1} = X'_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,15 \cdot \frac{20}{15} = 0,2j$$

generador G_2

$U_n = 26 kV$

$S_n = 25 kV$

$X_d' = 15\%$

$$\bar{X}_{g_2} = X'_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,15 \cdot \frac{20}{25} = 0,12j$$

Transformador 1

20kV/45kV

$S_n = 15 MVA$

$U_{cc} = 10\%$

$\cos\varphi = 0,1$

$$z_{cc_1} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,1 \cdot \frac{20}{15} = 0,133$$

$$r_{cc_1} = z_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 0,133 \cdot 0,1 = 0,0133$$

$$x_{cc_1} = z_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc} = 0,133 \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0,1326$$

$$\bar{Z}_{cc_1} = 0,0133 + 0,1326j$$

Transformador 2

26kV/45kV

$S_n = 25 MVA$

$U_{cc} = 7\%$

$\cos\varphi = 0,2$

$$z_{cc_2} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,07 \cdot \frac{20}{25} = 0,056$$

$$r_{cc_2} = z_{cc_2} \cdot \cos\varphi_{cc_2} = 0,056 \cdot 0,2 = 0,0112$$

$$x_{cc_2} = z_{cc_2} \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc_2} = 0,056 \cdot \operatorname{sen}\varphi_{cc_2} = 0,0549$$

$$\bar{Z}_{cc_2} = 0,0112 + 0,0549j$$

Linea 1

$L = 50\,km$

$z' = 0{,}2 + 0{,}15j\ \Omega/km$

$$Z_{b_1} = \frac{U_{b_1}^2}{S_b} = \frac{(45 \cdot 10^3)^2}{20 \cdot 10^6} = 101{,}25\ \Omega$$

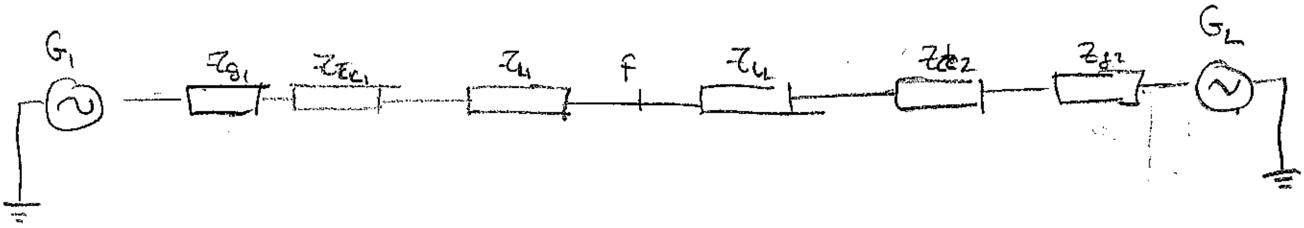
$$\bar{Z}_{L_1} = \frac{1}{Z_b} \cdot L \cdot z' = \frac{1}{101{,}25\ \Omega} \cdot 50 \cdot (0{,}2 + 0{,}15j) = 0{,}0987 + 0{,}074j$$

Linea 2

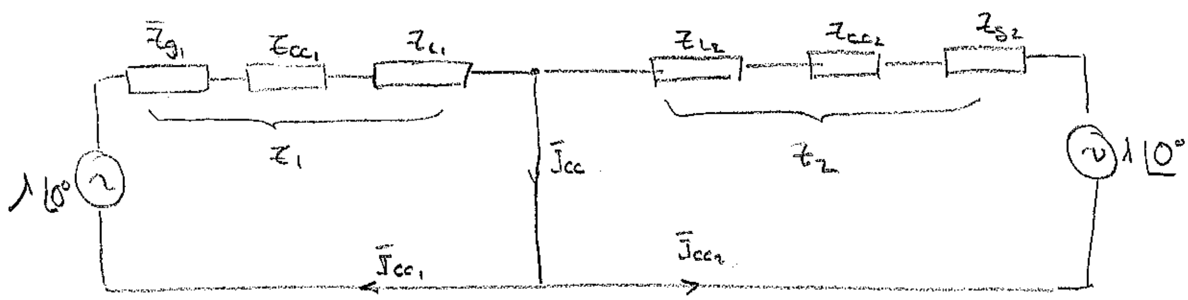
$L = 70\,km$

$z' = (0{,}2 + 0{,}1j)\ \Omega/km$

$$\bar{Z}_{L_2} = \frac{1}{Z_b} \cdot L \cdot z' = \frac{1}{101{,}25} \cdot 70\,(0{,}2 + 0{,}1j) = 0{,}1383 + 0{,}0691j$$



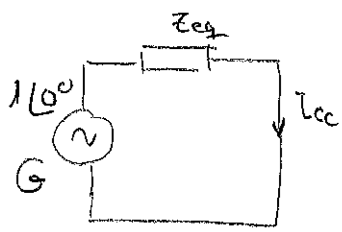
Corriente de falla



$$Z_1 = Z_{g_1} + Z_{cc_1} + Z_{L_1} = 0{,}1123 + 0{,}4067j$$

$$Z_2 = Z_{g2} + Z_{cc_2} + Z_{L_2} = 0{,}1495 + 0{,}244j$$

Simplificamos la rama en paralelo



$$Z_{eq} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)} =$$

$$I_{cc} = \frac{U_b}{Z_{eq}} = \frac{1}{\frac{Z_1 \cdot Z_2}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)}} = 5{,}842\ \lfloor -65{,}01^\circ$$

intensidad en la rama $= I_b = \dfrac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{b_1}} = \dfrac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 45 \cdot 10^3} = 256{,}6\ A$

$$I_{cc_A} = 256{,}6 \cdot 5{,}842\ \lfloor -65{,}01^\circ = 1490\ \lfloor -65{,}01^\circ$$

Corrientes por las línea y por los generadores.

Por el divisor de intensidad.

$$\bar{i}_{cc_1} = \bar{i}_{cc} \cdot \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = \frac{0,2861 \angle 58,50}{(0,2618 + 0,6507j)} = \frac{0,2861 \angle 58,50}{0,7014 \angle 68,08} \cdot 5,842 \angle -65,01 = 2,3829 \angle -74,54°$$

$$i_{cc_2} = i_{cc} \cdot \frac{\bar{Z}_1}{Z_1 + Z_2} = 3,508 \angle -58,55°$$

La magnitud real

$$I_{cc_1} = I_{b_1} \cdot i_{cc_1} = 256,6 \cdot 2,3829 \angle -74,54° = 611,48 \angle -74,54°$$

$$I_{cc_2} = I_{b_1} \cdot i_{cc_2} = 256,6 \cdot 3,508 \angle -58,55° = 900,15 \angle -58,55°$$

La intensidad en la zona de la generadora.

$$I_{b(g_1)} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\, U_{b(g_1)}} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 20 \cdot 10^3} = 557,35\ A$$

$$I_{b(g_2)} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{b(g_2)}} = \frac{20 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 26 \cdot 10^6} = 444,12\ A$$

Por tanto las corrientes en la generación

$$I_{cc(g_1)} = I_{cc_1} \cdot I_{b(g_1)} = 1375,82 \angle -7,45°$$

$$I_{cc(g_2)} = I_{cc_2} \cdot I_{b(g_2)} = 1557,898 \angle -58,55°$$

Tensiones en los nudos

Problema 3 $\quad S_b = 15\,MVA$

Tenemos dos zonas una aguas arriba U_{b_1} (20kV) y otra U_{b_2} (380V)

Generador 1

$U_n = 20\,kV$

$S_n = 15\,MVA$

$X'd = 15\%$

$$\bar{X}_{g_1} = X'd \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}15 \cdot \frac{15}{15} = 0{,}15j \checkmark$$

Generador 2

$U_n = 20\,kV$

$S_n = 25\,MVA$

$X'd = 15\%$

$$\bar{X}_{g_2} = \bar{X}_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}15 \cdot \frac{15}{25} = 0{,}09j \checkmark$$

Linea 1

$L = 20\,Km$

$Z' = 0{,}2 + 0{,}15j\ \Omega/km$

$$Z_{b_1} = \frac{U_{b_1}^2}{S_b} = \frac{(20 \cdot 10^3)^2}{15 \cdot 10^6} = 26{,}66\,\Omega$$

$$\bar{Z}_{L_1} = \frac{1}{Z_b} \cdot L \cdot Z'_1 = \frac{1}{26{,}66} \cdot 20 \cdot (0{,}2 + 0{,}15j) = (0{,}15 + 0{,}1125j) \checkmark$$

Linea 2

$L = 10\,Km$

$Z' = 0{,}2 + 0{,}1j\ \Omega/km$

$$Z_{b_1} = \frac{U_{b_1}^2}{S_b} = \frac{(20 \cdot 10^3)^2}{15 \cdot 10^6} = 26{,}66$$

$$\bar{Z}_{L_2} = \frac{1}{26{,}66} \cdot L \cdot Z' = \frac{1}{26{,}66} \cdot 10 \cdot (0{,}2 + 0{,}1j) = (0{,}075 + 0{,}375j) \checkmark$$

Transformador

$S_n = 5\,MVA$

$20\,kV / 380\,V$

$\varepsilon_{cc} = 10\%$

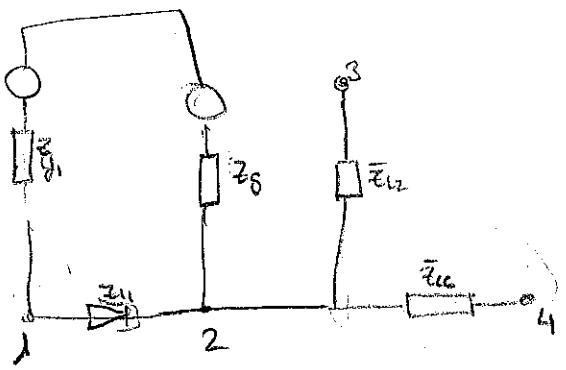
$\cos\varphi = 0{,}1$

$$Z_{cc\,(p.u.)} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}1 \cdot \frac{15}{5} = 0{,}3$$

$$r_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos\varphi = 0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}03$$

$$x_{cc} = Z_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0{,}3 \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0{,}2985$$

$$\bar{Z}_{cc} = (0{,}03 + 0{,}2985j) \checkmark$$



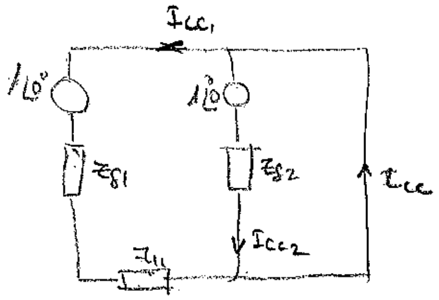
Zona 1 $\quad U_{b1} = 20$ kVA

$$I_{b1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\,U_{b1}} = \frac{15\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot 20\cdot10^3} = 433\,A \qquad Z_{b1} = \frac{U_{b1}^2}{S_b} = \frac{(20\cdot10^3)^2}{15\cdot10^6} = 26,67\,\Omega$$

Zona 2 $\quad U_{b2} = 380V$

$$I_{b2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\cdot U_{b2}} = \frac{15\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot 380} = 22790,1\,A \qquad Z_{b2} = \frac{U_{b2}^2}{S_b} = \frac{(380)^2}{15\cdot10^6} = 0,0098\,\Omega$$

en el punto 1



$$\bar I_{cc1} = \frac{1\angle0°}{Z_{g1}+Z_{L1}} = \frac{1\angle0°}{0,15j + (0,15+0,1125j)} = \frac{1\angle0°}{(0,15+0,2625j)}$$

$$\bar I_{cc1} = \frac{1\angle0°}{0,3023\angle60,26} = 3,30\angle-69,26°$$

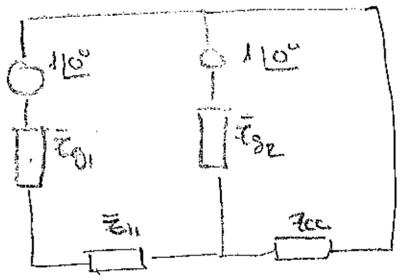
$$\bar I_{cc2} = \frac{1\angle0°}{0,09j} = 11,1\angle-90°$$

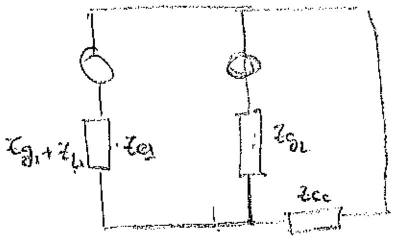
Luego $= i_{cc} = i_{cc1} + i_{cc2} = 14,08\angle-83,21°$

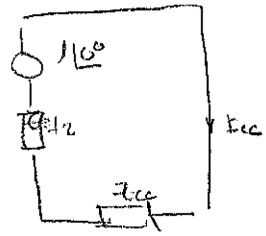
Como esta en la zona 1

$$I_{cc} = 433\cdot 14,08 = 6096,64\angle-83,21°$$

Cortocircuito en el nudo 4







$$i_{cc} = \frac{1}{Z_{eq_1} + Z_{cc}} = \frac{1}{0{,}0383 + 0{,}8685j} = 2{,}7 \underline{|-84{,}07^\circ}$$

$$I_{cc} = I_{b_2} \cdot i_{cc} = 22790{,}1 \cdot 2{,}7 \underline{|-84{,}07} = 61{,}53 \underline{|-84{,}07} \text{ kA}$$

Problema 4

Tenemos 3 zonas debido a la presencia de 2 transformadores.

Zona 1 $U_{b_1} = 3\,kV$

Zona 2 $U_{b_2} = 6\,kV$

Zona 3 $U_{b_3} = 45\,kV$

$$\overset{*}{I}_{b_3} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{b_3}} = \frac{15 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 45 \cdot 10^3} = 192{,}45\,A \checkmark \qquad \overset{*}{Z}_{b_3} = \frac{U_b^2}{S_b} = 135\,\Omega \checkmark$$

Diagrama de impedancias en magnitudes unitarias.

Generador 1

$U_n = 3\,kV$
$S_n = 5\,MVA$
$X'_d = 10\%$

$$\overset{*}{\bar{X}}_{g_1} = X'_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}1 \cdot \frac{15}{5}\; 0{,}1 \cdot 3 = 0{,}3j \checkmark$$

Generador 2

$U_n = 6\,kV$
$S_n = 10\,MVA$
$X'_d = 15\%$

$$\bar{X}_{g_2} = X'_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}15 \cdot \frac{15}{10} = 0{,}225j \checkmark$$

Linea 1

$l = 20$ km

$z' = 0,05 + 0,15j$ Ω/km

$$Z_{b_3} = \frac{U_{b_3}^2}{S_b} = \frac{(45 \cdot 10^3)^2}{15 \cdot 10^6} = 135 \, \Omega$$

$$Z_{L_1} = \frac{1}{Z_{b_3}} \cdot l \cdot z' = \frac{1}{135} \cdot 20 \cdot (0,05 + 0,15j) = 0,0074 + 0,0222j \checkmark$$

Linea 2

$l = 15$ km

$z' = 0,07 + 0,2j$ Ω/km

$$Z_{L_2} = \frac{1}{Z_{b_3}} \cdot l \cdot z' = \frac{1}{135} \cdot 15 \, (0,07 + 0,2j) = 0,0077 + 0,0222j \checkmark$$

Transformador 1

3 kV / 45 kV

$S_n = 5$ MVA

$\varepsilon_{cc} = 10\%$

$\cos\varphi = 0,1$

$$z_{cc_1} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,1 \cdot \frac{15}{5} = 0,3$$

$$r_{cc} = z_{cc} \cdot \cos\varphi = 0,3 \cdot 0,1 = 0,03$$

$$x_{cc} = z_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0,3 \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0,298$$

$$\bar{Z}_{cc_1} = r_{cc} + x_{cc}j = (0,03 + 0,298j) \checkmark$$

Transformador 2

6 kV / 45 kV

$S_n = 10$ MVA

$\varepsilon_{cc} = 10\%$

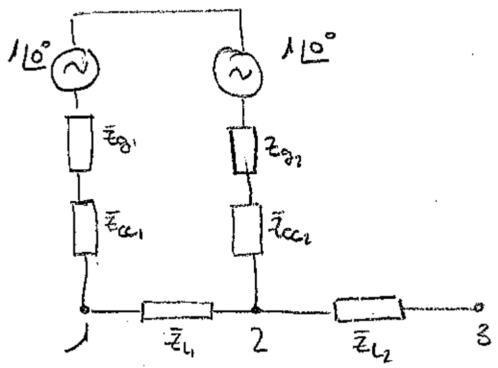
$\cos\varphi = 0,1$

$$\cancel{z}_{cc_2} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0,1 \cdot \frac{15}{10} = 0,15$$

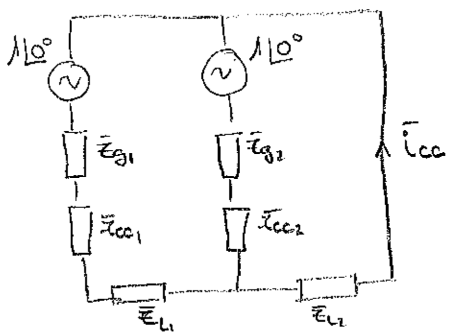
$$r_{cc} = z_{cc} \cdot \cos\varphi = 0,15 \cdot 0,1 = 0,015$$

$$x_{cc} = z_{cc} \cdot \operatorname{sen}\varphi = 0,15 \operatorname{sen}\varphi = 0,1492$$

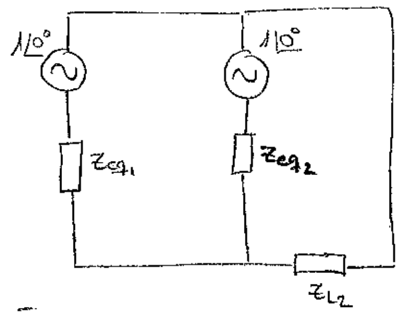
$$\bar{z}_{cc_2} = r_{cc} + x_{cc}j = (0,015 + 0,1492j) \checkmark$$



Cortocircuito en el nudo 3

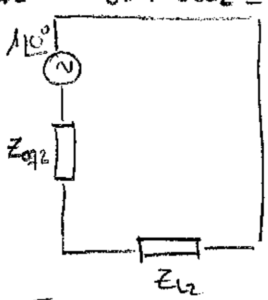


Simplifico el circuito



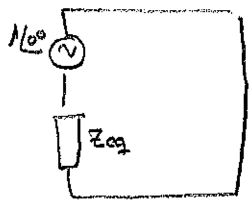
$$\bar{Z}_{eq_1} = \bar{Z}_{g_1} + \bar{Z}_{cc_1} + \bar{Z}_{L_1} = 0,3j + (0,03 + 0,298j) + (0,0074 + 0,0222j) = (0,0374 + 0,6202j) = 0,6213\angle 86,50$$

$$\bar{Z}_{eq_2} = \bar{Z}_{g_2} + \bar{Z}_{cc_2} = 0,225j + (0,015 + 0,1492j) = (0,015 + 0,3742j) = 0,3745\angle 87,70°$$



$$\bar{Z}_{eq_3} = \frac{\bar{Z}_{eq_1} \cdot \bar{Z}_{eq_2}}{\bar{Z}_{eq_1} + \bar{Z}_{eq_2}} = \frac{0,6213\angle 86,50 \cdot 0,3745\angle 87,70°}{(0,0524 + 0,9942j)} = \frac{0,2327\angle 174,2°}{0,9956\angle 86,98°} = 0,2337\angle 87,22°$$

$$\bar{Z}_{eq_3} = (0,0113 + 0,2334j)$$



$$Z_{eq} = Z_{eq_3} + Z_{L_2} = (0,0113 + 0,2334j) + (0,0077 + 0,0222j) =$$

$$Z_{eq} = (0,019 + 0,2556j) = 0,2563\angle 85,74$$

$0,4599\angle 80,50$

$$\bar{I}_{cc_3} = \frac{1\angle 0}{Z_{eq}} = \frac{1\angle 0}{0,2563\angle 85,74} = 3,90\angle -85,74$$

$$I_{b_3} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{b_3}} = \frac{15 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 45 \cdot 10^3} = 192,45 \text{ A}$$

$$I_{cc_3} = I_{cc_3} \cdot I_{b_3} = 750\angle -85,74 \text{ A}$$

PROBLEMAS

PROBLEMA 1

Una carga de impedacia por fase $Z_\Delta = 60\ \underline{/30^\circ}\ \Omega$ está conectada en conexión triángulo a una línea de impedancia $Z_f = 1{,}4\ \underline{/75^\circ}\ \Omega$ siendo la tensión en final de línea de 4,4 kV (v_c). Se pide calcular:

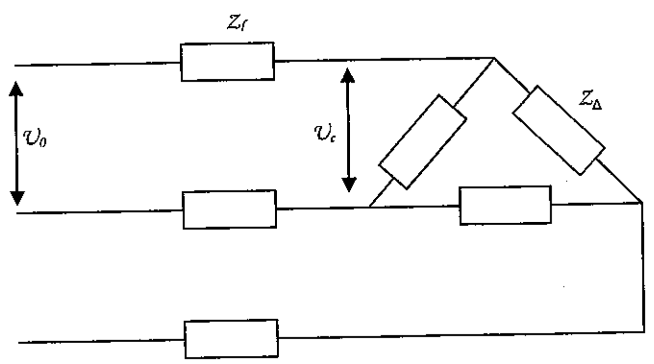
a) Tensión de línea en cabecera.

b) Potencia consumida en la carga y pérdidas de activa y reactiva en la línea.

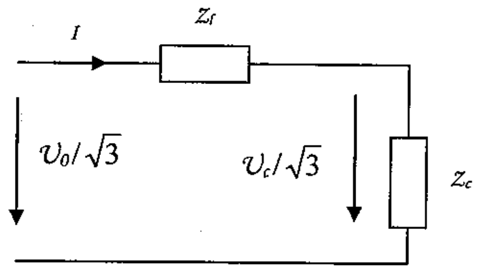
c) Realizar los cálculos anteriores en magnitudes unitarias. Tómese como valores base los siguientes: Tensión 4,4 kV, potencia 1.000 kVA.

Solución

El esquema de la conexión se indica en la figura:



a) Trabajaremos con el circuito equivalente monofásico que se muestra en la figura siguiente.



Siendo

$Z_f = 1{,}4\ \underline{/75^\circ}\ \Omega$

$Z_c = 60/3\ \underline{/30^\circ}\ \Omega = 20\ \underline{/30^\circ}\ \Omega$

De aquí: $$I = \frac{\mathcal{U}_c/\sqrt{3}}{Z_c} = \frac{4.400/\sqrt{3}\ \underline{/0^\circ}}{20\ \underline{/30^\circ}} = 127\ \underline{/-30^\circ}\ \text{A}$$

Luego

$$\frac{\mathcal{U}_0}{\sqrt{3}} = I \cdot Z_f + \frac{\mathcal{U}_c}{\sqrt{3}} = 127\ \underline{/-30^\circ} \times 1{,}4\ \underline{/75^\circ} + 4.400/\sqrt{3} = 2.669\ \underline{/2{,}70^\circ}\ \text{V} \Rightarrow \text{U}_0 = 4{,}622\ \text{kV}$$

b) La potencia compleja en la carga la calculamos a partir del circuito equivalente monofásico:

$$S_c = \frac{\mathcal{U}_c}{\sqrt{3}} \times I^* = \frac{4{,}4 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \times 127\ \underline{/30^\circ} = 322{,}623\ \underline{/30^\circ}\ \text{kVA}$$

Potencias (trifásicas) de la carga:
$$\text{P}_c = 3 \cdot \text{S}_c \cdot \cos 30^\circ = 838{,}2\ \text{kW}$$
$$\text{Q}_c = 3 \cdot \text{S}_c \cdot \text{sen} 30^\circ = 483{,}9\ \text{kVAr}$$

Pérdidas de activa y reactiva en la línea:

$$\Delta \text{P}_{\text{línea}} = 3 \cdot \text{I}^2 \cdot \text{R}_l = 3 \cdot 127^2 \cdot 1{,}4 \cdot \cos 75^\circ = 17{,}53\ \text{kW}$$
$$\Delta \text{Q}_{\text{línea}} = 3 \cdot \text{I}^2 \cdot \text{X}_l = 3 \cdot 127^2 \cdot 1{,}4 \cdot \text{sen} 75^\circ = 65{,}43\ \text{kVAr}$$

c) A partir de la tensión y potencia bases: $\text{U}_b = 4{,}4$ kV y $\text{S}_b = 1.000$ kVA

Calculamos la intensidad e impedancia bases:

$$\text{I}_b = \frac{\text{S}_b}{\sqrt{3}\text{U}_b} = 131{,}21\ \text{A} \qquad \text{Z}_b = \frac{\text{U}_b^{\,2}}{\text{S}_b} = 19{,}36\ \Omega$$

Y podemos obtener las magnitudes por unidad:

$$\text{u}_c = \frac{4{,}4}{4{,}4} = 1 \qquad \text{z}_c = \frac{20}{19{,}36} = 1{,}033 \qquad \text{z}_l = \frac{1{,}4}{19{,}36} = 0{,}0723$$

y de aquí: $\quad i = \dfrac{u_c}{z_c} = \dfrac{1}{1{,}033} = 0{,}968 \text{ p.u.}$

- Potencias consumidas en la carga. De la potencia aparente

$$s_c = u_c \cdot i = 1 \times 0{,}968 = 0{,}968 \text{ p.u.}$$

podemos obtener las potencias en magnitudes unitarias:

$$p_c = s_c \cdot \cos 30° = 0{,}968 \times \cos 30° = 0{,}838 \text{ p.u.}$$
$$q_c = s_c \cdot \text{sen} 30° = 0{,}968 \times \text{sen} 30° = 0{,}484 \text{ p.u.}$$

por lo que las potencias reales son:

$$P_c = p_c \cdot S_b = 0{,}838 \cdot 1000 = 838 \text{ kW}$$
$$Q_c = q_c \cdot S_b = 0{,}484 \cdot 1000 = 484 \text{ kVAr} \qquad \text{(c.q.d.)}$$

- Pérdidas de potencias activa y reactiva en la línea en magnitudes unitarias:

$$\Delta p_{línea} = i^2 \cdot r_l = 0{,}968^2 \cdot 0{,}0723 \cdot \cos 75° = 0{,}0175 \text{p.u.}$$
$$\Delta q_{línea} = i^2 \cdot x_l = 0{,}968^2 \cdot 0{,}0723 \cdot \text{sen} 75° = 0{,}0654 \text{p.u.}$$

potencias reales:

$$\Delta P_{línea} = \Delta p_{línea} \cdot S_b = 0{,}0175 \cdot 1000 = 17{,}5 \text{ kW}$$
$$\Delta Q_{línea} = \Delta q_{línea} \cdot S_b = 0{,}0654 \cdot 1000 = 65{,}4 \text{ kVAr} \qquad \text{(c.q.d.)}$$

PROBLEMA 2

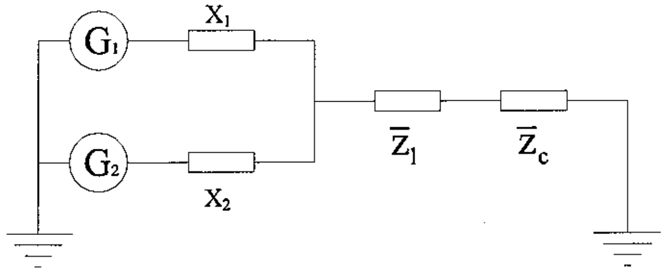
Dos generadores de potencias nominales 2 MVA y 3 MVA, de tensiones nominales 15 kV, están conectados en paralelo para alimentar una carga conectada en estrella cuya impedancia por fase es: $Z_c = 36 + 27j\ \Omega$. La línea que conecta los generadores con la carga tiene una impedancia por fase: $Z_l = 0{,}45 + 2{,}2j\ \Omega$. Los generadores se consideran fuentes ideales de tensión en serie con una reactancia cuyo valor es el 10% con respecto a los valores base del generador. Se pide calcular en magnitudes unitarias:

a) Corriente absorbida por la carga.
b) Corriente inyectada por cada generador.
c) Balance de potencias en todo el circuito.
d) Tensión en la carga y en el nudo de generación.

Valores base: $U_b = 15$ kV $S_b = 5$ MVA

Solución

El esquema unifilar en magnitudes unitarias de la red se indica en la figura:

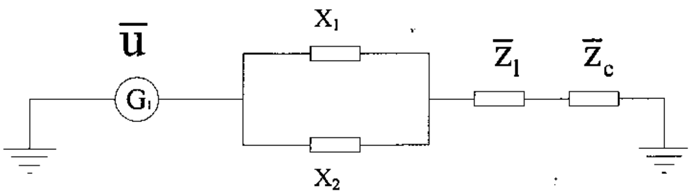


Siendo:

$$x_1 = 0{,}1 \cdot \frac{5}{2} = 0{,}25 \text{ p.u.} \qquad x_2 = 0{,}1 \cdot \frac{5}{3} = 0{,}1667 \text{ p.u.}$$

$$\overline{z}_l = \frac{0{,}45 + 2{,}2j}{45} = 0{,}01 + 0{,}049j \text{ p.u.} \qquad \overline{z}_c = \frac{36 + 27j}{45} = 0{,}8 + 0{,}6j \text{ p.u.}$$

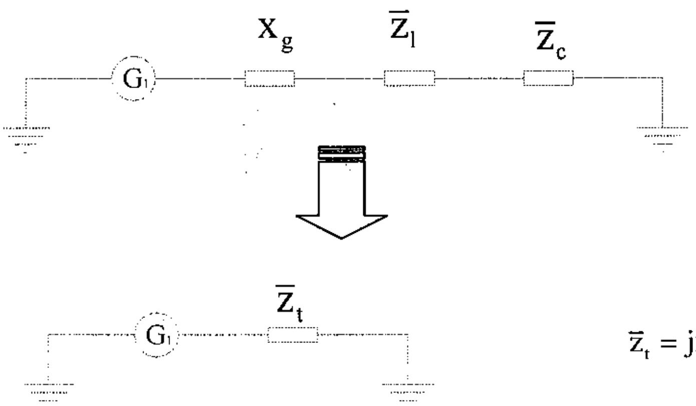
Al trabajar en fase los generadores, podemos simplificar el anterior esquema del modo:



Siendo:

$\overline{u} = 1 \underline{/0^{\circ}}$

Simplificaciones sucesivas llevan a:



$$x_g = \frac{jx_1 \cdot jx_2}{jx_1 + jx_2} = 0{,}1 \text{ p.u.}$$

$$\overline{z}_t = jx_g + \overline{z}_l + \overline{z}_c = 0{,}81 + 0{,}749j \text{ p.u.}$$

a) Corriente por la carga: $\bar{i} = \dfrac{\bar{u}}{\bar{z}_t} = \dfrac{1}{0{,}81 + 0{,}749j} = 0{,}906\ \underline{/-42{,}76^\circ}$ p.u.

b) Corriente en los generadores: por el divisor de intensidad tenemos

$$\bar{i}_{g1} = \bar{i} \cdot \frac{jx_2}{jx_1 + jx_2} = 0{,}36\ \underline{/-42{,}76^\circ}\ \text{p.u.} \qquad \bar{i}_{g2} = \bar{i} \cdot \frac{jx_1}{jx_1 + jx_2} = 0{,}54\ \underline{/-42{,}76^\circ}\ \text{p.u.}$$

c) Potencias consumidas por la carga:

$$p_c = \bar{i}^2 \cdot r_c = 0{,}906^2 \cdot 0{,}8 = 0{,}6567\ \text{p.u.}$$
$$q_c = \bar{i}^2 \cdot x_c = 0{,}906^2 \cdot 0{,}6 = 0{,}4925\ \text{p.u.}$$

Pérdida de potencia en la línea:

$$\Delta p_l = \bar{i}^2 \cdot r_l = 0{,}906^2 \cdot 0{,}01 = 0{,}0082\ \text{p.u.}$$
$$\Delta q_l = \bar{i}^2 \cdot x_l = 0{,}906^2 \cdot 0{,}049 = 0{,}0402\ \text{p.u.}$$

Potencias en el generador:

$$p_g = p_c + \Delta p_l = 0{,}6649\ \text{p.u.}$$
$$q_g = q_c + \Delta q_l + \Delta q_g = 0{,}6148\ \text{p.u.}$$

Siendo Δq_g la pérdida de potencia reactiva en el generador, calculada por:

$$\Delta q_g = \bar{i}^2 \cdot x_g = 0{,}906^2 \cdot 0{,}1 = 0{,}0821\ \text{p.u.}$$

d) Tensión en la carga:

$$\bar{u}_c = \bar{u} - \left(\bar{i} \cdot \left(\bar{z}_l + x_g\right)\right) = 1\ \underline{/0^\circ} - \left(0{,}906\ \underline{/-42{,}76^\circ}\right) \cdot \left(0{,}01 + 0{,}049j + 0{,}1j\right) = 0{,}906\ \underline{/-5{,}89^\circ}\ \text{p.u.}$$

Tensión en el nudo de generación:

$$\bar{u}_g = \bar{u} - \bar{i} \cdot x_g = 0{,}941\ \underline{/-4{,}06^\circ}\ \text{p.u.}$$

PROBLEMA 3

Dos cargas están conectadas en paralelo y demandan las siguientes potencias activas y reactivas:

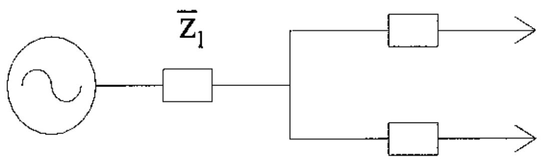
$P_1 = 2$ MW $\qquad P_2 = 1{,}5$ MW

$Q_1 = 1{,}2$ MVAr $\qquad Q_2 = 0{,}8$ MVAr

Estas cargas están unidas a la subestación mediante una línea de impedancia en magnitudes unitarias $\overline{Z}_1 = 0{,}05\ \underline{/75^\circ}$. Calcular la tensión en la subestación si la corriente por la línea es de 1 p.u. Tómese como valores base: $U_b = 15kV$ y $S_b = 4MVA$.

Solución

El esquema de la conexión se indica en la figura:



Referimos los datos a los valores de base: U_b: 15kV S_b: 4MVA

$$p_1 = \frac{P_1}{S_b} = \frac{2}{4} = 0{,}5\text{p.u.} \qquad p_2 = \frac{P_2}{S_b} = \frac{1{,}5}{4} = 0{,}375\text{p.u.}$$

$$q_1 = \frac{Q_1}{S_b} = \frac{1{,}2}{4} = 0{,}3\text{p.u.} \qquad q_2 = \frac{Q_2}{S_b} = \frac{0{,}8}{4} = 0{,}2\text{p.u.}$$

Ahora, calculamos la potencia total que consumen los receptores, por unidad:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{s}_1 = 0{,}5 + 0{,}3j \\ \\ \bar{s}_2 = 0{,}375 + 0{,}2j \end{array}\right\} \quad \bar{s} = \bar{s}_1 + \bar{s}_2 = 0{,}875 + 0{,}5j = 1{,}008\ \underline{/29{,}74^\circ}$$

Con estos datos podemos hallar la pérdida de potencia en la línea:

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta p_1 = r_1 \cdot i^2 = 1^2 \cdot 0{,}05 \cdot \cos 75^\circ = 0{,}0129\text{p.u.} \\ \\ \Delta q_1 = x_1 \cdot i^2 = 1^2 \cdot 0{,}05 \cdot \text{sen} 75^\circ = 0{,}0483\text{p.u.} \end{array}\right.$$

Las potencias del generador son la suma de las potencias que llegan a la carga y las pérdidas en la línea:

$$\left\{\begin{array}{l} p_g = p_c + \Delta p_1 = 0{,}875 + 0{,}0129 = 0{,}8879\text{p.u.} \\ \\ q_g = q_c + \Delta q_1 = 0{,}5 + 0{,}0483 = 0{,}548\text{p.u.} \end{array}\right.$$

Y la potencia aparente total suministrada por el generador:

$$s_g = \sqrt{{p_g}^2 + {q_g}^2} = \sqrt{0{,}8879^2 + 0{,}548^2} = 1{,}044 \text{ p.u.}$$

A partir de esta expresión podemos calcular el valor de la tensión del generador:

$$u_g = \frac{s_g}{i} = \frac{1.044}{1} = 1.044 \text{ p.u.}$$

Y multiplicando por el valor de la tensión base obtendremos el valor real de la tensión en el generador:

$$U_g = u_g \cdot U_b = 1{,}044 \cdot 15.10^3 = 15{,}66 \text{ kV}$$

PROBLEMA 4

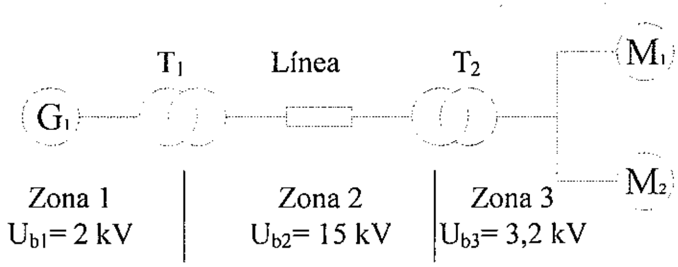
Un generador trifásico de 300 kVA y 2 kV tiene una reactancia del 10%. El generador alimenta dos motores síncronos a través de una línea de transmisión de 6,4 km con una impedancia serie de 0,5 Ω/km, con transformadores en los dos extremos. Los motores tienen una tensión nominal de 3,2 kV y sus potencias son 200 kVA y 100 kVA. En ambos motores la reactancia es de X = 20 %. El transformador trifásico T1 tiene una potencia nominal de 350 kVA, una relación de transformación de 15/2 kV y una reactancia de dispersión del 10 %. El transformador T2 consiste en un banco de transformadores monofásicos, cada uno de ellos con potencias nominales de 100 kVA, y relación de transformación 8,66/1,85 kV, con una reactancia de dispersión del 10 %. Se pide:

a) Obtener el diagrama unifilar en magnitudes unitarias.

b) Si los motores demandan unas potencias de 120 kW y 60 kW a 3,2 kV, ambos operan con factor de potencia de 0,9, y tienen un rendimiento η = 0,9, calcular la tensión en bornes del generador.

Solución

El esquema se indica en la figura:



$$S_b = 300 \text{ kVA}$$

$$G \begin{cases} 300 \text{ kVA} \\ 2 \text{ kV} \\ x_g = 0{,}1 \text{ p.u.} \end{cases} \quad T_1 \begin{cases} 350 \text{ kVA} \\ 15/2 \text{ kV} \\ x_{t1} = 0{,}1 \text{ p.u.} \end{cases} \quad T_2 \begin{cases} 3\text{x}100 \text{ kVA} \\ 8{,}66/1{,}85 \text{ kV} \\ x_{t2} = 0{,}1 \text{ p.u.} \end{cases}$$

$$M1 \begin{cases} 200 \text{ kVA} \\ 3{,}2 \text{ kV} \\ x_{m1} = 0{,}2 \text{ p.u.} \end{cases} \quad M2 \begin{cases} 100 \text{ kVA} \\ 3{,}2 \text{ kV} \\ x_{m2} = 0{,}2 \text{ p.u.} \end{cases} \quad \text{Línea} \begin{cases} Z_L = 0{,}5 \ \Omega/\text{km} \\ \text{long.:} = 6{,}4 \text{ km} \end{cases}$$

a) Las impedancias en magnitudes unitarias de los elementos de la red para las magnitudes base elegidas son:

$$x_g = 0{,}1 \text{ p.u.}$$

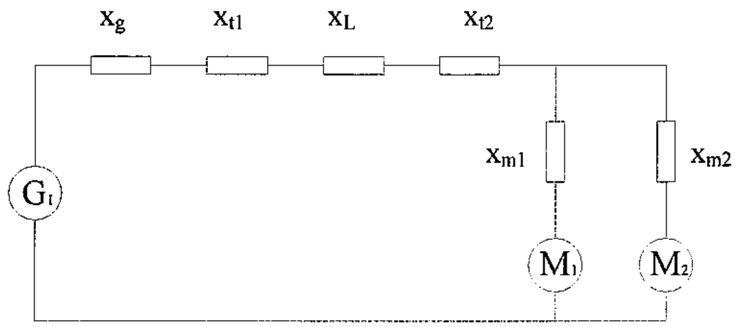
$$x_{t1} = 0{,}1 \cdot \frac{300}{350} = 0{,}0857 \text{ p.u.} \qquad x_{t2} = 0{,}1 \text{ p.u.}$$

$$x_{m1} = 0{,}2 \cdot \frac{300}{200} = 0{,}3 \text{ p.u.} \qquad x_{m2} = 0{,}2 \cdot \frac{300}{100} = 0{,}6 \text{ p.u.}$$

para la línea, como la impedancia base de la zona 2 es: $Z_{b2} = \dfrac{U_{b2}^2}{S_b} = 750 \ \Omega$

nos queda: $x_L = \dfrac{0.5 \cdot 6.4}{750} = 0{,}00426 \text{ p.u.}$

Siendo el diagrama unifilar en magnitudes unitarias el siguiente:



b) Tensión en el generador. En primer lugar calculamos las potencias activa y reactiva (en valores por unidad) consumidas por los motores (ambos trabajan con un cosφ de 0,9):

$$p_1 = \frac{P_1}{S_b} = \frac{120}{300} = 0{,}4 \text{ p.u.} \qquad p_2 = \frac{P_2}{S_b} = \frac{60}{300} = 0.2 \text{ p.u.}$$

$$p_m = p_1 + p_2 = 0{,}6 \text{ p.u.}$$

$$q_m = p_1 \cdot tg\varphi + p_2 \cdot tg\varphi = 0{,}2906 \text{ p.u.}$$

y las potencias aparentes:

$$s_1 = \frac{p_1}{\cos\varphi} = 0{,}44 \text{ p.u.} \qquad s_2 = \frac{p_2}{\cos\varphi} = 0{,}22 \text{ p.u.}$$

Como los motores tienen el mismo cosφ: $s_m = s_1 + s_2 = 0{,}66$ p.u.

Luego la corriente es: $i = \dfrac{s_m}{u_m} = \dfrac{0{,}66}{1} = 0{,}66$ p.u.

Las potencias en el generador son:

$$p_g = p_m = 0{,}6 \text{ p.u.} \qquad q_g = q_m + \left(i^2 \cdot \left(x_L + x_{t1} + x_{t2}\right)\right) = 0{,}37 \text{ p.u.}$$

por tanto la potencia aparente es: $s_g = \sqrt{p_g^2 + q_g^2} = 0{,}71$ p.u.

y la tensión: $u_g = \dfrac{s_g}{i} = 1{,}071$ p.u. $\Rightarrow U_g = u_g \cdot U_{b1} = 2{,}14\,\text{kV}$

Tema 4

Cálculo de cortocircuitos asimétricos o desequilibrados

Atendiendo al número de fases afectadas tenemos:

- Cortocircuito monofásico;
- Cortocircuito entre dos fases o bifásico;
- Cortocircuito entre dos fases y la tierra que es bifásico a tierra;

1. Introducción a los transitorios.

En el funcionamiento normal tenemos el régimen permanente, tenemos otro régimen el transitorio que duran poco en el tiempo pero pueden llevar al sistema a estados de emergencia, fenómeno que ocurre en el sistema por problemas externo.

Atendiendo al tiempo de duración de estos fenómenos los podemos clasificar en tres grandes grupos.

a) Transitorios ultrarrápidos: duran muy poco por debajo de segundos, debido a dos fenómenos, maniobras de conexión o desconexión en alta tensión, elementos de la red de transporte, o bien, las descargas atmosféricas. Fenómenos de muy alta frecuencia, que se propaga a la velocidad próxima a la de la luz, rebote en los extremos y se amortiguan rápidamente. que se obtiene con alto valores.

Para el cálculo de estos fenómenos siempre debemos calcular en parámetros distribuidos, comparamos la longitud de la línea con la longitud de la onda que se produce.

b) Rápidos: son debidos a cambios no deseados en la estructura de la red, es decir cortocircuitos,

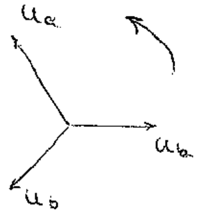
c) Lentos: son debidos a cambios más o menos bruscos de las cargas o de la generación.

2. Teoría de las componentes simétricas.

Tenemos una red desequilibrada, un circuito desequilibrado se puede calcular con un método tradicional, pero en el caso de una red ocurren acoplamientos entre las distintas fases, con lo que no podemos aplicar métodos tradicionales.

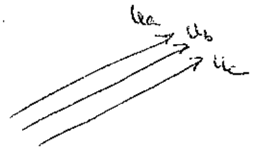
Cuando que aplicamos el método de las componentes simétricas que se basa en la descomposición de un sistema desequilibrado de vectores, en tres sistemas de vectores equilibrados e independientes.

Sistema equilibrado



mismo módulo y los ángulo que forman entre sí son iguales, 120°

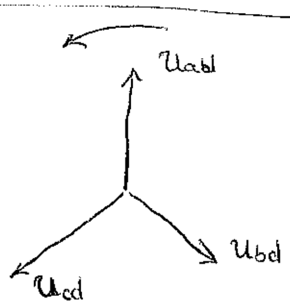
Sistema de vectores equilibrado



mismo módulo y ángulo igual 0°

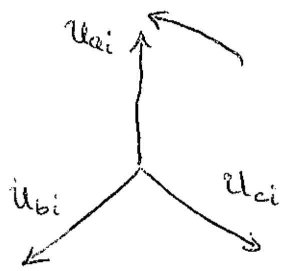
Cada uno de los los componentes equilibrados les denominados "componentes simétricos"

Sistema de secuencia directa, secuencia positiva



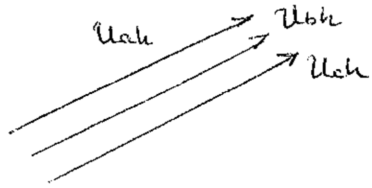
En el caso los tres fases añadimos un segundo subíndice "d" directa, en alguna bibliografía podemos encontrar 1 en vez de "d". La secuencia de sucesión de fases es (a, b, c)

Sistema de secuencia inversa o negativa



Utilizamos el subíndice "i" o "2"
sucesión de fases (a, c, b)

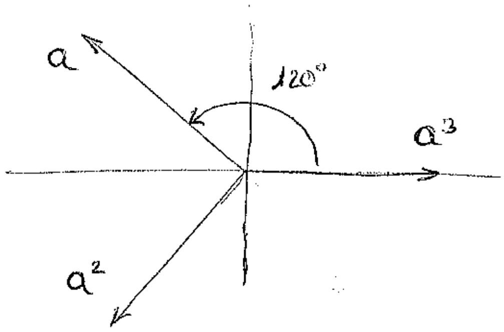
Sistema de secuencia homopolar o secuencia nula



Se utiliza el subíndice "h" y a veces "0"

Utilizaremos un operador vector a que tiene módulo la unidad y argumento 120°.

$$a = 1\angle 120° \qquad a^2 = 1\angle 240° \qquad a^3 = 1\angle 0°$$



La única función que realiza el vector a es adelantar 120°.

$$a + a^2 + a^3 = 0$$

Representación de tensiones en función de a las fases a y b

Sistema directo	Sistema inverso	Sistema homopolar
$U_{bd} = a^2 \cdot U_{ad}$	$U_{bi} = a \cdot U_{ai}$	$U_{bh} = U_{ch} = U_{ah}$
$U_{cd} = a \cdot U_{ad}$	$U_{ci} = a^2 \cdot U_{ai}$	

A la componente a de cada uno de los sistemas se la va a denominar como "componentes simétricas" (U_{ad}, U_{ai}, U_{ah}).

Teorema de Fortescue

Cualquier sistema trifásico de vectores desequilibrado, puede descomponerse, en la suma de tres sistemas equilibrados, uno de secuencia directa, otro de secuencia inversa y otro de secuencia homopolar.

$$\left.\begin{aligned} V_a &= V_{ah} + V_{ad} + V_{ai} \\ V_b &= V_{bh} + V_{bd} + V_{bi} \\ V_c &= V_{ch} + V_{cd} + V_{ci} \end{aligned}\right\}$$

Ponemos en función de sus componentes simétricas.

$$V_a = V_{ah} + V_{ad} + V_{ai}$$

$$V_b = V_{ah} + a^2 V_{ad} + a \cdot V_{ai}$$

$$V_c = V_{ah} + a V_{ad} + a^2 \cdot V_{ai}$$

Sumamos las tres ecuaciones.

$$V_a + V_b + V_c = 3 V_{ah} + V_{ad}(1 + \underset{0}{\cancel{a}} + a^2) + V_{ai}(1 + \underset{0}{\cancel{a}} + a^2)$$

$$\boxed{V_{ah} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c)}$$ componente homopolar.

Sumamos la primera más la segunda por a y la tercera por a^2

$$V_a + aV_b + a^2 V_c = V_{ah}(1 + \underset{0}{\cancel{a}} + a^2) + V_{ad}(\underbrace{1 + a^3 + a^3}_{3}) + V_{ai}(1 + \underset{0}{\cancel{a^2}} + a^4)$$

$$\boxed{V_{ad} = \frac{1}{3}(V_a + aV_b + a^2 V_c)}$$ componente directa.

Sumamos la primera ecuación, la segunda multiplicada por a^2 y la tercera multiplicada por a

$$V_a + a^2 V_b + a \cdot V_c = V_{ah}(1 + \underset{0}{\cancel{a}} + a^2) + V_{ad}(1 + \underset{0}{\cancel{a^2}} + a^4) + V_{ai}(\underbrace{1 + a^3 + a^3}_{3})$$

$$\boxed{V_{ai} = \frac{1}{3}(V_a + a^2 V_b + a V_c)}$$ componente inversa

Ponemos en forma matricial las expresiones anteriores

$$\begin{bmatrix} V_{ah} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}}_{[A]^{-1}} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

Y ponemos de forma inversa ponemos

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}}_{[A]} \cdot \begin{bmatrix} V_{ah} \\ V_{ad} \\ V_{ai} \end{bmatrix} \quad (1)$$

En la relación (1) podemos sacar las componentes reales y en la (2) las componentes simétricas.

Hablamos de las componentes simétricas V_h, V_d e V_i sin referencia a que es en relación con V_a.

2.1. Potencia de un sistema trifásico asimétrico.

Vamos a demostrar que la potencia compleja de un sistema trifásico desequilibrado es igual a la suma de las potencias complejas de los sistemas directo, inverso y homopolar independientes. (Sin relación entre los distintos secuencias)

$\bar{S} = U \cdot I^*$ (Si hablamos de un sistema monofásico)

$\bar{S} = 3 \cdot V \cdot I^*$ (sistema trifásico equilibrado, tensión de fase)

$\bar{S} = U_a \cdot I_a^* + U_b \cdot I_b^* + U_c \cdot I_c^*$ (sistema trifásico desequilibrado)

$$\left.\begin{aligned} U_a &= U_h + U_d + U_i \\ U_b &= U_h + a^2 U_d + a U_i \\ U_c &= U_h + a U_d + a^2 U_i \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} I_a = I_h + I_d + I_i \\ I_b = I_h + a^2 I_d + a\, I_i \\ I_c = I_h + a\, I_d + a^2 I_i \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} I_a^* = I_h^* + I_d^* + I_i^* \\ I_b^* = I_h^* + a\, I_d^* + a^2 I_i^* \\ I_c^* = I_h^* + a^2 I_d^* + a\, I_i^* \end{array}$$

$$(a^2)^* = a \qquad a^* = a^2$$

Sustituye en la término de la potencia.

$$S = (U_d + U_i + U_h)(I_d^* + I_i^* + I_h^*) + (a^2 U_d + a U_i + U_h)(a I_d^* + a^2 I_i^* + I_h^*)(a U_d + a^2 U_i + U_h)(a^2 I_d^* + a I_i^* + I_h^*)$$

$$= U_d(I_d^* + a^3 \cdot I_d^* + a^3 I_d) + U_d(I_i^* + \overset{0}{\cancel{a^4 I_i^*}} + a^2 I_i^*) + U_d(I_h^* + \overset{0}{\cancel{a^2 I_h^*}} + a I_h^*) + U_i(I_i^* + a^3 I_i^* + a^3 I_i) +$$

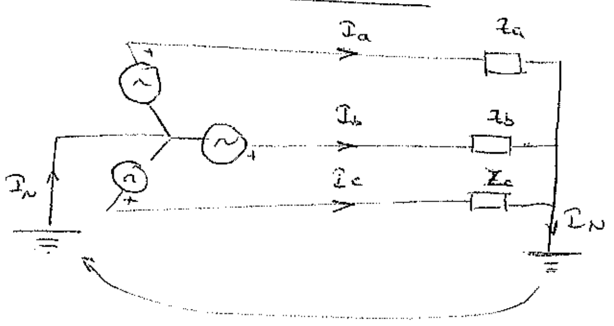
$$U_i(I_d^* + \overset{0}{\cancel{a^2 I_d^*}} + a^4 I_d^*) + U_i(I_h^* \overset{0}{\cancel{+ a I_h^*}} + a^2 I_h^*) + U_h(I_h^* + I_h^* + I_h^*) + U_h(I_d^* \overset{0}{\cancel{+ a I_d^*}} + a^2 I_d^*) +$$

$$U_h(I_i^* \overset{0}{\cancel{+ a^2 I_i^*}} + a\, I_i^*) =$$

$$\boxed{S = 3\, U_d \cdot I_d^* + 3 U_i\, I_i^* + 3 \cdot U_h \cdot I_h^*}$$

La directa + la inversa + la homopolar sin relación entre ellos.

2.2 Corriente de neutro



$Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

Sistema desequilibrado de corriente

A la corriente que sale por el neutro se le llama corriente del Neutro y regresa por la tierra.

Aplicamos Kirchoff

$$I_N = I_a + I_b + I_c$$

Como:

$$I_h = \frac{1}{3}\,(I_a + I_b + I_c)$$

Si relacionamos ambas expresiones

$$\boxed{I_h = \frac{1}{3}\, I_N}$$

La corriente homopolar es un tercio de la corriente de neutro

Si no tenemos neutro en un sistema desequilibrado $I_N = 0$ por lo tanto I_h es 0.

"Si tiene la particularidad de que su suma es 0 no tenemos un sistema de tres sino de uno porque el homopolar es 0."

Un sistema de tres vectores desequilibrado, dividido en tres equilibrados, y particularizando por su suma = 0 el sistema homopolar no existe.

$$I_N = I_a + I_b + I_c = 0$$

$$I_h = \frac{1}{3} \cancel{I_N}^{0} = 0$$

2.3 Impedancias de secuencia.

Se denominan impedancias de secuencia la impedancia que un equipo presenta al paso de corrientes de una determinada frecuencia.

Por lo tanto tendremos una impedancia de secuencia inversa, otra a la directa y otra a la homopolar.

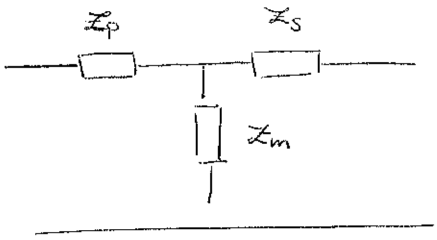
En función de las impedancias a las distintas secuencias tenemos cuatro tipos:

a) Cargas estáticas: receptores pasivos (resistencia, bobina, condensadores) conectados bien en estrella o triángulo. No presentan ninguna anomalía poseen la misma impedancia para las tres secuencias.

b) Líneas (y cables): El comportamiento a la secuencia homopolar es muy distinto, depende de las corrientes transversales que depende del terreno. La inversa y la directa son iguales. A efectos prácticos, como se no conoce la existencia del terreno, se desprecia y se consideran las tres impedancias iguales.

c) Máquinas giratorias: no es la misma el comportamiento a un sistema de secuencia directa que a la secuencia inversa. Tendremos impedancia distinta en un sistema homopolar no se produciría pte. producción movimiento.

d) Trafos:



Z_p = primario impedancia.

Z_s = impedancia de secundario referida al primario

Z_m = impedancia de magnetización

Parámetros longitudinales

$Z_p = R_{ccp} + X_{ccp}$; R_{ccp} resistencia debido a la espiras del cobre del primario

X_{ccp}: representa el flujo de pérdidas del devanado primario, flujo de dispersión.

$Z_s = R_{ccs} + X_{ccs}$

R_{ccs} = resistencia debida a las espiras del secundario

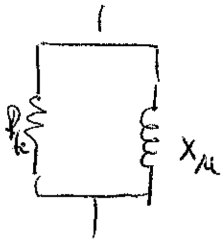
X_{ccs} = flujo de dispersión del secundario

Con el ensayo en cortocircuito se obtienen los parámetros longitudinales, la zona, se obtiene la resistencia de cortocircuito y la intensidad de corte.

Los parámetros longitudinales (R_{cc} y X_{cc}) se denominan parámetros de cortocircuito, que son R_{cc} la suma de las del primario y secundario y lo mismo para X_{cc}.

El ensayo en cortocircuito se cortocircuita el secundario y se aplica una tensión al primario hasta llegar a la intensidad nominal, un 1% – 3% de la tensión nominal.

Parámetros transversales



R_{fe} = Pérdidas de potencia activa que se pierden en el núcleo, por las corrientes de Foucault. una corriente que intenta oponerse al campo magnético que provoca calentamiento, también tiene en cuenta las corrientes de histéresis.

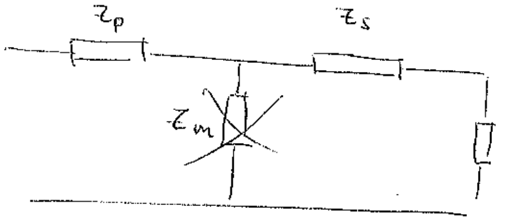
X_μ = Reactancia de magnetización, existe por la creación del campo magnético, en su comportamiento del transformador.

El ensayo en vacío consiste en alimentar el primario en tensión nominal y el secundario abierto, la corriente va por el primario y se cierra por la rama transversal.

Comportamiento si conectamos el transformador a un sistema de ~~tensiones~~ con secuencia directa, inversa y homopolar

Para secuencia directa e inversa el comportamiento es independiente para el transformador y la impedancia que va a presentar respecto a esas conexiones.

Despreciamos la impedancia transversal frente a la longitudinal porque es muy grande.



Con lo que tenemos

$$Z_{cc} = (Z_p + Z_s) = \underbrace{R_{cc}}_{R_{ccp},\, R_{ccs}} + \underbrace{jX_{cc}}_{X_{ccp},\, X_{ccs}}$$

Si tenemos un sistema conectado de forma indirecta o directa esto ve una reactancia Z_{cc}, o solo como una jX_{cc} si es muy despreciable R_{cc}.

Para la secuencia homopolar: Para ver el comportamiento de un transformador conectado a un sistema de tensiones de secuencia homopolar, tenemos que observar tres factores:

- Tipo de conexión de los devanados → y dentro de estos dos subgrupos: Si están en estrella o triángulo.

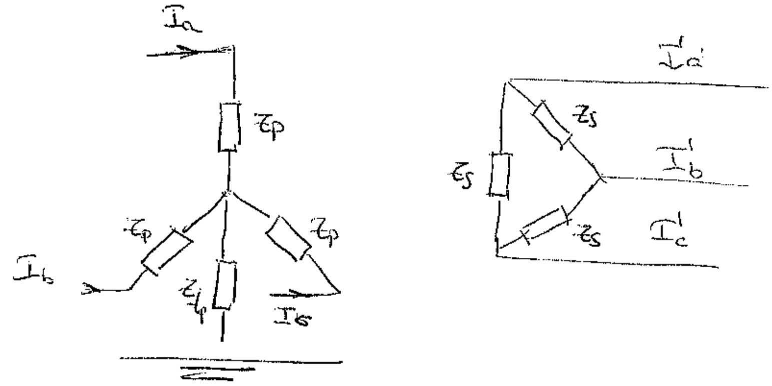
* Conectado en estrella ¿y si con neutro puesto a tierra?

  • Si tenemos puesta a tierra tenemos que ver del tipo de núcleo magnético

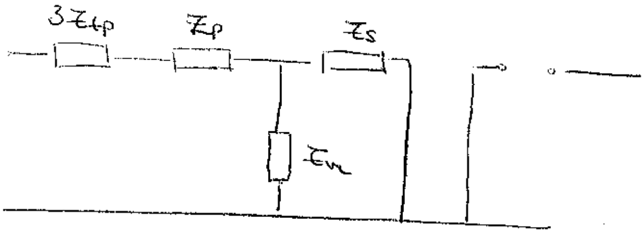
Para que exista secuencia homopolar alguno de los devanados tiene que estar a tierra.

Primer caso

1) Devanado en estrella a tierra y el otro en triángulo (⏚ △)

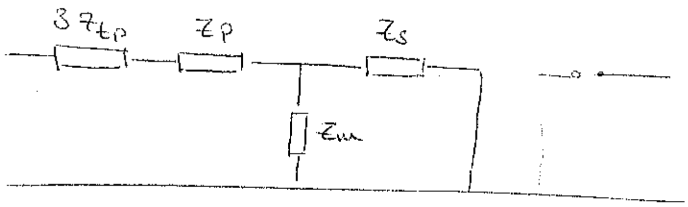


Aplicamos un sistema de tensiones homopolar.

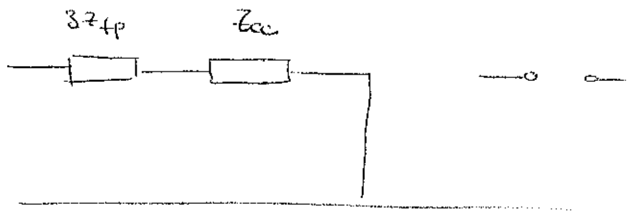


Para calcular la impedancia homopolar representa 3 veces la impedancia de tierra del primario

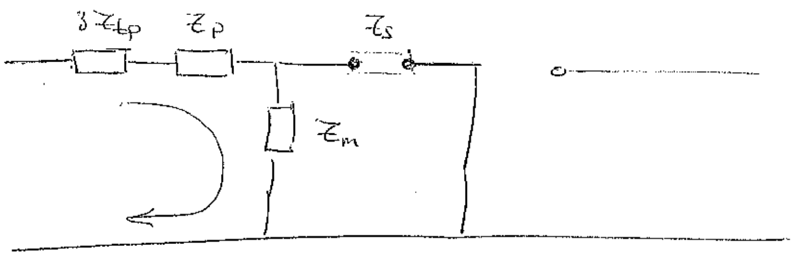
Simplificamos el circuito.



Despreciando Zm por ser muy grande



2) Devanado conectado en estrella con neutro y otro en estrella con neutro aislado.



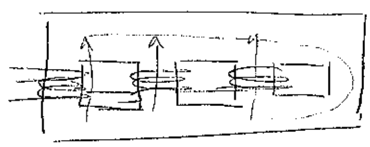
No puede tener en el secundario una corriente homopolar con lo que la Z_s se convierte en infinita, porque la suma del lado de estrella tiene que ser 0 y no puede pasar corriente homopolar.

En este caso Z_s es mucho mayor que Z_m con lo que analizamos el circuito y es en este caso cuando el núcleo magnético juega un papel, dependiendo de la naturaleza del núcleo magnético y nos encontramos dos grandes familias de transformadores; atendiendo a secuencia homopolar:

1º) a) Transformadores con 3 núcleos magnéticos independientes y b) trifásicos de 4 ó 5 columnas.

a) no tenemos problemas porque circula la corriente homopolar y la circulación de un campo magnético homopolar.

b) Cuando tenemos una cuarta o quinta columna están diseñadas para que retorne el campo magnético homopolar.



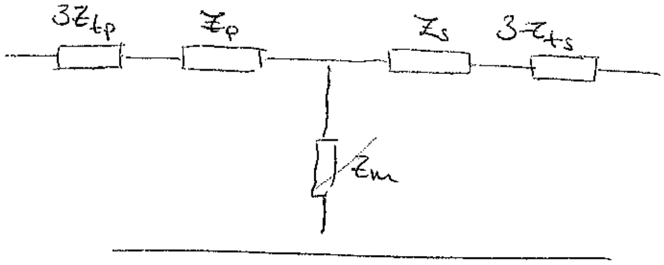
No tenemos en ambos casos a y b para los retornos de los campos homopolares.

2º) familia transformador de 3 columnas: obligamos que el campo magnético se cierre por el material que permite por el hierro de la cuba, es decir por todos los elementos metálicos que producen pérdidas.

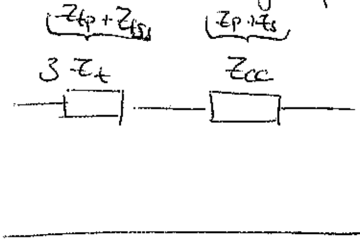
En la práctica si estamos en el caso de la primera familia el valor de Z_m es muy elevado, por lo tanto la impedancia homopolar es infinita por lo tanto no hay corriente o tensión homopolar en el primario.

Para el segundo tipo de familias, en este caso Z_m es bastante más pequeña, con lo cual en este caso puede haber un poco de corriente homopolar por el primario. "Si en el problema no indican nada despreciamos Z_m al no indicarnos nada del modelo del transformador."

3) Tercera conexión las dos estrellas a tierra. puede circular corriente o tensión homopolar tanto como por el primario como por el secundario.



Como Z_m es muy superior a las longitudinales, simplificando nos queda



3. Aplicación de las herramientas simétricas de sistemas desequilibrados.

3.1. Fuentes de tensión desequilibradas y cargas equilibradas.

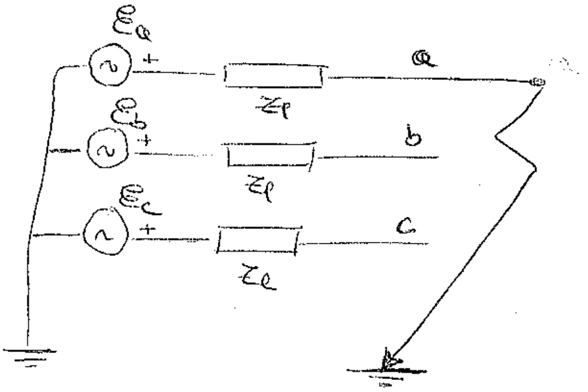
Tenemos un sistema equilibrado en cargas, alimentado por un sistema desequilibrado de tensiones, que nos va a dar lugar a un sistema desequilibrado de corrientes. Por el teorema de Fortescue podemos descomponer estos sistemas tanto de tensiones como de corriente en tres sistemas equilibrados, uno de secuencia directa, otro inversa y otro homopolar, independientes entre sí, de modo que cada secuencia se análisis independientemente y podemos calcular por fuente la corriente inversa, directa y homopolar. Y la corrientes totales la calculamos como la suma de las corrientes independientes afectadas por el operador a.

3.2. Sistema trifásico con cargas desequilibradas y fuentes equilibradas.

Sistema desequilibrado en cargas que alimentamos por un sistema equilibrado de fuentes de secuencia directa, con lo cual la generación equilibrada al estar la carga desequilibrada produce un sistema desequilibrado que por el teorema de Fortescue podemos descomponer en tres sistemas equilibrados, uno de secuencia directa, otro inversa y un tercero homopolar, con lo cual tenemos una tensión de secuencia directa que da lugar a corriente de secuencia directa, inversa y homopolar, con lo cual se pierde la independencia que teníamos en el caso anterior. No podemos estudiar las secuencias de forma separada sino que se tienen que relacionar.

4. Estudio de cortocircuitos asimétricos

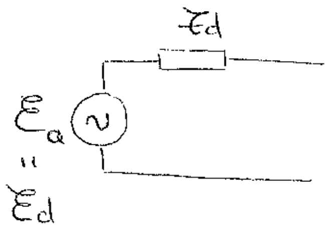
Particularización del método general mencionado en el punto 3.2.



4.1 cortocircuito monofásico, llamado fase tierra o también 1PT. (1 polo a tierra).

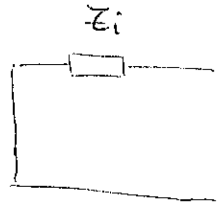
Suponemos que la fase a se conecta a tierra, cuando sucede el defecto suponemos que ya no hay carga porque el efecto que va a producir el fallo es mucho mayor, con lo cual podemos la carga.

• Consideramos la redes de secuencia.

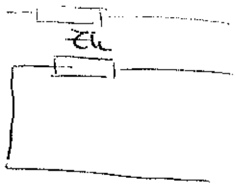


SD

Solamente tenemos fuente de generación en la red de secuencia directa.



SI



SH

Están cortocircuitados no hay fuente ni defecto ni homopolar.

Si no hay máquinas eléctricas suponemos $Z_d = Z_i$

• Ecuaciones del defecto, específica para cada corto según su naturaleza, las cuales nos darán información acerca de cómo conectar las tres redes de secuencia.

Ecuaciones de defecto para cortocircuito monofásico a tierra

(3) $U_a = 0$

(1) $I_b = 0$

(2) $I_c = 0$

Pasamos la ecuaciones de defecto a las simétricas.

(1) = $I_h + a^2 I_d + a I_i$

(2) $I_h + a I_d + a^2 I_i$

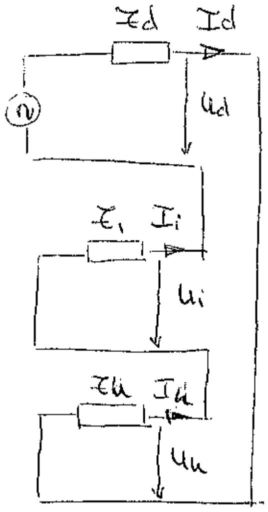
$$(2)-(1) = \underbrace{(a-a^2)}_{\to -1} I_d + \underbrace{(a^2-a)}_{\to 1} I_i = 0 \Rightarrow I_d = I_i$$

Sustituyendo en la ecuación (1)

$$I_h + I_d \underbrace{(a^2+a)}_{\to -1} = 0$$

$$I_d = I_i = I_h$$

Los tres corrientes son iguales con lo que las redes se conectaran en serie.

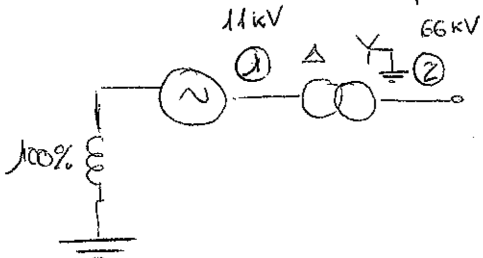


(3) = $U_d + U_i + U_h = 0$

Para estudiar un cortocircuito monofásicos lo que hacemos es conectar las redes de secuencia en serie.

Problema

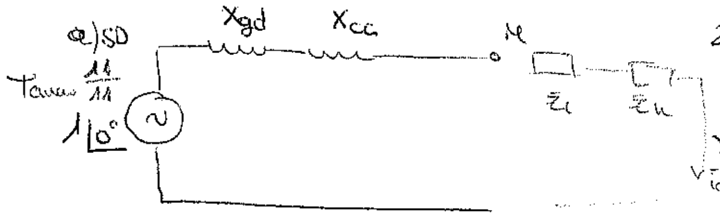
→ Dada la siguiente red, calcular la corriente que pasa por la línea en el caso de un corto en el punto M. Tomamos como potencia base 37,5 MVA.



Generador	Trafo
11 kV	11/66 kV
37,5 MVA	25 MVA
Xd = 20%	ε_{cc} = 10%
Xi = 15%	
Xh = 5%	

Dibujamos las tres redes de secuencia desde donde aparece el defecto

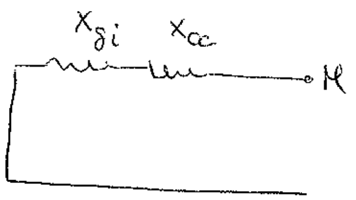
a) SD



20% de 37,5 porque es la que hemos tomado de Base.

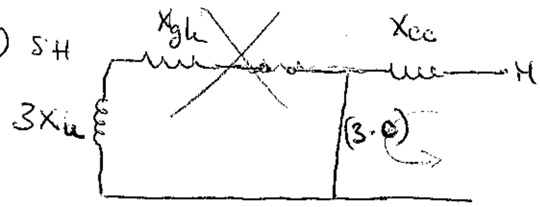
X_{cc} = 0,1 referida a 37,5 MVA

b) SI



$X_{cc\,i} = X_{cc\,d}$

c) SH



$i = \frac{1}{\Sigma Z}$

$U_{b_1} = 11\ kV$

$U_{b_2} = 66\ kV$

Secuencia directa

$X_{gd} = 0{,}2j$ ✓

actualmente por ser unitarios.

$X_{cc} = 0{,}1 \cdot \dfrac{37{,}5}{25} = 0{,}15j$ ✓

Secuencia inversa

$X_{gi} = 0{,}15j$ ✓

$X_{cc} = 0{,}1 \cdot \dfrac{37{,}5}{25} = 0{,}15j$ ✓

Secuencia homopolar.

$X_{gh} = 0{,}05j$ ✓

$3X_n$ = impedancia homopolar = 3 veces impedancia del neutro

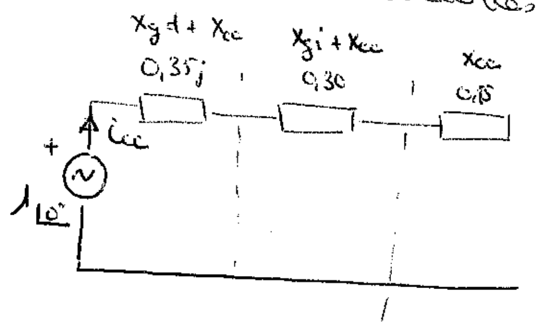
X_n: puesta a tierra del generador = 100% por tanto 1 ✓

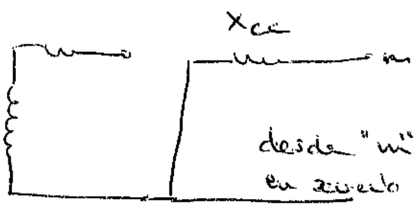
trafo

El primario se comporta como un circuito abierto y el secundario estrella puesta a tierra rígida con lo que vale 0 la impedancia de puesta a tierra.

Es válido para cualquier cortocircuito, hemos de referir a las tres secuencias.

Cortocircuito fase tierra, conectamos las tres secuencias en serie





desde "m" solo vemos X_{cc} en secuencia homopolar.

$$i_{cc} = \frac{1}{\Sigma Z} = \frac{1}{(0{,}35+0{,}30+0{,}15)} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$$

$$i_d = i_i = i_h = i_{cc} = 1{,}25$$

$$I_{d(2)} = i_d \cdot I_{b,2} = 1{,}25 \cdot 328{,}04 = 410{,}05\ A$$

Zona 2

$$I_{b,2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\, U_{b_2}} = \frac{37{,}5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 66 \cdot 10^3} = 328{,}04\ A$$

Porque $I_d = I_i = I_h$

$$I_a = I_d + I_i + I_h = 3 I_d$$

$$I_{a\,(2)\text{ zona 2}} = 3 I_d = 3 \cdot 410{,}05 = 1230{,}15\ A$$

Calculo I_a en la zona 1, a partir de I_d en la zona 1

$$I_{d(1)} = i_d \cdot I_{b,1} = 1{,}25 \cdot 1968{,}24 = 2460{,}3\ A$$

$$I_{b,1} = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_{b,1}} = \frac{37{,}5 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 11 \cdot 10^3} = 1968{,}24\ A$$

$$I_{a(1)} = 3 \cdot I_{d(1)} = 7{,}38\ kA$$

→ "La corriente en la fase b y c serán 0 porque sólo aparece corto en la fase a"

4.2 Cortocircuito entre fases (2p)

Vamos a suponer que el cortocircuito aparece entre las fases b y C

a $\xrightarrow{I_a}$
b $\xrightarrow{I_b}$
c $\xrightarrow{I_c}$

Tenemos que plantear las tres ecuaciones de defecto, que nos den información de cómo conectar las redes de secuencia.

① Ecuaciones de defecto.

(1) $I_a = 0$

(2) $I_b = - I_c$

(3) $U_b = U_c$

② Ecuaciones de defecto en función de sus componentes simétricas.

(1) $I_d + I_i + I_h = 0$

(2) $I_b = a^2 I_d + a I_i + I_h$

(3) $I_c = a I_d + a^2 I_i + I_h$

$$\left.\right\} \quad I_b + I_c = I_d \underbrace{(a^2 + a)}_{-1} + I_i \underbrace{(a^2 + a)}_{-1} + 2 I_h = 0 \ (2)$$

$$I_d + I_i = 2 I_h$$

$I_d + I_i = -I_h$ (1)

$I_d + I_i = 2 I_h \rightarrow I_h = 0$

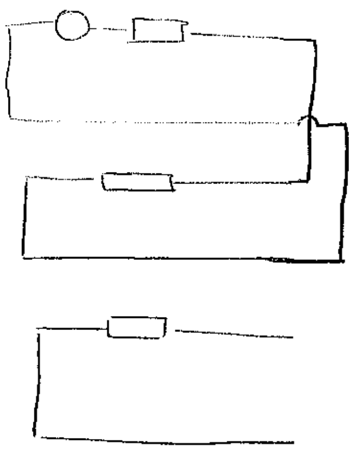
No hay corriente homopolar porque no hay cortocircuito a tierra.

Por lo tanto conectamos la secuencia directa y inversa los conectores de fase abierta, para que sea opuesta

S.D.

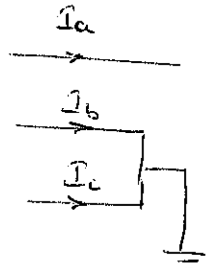
S.I.

S.H.



4.3. Cortocircuito entre dos fases y tierra (2pt)

Establecemos las tres ecuaciones de defecto para este caso, añadiendo la Paso a tierra



① Ecuaciones de defecto

(1) $= I_a$

(2) $= I_b$

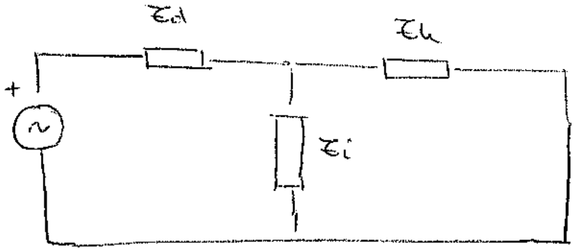
(3) $= I_a$

② Ecuaciones de defecto en función de las componentes simétricas.

a partir de (2) y (3) hacemos y aplicamos (1)

Las tres redes de secuencia lo que conectadas en paralelo.

Resultado.



← $U_d = U_i = U_h$

5. Hipótesis simplificativas para el cálculo de cortocircuitos.

Siempre que aparece un cálculo de un cortocircuito aplicamos tres hipótesis para simplificar los cálculos.

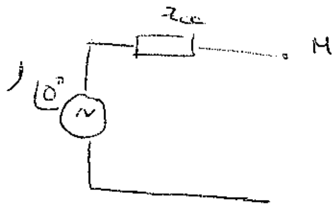
1- Normalmente se desprecian las impedancias del defecto, esta impedancia es mucho más pequeña que la que aparecen en los transformadores y generadores

2- Cuando aparece el cortocircuito despreciamos las corrientes que circulan como consecuencia de las cargas, ~~el resto~~

3. Los modelos de las líneas, que vamos a emplear, tendrán únicamente los parámetros longitudinales. despreciamos los transversales y normalmente también despreciamos la resistencia y nos quedamos con la reactancia, para cables y muy alta tensión.

6. Aparición de cortocircuito en redes con generadores síncronos.

Consideramos que tenemos un entorno, en el que aparece un cortocircuito y que tiene una potencia de cortocircuito infinita.



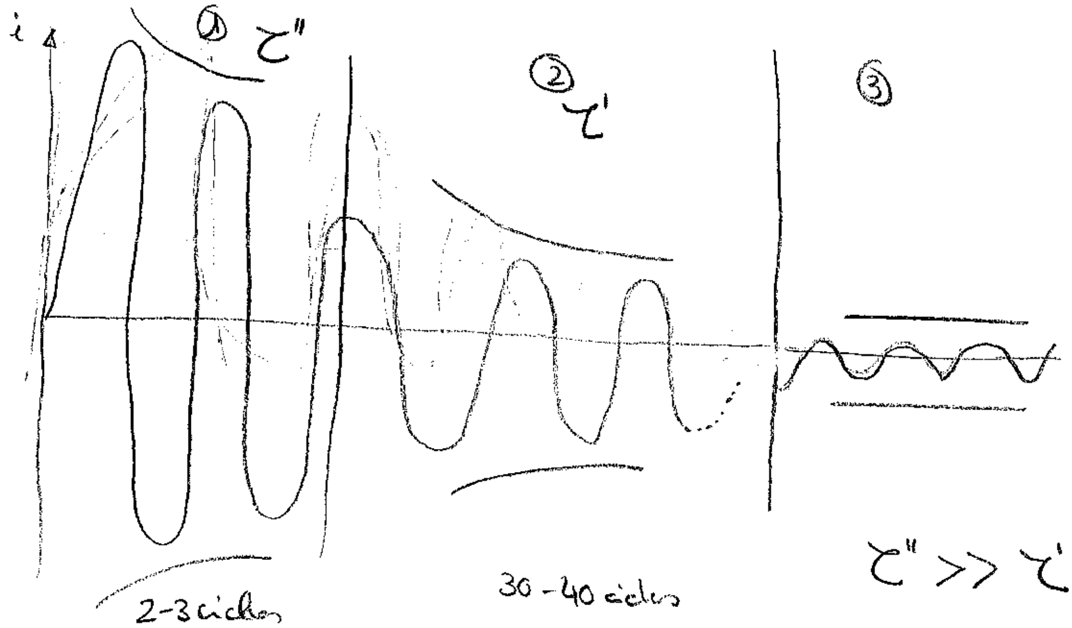
$\bar{Z}_{cc} = \frac{1}{\bar{S}_{cc}}$ $\bar{S}_{cc}$ = potencia de cortocircuito

Equivalente de Tevenin.

Esto quiere decir que el equivalente de tevenin se tendrá solo por un generador ideal de tensión sin impedancia.

Lo normal es tener un generador síncrono, con lo que vamos a estudiar el comportamiento de una máquina síncrona en sus terminales. Se produce en tres fases distintas y cada una de estas fases con una reactancia distinta.

Suponemos que colocamos un osciloscopio en una de las tres fases que hemos cortocircuitado.



1. intervalo ① (periodo subtransitorio). en el cual la corriente tiene una forma senoidal con una amortiguación exponencial. τ''.

2. intervalo ②. La corriente disminuye de forma exponencial pero menos brusca que la anterior y se denomina (periodo transitorio.) esto parece tener bastantes más ciclos en amortiguar y al final llegamos al intervalo 3

3. intervalo 3. periodo de régimen permanente de cortocircuito que tiene la onda senoidal típica a lo largo del tiempo siempre que no se abra el circuito.

Cada periodo de tiempo va asociado con una reactancia característica. x

x'' periodo subtransitorio

x' periodo transitorio

x reactancia de régimen permanente o reactancia síncrona.

representaremos con una fuente de tensión ideal que sería como una la fuente es ideal.

tendremos siempre

$$X_d = X$$

$$X_i \cong X''$$

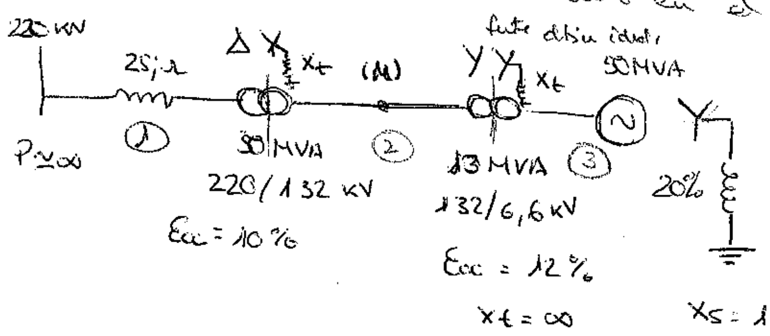
X_h depende del tipo de neutro.

Los mayores esfuerzos electrodinámicos aparecen en el periodo subtransitorio por los altos efectos de repulsión y atracción, a parte de estos efecto aparece el del calentamiento que en el periodo transitorio aparece por durar unos tiempos cuando existen riesgos de fundir los devanados como el propio cobre.

Si tenemos una máquina síncrona que no tiene arrollamientos amortiguador y que sus polos son laminados, no macizos, en este caso no existe proceso subtransitorio, iniciándose todo el proceso en el periodo transitorios.

Problema

→ Calcular la potencia de cortocircuito en el punto m, trabajamos con unidad unitaria con base tenemos 30 MVA, cortocircuito fase tierra en el punto m.



$X_s = 18\%$

$X''_d = 10\%$

$X_i = 10\%$

$X_h = 1\%$

Tenemos 3 zonas.

Si estamos en régimen permanente aparece X_s.
Si producimos el cortocircuito, tenemos subtransitorio X''_d es la del periodo subtransitorio, si no dicen nada aparece antes en el transitorio X'_d

$S_b = 50\ MV$

$U_{b_1} = 220\ kV$

$U_{b_2} = 132\ kV$

$U_{b_3} = 6{,}6\ kV$

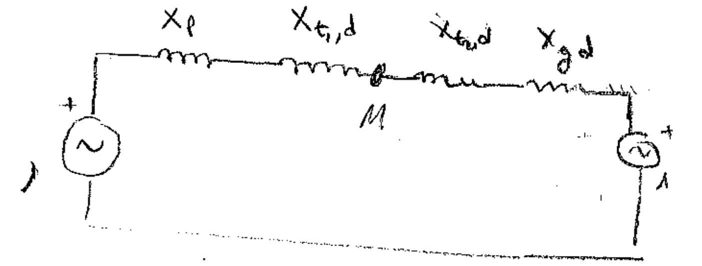
$Z_{b_1} = \dfrac{U_{b_1}^2}{S_b} = \dfrac{220^2}{50} = 968$ Solo tenemos impedancia en la zona 1, porque tenemos una reactancia

Calculemos la intensidad base en la zona donde aparece el corto

$I_{b_2} = \dfrac{S_b}{\sqrt{3}\ U_b} = \dfrac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 132 \cdot 10^3} = 218{,}7\ A$

Redes de secuencia

a) S.D



Potencia de tensión unitaria

Si hubiera fallo tendría que añadir la impedancia interna en el equivalente de thevenin* en magnitudes unitarias

$X_l = \dfrac{1}{Z_{b_1}} \cdot L = \dfrac{1}{968} \cdot 25j = 0{,}026$

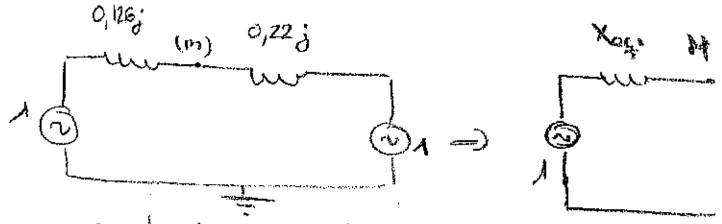
$X_{t_1,d} = 0{,}1$ coincide la potencia nominal del trafo con la base

$X_{t_2,d} = 0{,}12$

$X_{gd} = 0{,}1$ porque coincide con la potencia base de 50 MV.

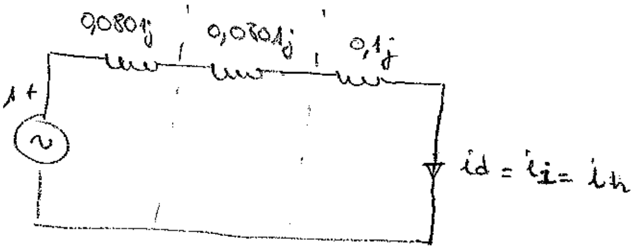
Simplificamos el circuito de secuencia directa

SD



tenemos dos fuentes de tensión en paralelo y dos reactancias en paralelo, simplificamos la fuente de tensión porque son idénticas, simplifico por una y agrupo las impedancias

$$X_{eq} = \frac{0{,}126j \cdot 0{,}22j}{(0{,}126j + 0{,}22j)} = 0{,}0801j$$



La reactancia equivalente de la inversa es la misma que la directa,

$$i_d = \frac{1\angle 0^\circ}{0{,}0801 + 0{,}0801 + 0{,}1} = 3{,}84 \quad \text{sin unidades}$$

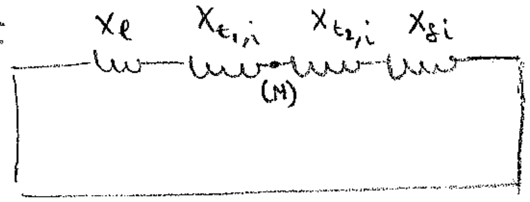
Corriente de cortocircuito en la fase a

$$i_{cc} = i_a = i_d + i_i + i_h = 3\,i_d = 3 \cdot 3{,}84 = 11{,}52$$

Corriente de corto en la fase a por la corriente unitaria por la intensidad base en la zona 2

$$I_{cc} = I_a = i_a \cdot I_{b_2} = 11{,}52 \cdot 218{,}7 = 2519{,}42\ \text{A}$$

b) S.I.

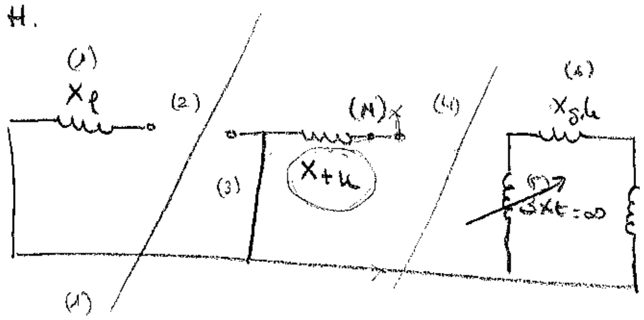


$X_l = 0,026$ $\qquad$ $X_{gi} = X_i = 0,1$

$X_{t_1i} = 0,1$

$X_{t_2,i} = 0,12$

c) S.H.



$3x_{t_g} = 3 \cdot \underbrace{20\%}_{0,2} = 0,6j$

$X_l = 0,026$

Llegan a un triángulo, (2) circuito abierto, según estrella con (3) neutro a tierra fija (4) Neutro sin tierra, (5) Neutro a tierra de la estrella, (6) impedancia homopolar del generador. (7) Nos vemos la impedancia de neutro a tierra del generador.

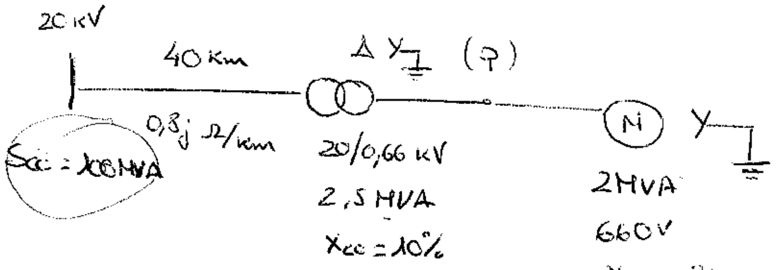
$X_{gh} = 0,01j = X_h$

Impedancia en el punto (M) sola por la reactancia homopolar de transformador, por lo que hay a la derecha y a la izquierda no pasa corriente y no queda existiendo la impedancia del transformador 1 $X_{t,h} = 0,1$

Defecto fase tierra, conectadas en serie, demostrar en el examen según los condiciones de defecto.

Problema

Calcular las corrientes de cortocircuito que aparecen en las líneas, tanto en el lado de baja como en el de alta, frente a un cortocircuito fase tierra en el punto P. Potencia base 2MVA.



2MVA
660V
$X_s = 30\%$ síncrona
$X' = 20\%$ transitoria
$X'' = 10\%$ subtransitoria → cogemos la de subtransitoria porque se consiguen las corrientes más desfavorables.
$X_i = 10\%$
$X_h = 5\%$

Potencia de cortocircuito finita, fuente con impedancia en serie

* Durante el corto el motor se comporta como un generador, porque se desequilibran las fases y alimenta el cortocircuito

$$S_b = 2MVA$$

$$U_{b_1} = 20\,kV$$

$$U_{b_2} = 0{,}66\,kV$$

$$Z_{b_1} = \frac{U_{b_1}^2}{S_b} = \frac{20^2}{2} = 200\,\Omega$$

$$I_{b_1} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\,U_{b_1}} = \frac{2\cdot 10^6}{\sqrt{3}\cdot 20\cdot 10^3} = 57{,}74\,A$$

$$I_{b_2} = \frac{S_b}{\sqrt{3}\cdot U_{b_2}} = \frac{2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}\cdot 0{,}66\cdot 10^3} = 1749{,}55\,A$$

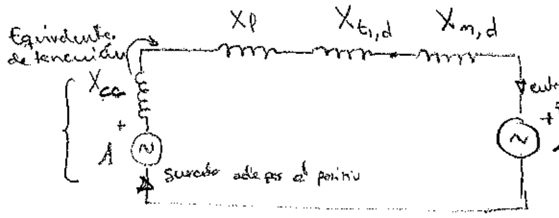
$$X_g = X'_d \cdot \frac{S_b}{S_n} = \frac{2}{100} = 0{,}02 \checkmark$$

Redes de secuencia

a) R.D.

$$X_{cc} = \frac{1}{S_{cc}} = \frac{1}{\left(\frac{100}{2}\right)_{\leftarrow \frac{S_{cc}}{S_b}}} = 0{,}02$$

$$Z_{cc} = X_{cc}j = 0{,}02j$$



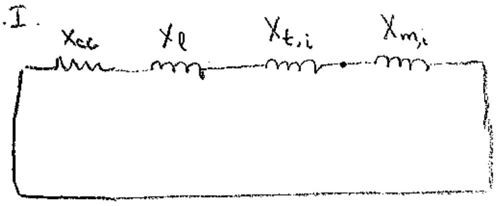
Motor representado por una fuente de tensión

$$X_l = \frac{1}{Z_{b_1}} z_1 \cdot L = \frac{1}{200} \cdot 0{,}8j\,\Omega/km \cdot 40\,km = 0{,}16j$$

$$X_{t_1,d} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{S_b}{S_n} = 0{,}1 \cdot \frac{2}{2{,}5} = 0{,}08j$$

$X_m = X'' = 0{,}1$ elegimos la subtransitoria, que es donde se producen las corrientes más desfavorables.

b) S.I.



Z = impedancia

X: reactancia

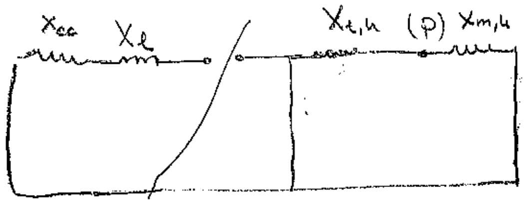
$X_l = 0{,}16$

$X_{t,i} = 0{,}08$

$X_{m,i} = 0{,}1$ Coinciden valores nominales valores base

$X_{cc} = 0{,}02$

c) S.H.

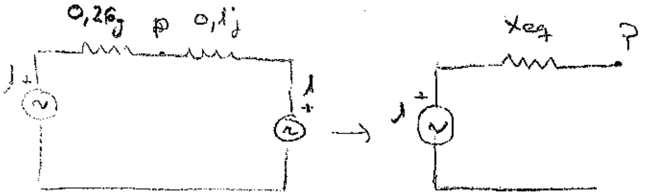


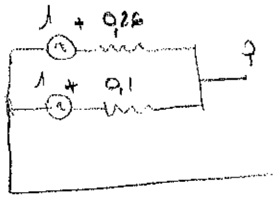
$X_{t,h} = 0{,}08$ la misma

$X_{m,h} = 0{,}05$

Si está conectado a tierra a través de una impedancia 3X

Simplifico el circuito de secuencia directa, dos reactancias en paralelo

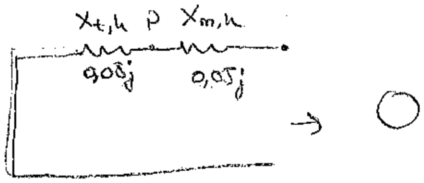


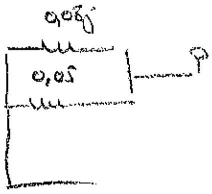


$$X_{eq,d} = \frac{0{,}26 \cdot 0{,}1}{(0{,}26+0{,}1)} = 0{,}0722\, j$$

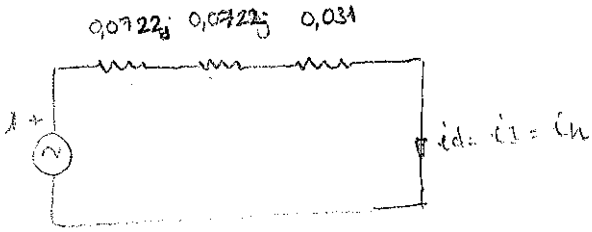
La inversa igual pero sin fuentes.

Simplifico el circuito homopolar dos reactancias en paralelo





$$X_{eq,h} = \frac{0{,}08 \cdot 0{,}05}{(0{,}08+0{,}05)} = 0{,}031$$



$$i_d = \frac{1_{\angle 0^\circ}}{0{,}0722+0{,}0722+0{,}031} = 5{,}70$$

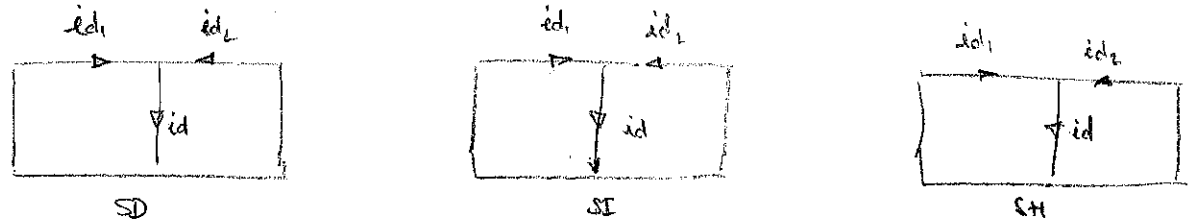
Corriente de cortocircuito en la fase a

$i_{cc} = i_a = i_d + i_i + i_h = 3 i_d = 17{,}10$ A

Corriente de corto en la zona 1 y 2

$$I_{cc} = I_a = i_a \cdot I_{b2} = 17,10 \cdot 1749,55 \text{ A} = 29912,31 \text{ A}$$

Divisor de intensidades.



SD

$$i_{d_1} = i_d \frac{X_{m,d}}{\underbrace{X_{m,d}}_{0,1} + \underbrace{X_{cc} + X_l + X_{t,d}}_{0,26}} = 5,70 \cdot \frac{0,1}{0,36} = 1,58$$

$$i_{d_2} = i_d \frac{X_{cc} + X_{cc} + X_{t,d}}{X_{m,d} + X_{cc} + X_l + X_{t,d}} = 5,70 \cdot \frac{0,26}{0,36} = 4,11$$

La secuencia directa = a la inversa

SH

$$i_{d_1} = i_d \frac{X_{m,h}}{X_{m,h} + X_{t,h}} = 5,70 \cdot \frac{0,05}{0,08+0,08} = 2,19$$

$$i_{d_2} = i_d \frac{X_{t}}{X_{m,h} + X_{t,h}} = 5,7 \cdot \frac{0,08}{0,08+0,05} = 3,51$$

$$i_{a_1} = i_{d_1} + i_{i_1} + i_{h_1} = 1,58 + 1,58 + 2,19 = 5,35$$

$$i_{a_2} = i_{d_2} + i_{i_2} + i_{h_2} = 4,11 + 4,11 + 3,51 = 11,72$$

$$I_{a_1} = i_{a_1} \cdot I_{b_1} = 5,35 \cdot 57,74 \text{ A} = 308,9 \text{ A}$$

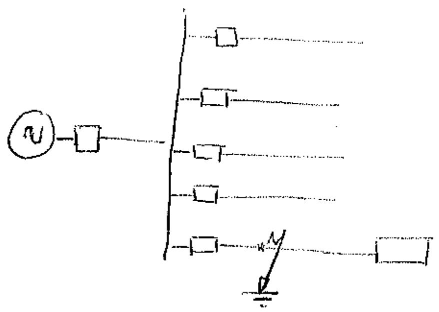
$$I_{a_2} = i_{a_2} \cdot I_{b_2} = 11,72 \cdot 1749,55 = 20,50 \text{ kA}$$

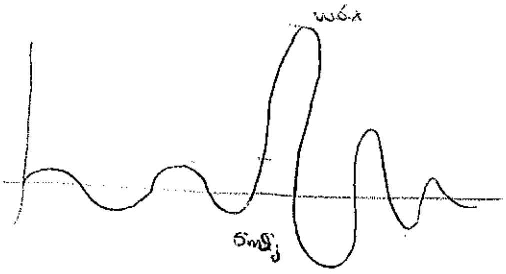
Comparamos en magnitudes unitarias con la que contribuye más el motor que la red.

7. Técnicas de limitación de corrientes de corto circuito.

a) Desexcitación de generadores: consiste en reducir la corriente continua que estamos introduciendo en el rotor, disminuir la corriente de excitación. Una vez detectada la anomalía se procede a esto.

b) Desconexión "rápida"





Una desconexión de los interruptores según se produce la anomalía y es detectada y antes de que alcance el valor máximo. No es posible esta protección no es posible en alta tensión, por la aparición de un arco eléctrico, sólo aplicable en baja tensión.

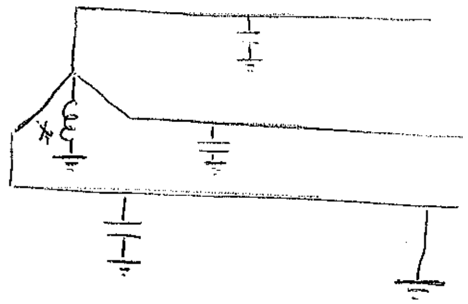
c) Tensiones elevadas: Elevamos las tensiones mucho para disminuir las pérdidas, en régimen permanente, pero también se utiliza en el corto circuito, con una potencia de cortocircuito elevada si tenemos la tensión alta también, tenemos intensidades de cortocircuito más elevadas.

d) Limitación del mallado: no tener un mayado excesivo que desde el punto de vista práctico es bueno, pero si aparece el corto la limitación sería de distintos puntos y debemos limitar este mayado.

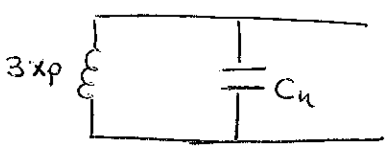
e) Bobinas limitadoras en serie: aumentando la impedancia conseguimos reducir la corriente de cortocircuito, se encuentra en desuso. Supone pérdidas de potencia reactiva y en régimen permanente aumenta las pérdidas

f) Puestas a tierra no rígidas: los transformadores, motores, generadores, tienen no conectados a tierra y sí se conectan, a través de una impedancia elevada.
Los neutros están conectados a una impedancia no rígida, tiene su empleo cuando aparecen defectos fase-tierra. El sistema es más estable cuando esta impedancia es muy baja con lo que tenemos que llegar a una media entre los dos.

g) Puesta a tierra resonante (empleo de una bobina de extinción resonante o Petersen):



Presenta una pequeña corriente debido a las capacidades parásitas y por el arco puede retornar por estas corrientes parásitas. que pasa en no tener el neutro a tierra.
Con la bobina petersen conectamos el neutro a tierra con una bobina.
Dibujamos la secuencia homopolar.



$$Z_h = \frac{(3X_p j)\left(-\frac{j}{\omega C_h}\right)}{3X_p j - \frac{j}{\omega C_h}}$$

Elegimos una bobina, de tal modo que la impedancia homopolar sea infinita, lo conseguimos haciendo que el denominador sea 0

$$Z_h = \infty \implies 3X_p j - \frac{j}{\omega C_h} = 0 \quad 3\omega L_p = \frac{1}{\omega C_h} \rightarrow L_p = \frac{1}{3\omega^2 C_h}$$

Si pongo una bobina de valor L_p conseguimos anular la corriente de falta entre fase y tierra. y al estar conectado a tierra conseguimos que esté da estabilidad a la red.
La inductancia es variable a lo largo del día con lo que esta se puede resolver. lo conseguimos con una bobina con núcleo magnético

extraíble, que según tengamos una porción de bobina dentro o no varía la inductancia. Otra técnica, y la más utilizada, conectamos tres o cuatro bobinas en paralelo que acoplaremos en función de las necesidades.

El inconveniente es que sólo vale para cortos monofásicos a tierra. Otro problema es que la frecuencia tiene que ser estable, porque si aparecen armónicos la impedancia cambia.

Tema 5

Introducción a la estabilidad de los sistemas eléctricos.

1. Definiciones

Estabilidad de un sistema eléctrico es la capacidad de alcanzar un nuevo punto de equilibrio hasta el punto de equilibrio estable original tras estar sometido a una perturbación.

Potencia eléctrica de generación = potencia eléctrica consumida y pueda estar indefinidamente.

Ante una perturbación (aumento en la generación, cortocircuito, post conexión, que ocasiona un ...

1) La perturbación no es muy grande y vuelve a su posición de equilibrio original.

2) La perturbación es más intensa y cambia la situación a otra distinta de la original de equilibrio.

3) La perturbación lleva al sistema a una situación inestable, y no se puede redejar con la red y el sistema se desconecta.

Tipos de estabilidad

a) Estabilidad de ángulo

- Estabilidad estática (en régimen permanente)
- Estabilidad transitoria
- Estabilidad dinámica

b) Estabilidad de tensiones.

a) Capacidad de los generadores síncronos para seguir funcionando en sincronismo tras una perturbación.

Estabilidad estática: predisposición de los generadores tras perturbaciones muy pequeñas y graduales producidas en el funcionamiento normal del sistema.

Estabilidad transitoria: mayores perturbaciones, en rapidez e intensidad no se tiene en cuenta los equipos de regulación de las máquinas síncronas, es decir, la potencia mecánica del generador y la excitación permanecen constantes

Estabilidad Dinámica: intervalo muy largo tras una perturbación importante, y actúan los reguladores del generador.

Regulador de admisión → potencia activa.

Regulador de excitación → actuación sobre la excitación (C.C)

Potencia reactiva.

b) Es menos relevante ya que se trata de tener los valores eficaces de las tensiones de los nodos del sistema dentro de unos límites aceptables tras la aparición de una perturbación.

Los trafos de distribución tienen regulación en carga.

Tema 6

Protecciones en los sistemas eléctricos.

1. Introducción

Las protecciones son frente a perturbaciones que se clasifican en 4 grupos:

a) Variación de i Δi

b) Variación de u Δu

c) desequilibrados

d) variación de la frecuencia Δf

a) Intensidades que circulan por el sistema, pueden ser inferiores a la nominal o superior a la nominal, subintensidad o sobreintensidad. Las sobre intensidades son debidas a sobrecargas o a cortocircuitos.

Sobrecargas:

- Sobre intensidades menores al 5-15% del valor nominal.
- Menos efectos electrodinámicos.
- Le producen una pérdida por la difícil localización
- Equipos sufre deterioro
- Riesgo de incendio.

Cortocircuito

- Intensidades mucho mayores al valor eficaz
- Daños grandes
- Rapidez detección de sobreintensidades.
- Los equipos han de estar diseñados para aguantar la elevada corriente.
- Efecto electrodinámicos muy importantes

b) Variaciones de tensión por encima o por debajo del valor nominal.

Sobretensiones (Perforación del aislamiento y cortocircuito)

Subtensiones Aumento de intensidad y pérdida del equipo.

c) En sistemas industriales, trifásicos, se producen raramente desequilibrios por causas diversas.

Sistema eq → Secuencia directa.

Sistemas desequilibrados → Secuencia directa
Secuencia inversa (inversión de giro)
Secuencia homopolar (calentamiento).

d) Variación de frecuencia, son muy raros (en instalaciones trabajando como isla)

Sobrefrecuencia >55 Hz

- Los generadores se aceleran
- Se tienen que quitar las cargas.

Subfrecuencia <45 Hz

- Los generadores se ralentizan
- Se tiene que aumentar el número de generadores.

2. Protecciones

Definiciones.

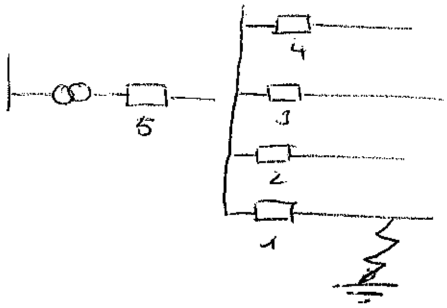
a) Protección: Conjunto de dispositivos destinados a primero detectar estados anómalos de funcionamiento y segundo a iniciar acciones correctivas para devolver el sistema a su estado normal lo antes posible.

b) Características:

Fiabilidad: hace referencia a la certidumbre de que va a actuar en caso necesario.

Sensibilidad: variación de la magnitud que se está protegiendo o a la menor variación de la magnitud controlada que es capaz de detectar.

Selectividad: (muy importante) la capacidad del sistema de protección para detectar una falla en la zona del sistema que se está protegiendo y eliminarla mediante la apertura del menor número posible de interruptores, ocasionando una perturbación mínima para el resto de la instalación.



Solamente debe de actuar el interruptor "1"

Rapidez de actuación:

- Se ha de detectar la anomalía
- Toma de decisión
- Actuación sobre el interruptor automático:
  - Protecciones extrarrápidas, de alta velocidad, cortan la sobreintensidad antes de que alcance el nivel máximo, ej. en BT.
  - Protecciones instantáneas: comienza su actuación tan pronto como detectan la anomalía.
  - Retardadas: se introduce voluntariamente un tiempo de retardo a su actuación.

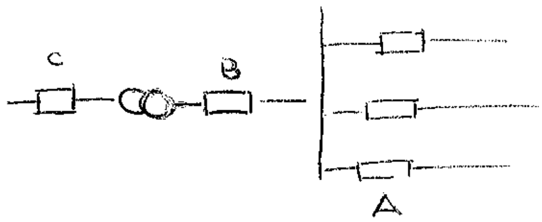
c) Zonas de protección:

Distintas zonas en las que se divide un sistema eléctrico en función del sistema de protección responsable de cada zona.

Están delimitadas por un lado por los equipos encargados de tomar las magnitudes eléctricas (transformadores de medida) y por otro lado el propio interruptor automático sobre el que actuará la protección.

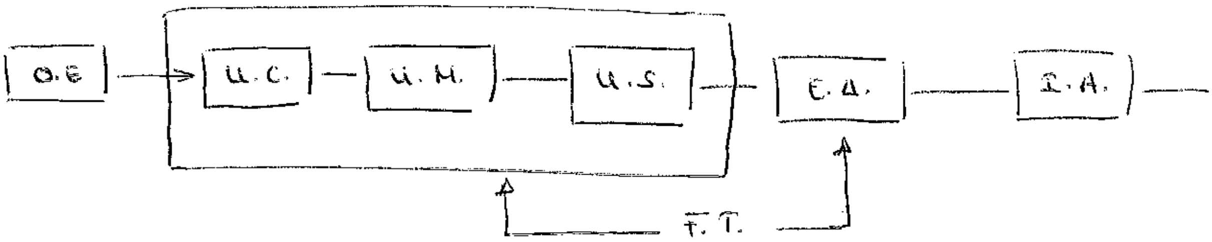
- Todos los elementos de un sistema eléctrico han de formar parte de al menos una zona de protección.
- Las zonas de protección se solapan.

d) Protecciones principales (A) y de respaldo (B y C) que actúan ante un fallo en la principal.



3. Relés de protección

Sistema de protección



O.E. Órgano de entradas: capta las magnitudes eléctricas (V e I) para introducirlas en el relé de protección. Trafos de (V e I)

U.C. Unidad convertidora: su misión es adaptar las magnitudes del trafo de medida a las necesidades del siguiente bloque

U.M. Unidad de medida: se toma la decisión de actuar o no.

U.S. unidad de salida: convierte una onda lógica en una magnitud eléctrica encargada de actuar sobre los contactos del interruptor automático.

E.A. Elementos auxiliares: no siempre existen, su actuación es múltiple: aumentan la señal de la U.S., señalizar que el interruptor a actuado

I.A. interruptor automático.

F.T. Fuente auxiliar de tensión: garantiza la alimentación.

4. Clasificación

a) Según la función de protección que realizan

- Amperímetros
- Voltímetros

} 1 magnitud

- Diferenciales } comparación de variables.
- Watímetros } Producto de dos magnitudes.
- Direccionales } diferencia, comparación de fases.
- De distancia
- De impedancia } Cociente entre 2 magnitudes.

b) Según la tecnología como están fabricados

- Convencionales
  - Electromecánicos
    - Electromagnéticos
    - Inducción
    - Electrodinámicos
    - Magnetoeléctricos
  - Térmicos
  - Mecánicos
- Electrónicos
- Numéricos (Por ordenador): un mismo equipo puede realizar distintas funciones de protección, sustituyendo a varias protecciones convencionales

c) Según el modo de reaccionar.

- Medida: actúan cuando la magnitud que están midiendo sobrepasa un determinado valor (amperimétrica, voltimétrica)
- Todo o nada: actúan cuando existe o no una determinada magnitud (cuando existe una diferencia entre los argumentos de dos magnitudes).

d) Por el tiempo de funcionamiento.

- Instantáneos: En cuanto se detecta la anomalía actúan
- Retardados o diferidos:
  - Retardo independiente, con el mismo retardo independiente de la magnitud.
  - Retardo dependiente: el tiempo de retardo depende de la magnitud de la señal.

e) Por la forma de funcionamiento: si se actúa directamente sobre los contactos o se hace previamente sobre un equipo previo (auxiliares).

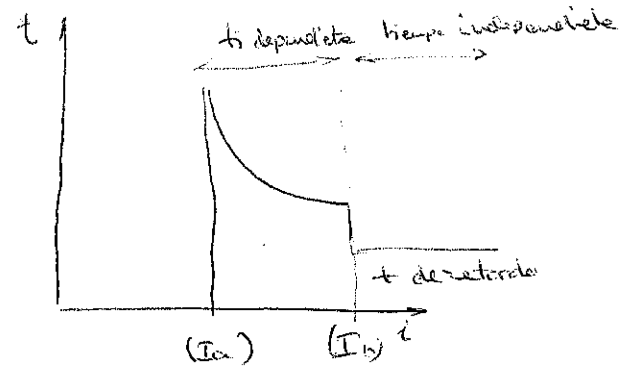
Primarios
Secundarios.

f) Según la forma de conexión a la red

- De conexión directa → conectados a la red directamente, no hay trafos de medida (En instalaciones de B.T.)
- De conexión indirecta → conectados a la red a través de trafos de medida.

5. Protección de sobreintensidad o amperimétrica.

Según el tiempo de actuación: tiempo independiente, dependiente.

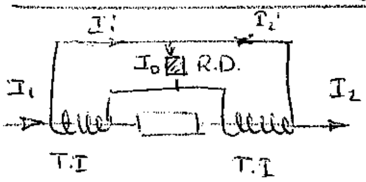


Ib marca la frontera entre tiempo dependiente e independiente

Ia Por debajo no actúa la protección, intensidad nominal
o corriente de arranque.

Se puede ajustar todos los parámetros Ia, Ib, tiempo de retardo y la curva.

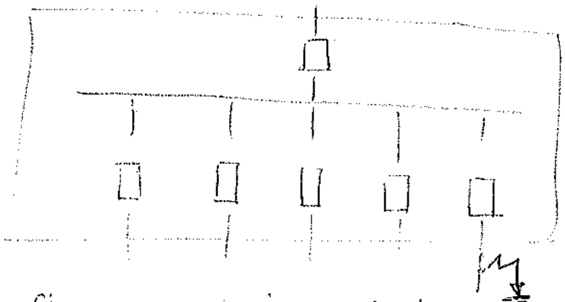
6. Protección diferencial



Protege a las personas la verdad es de B.T. en los de alta siempre una protección instantánea

mide la intensidad a la entrada, la intensidad a la salida, por medio de unos transformadores de intensidad, y conectamos el secundario del transformador de intensidad al relé diferencial. Está recorrido por la intensidad diferencial I_d. I_1' e I_2' son los valores que pasan por I_1 e I_2, si no hay defecto I_1 e I_2 son iguales por lo tanto $I_d = I_1' - I_2' = 0$.

Problema práctico imaginemos que estamos protegiendo un juego de barras. Comparamos la intensidad de entrada y la de salida, detectando



Una cuando en el juego de barras falla la protección instantáneamente. En la práctica, al trabajar con un transformador de medida, por construcción el núcleo ferromagnético trabaja en saturación magnética. Ante una misma corriente en el primario, como los núcleos por fabricación del núcleo, tienen distintas forma de saturarse, con lo que tienen corrientes secundarias distintas, y al tener estas corriente secundaria distintas y producirse un fallo fuera de la zona protegida actuaría el diferencial. Se corrige en los relés analógicos, como el problema viene en la transformación de intensidades sin núcleo magnético, que tiene un problema que las corriente secundarias son muy pequeñas con lo que tenemos que conectar en serie las corrientes. además tenemos que conectar una bobina de frenado que presenta un par de frenado o par antagonista al par motor de la bobina que actuará cuando el par de la bobina sea mayor al de frenado.

$M_m \propto I_1' - I_2'$

$M_f \propto I_1' + I_2$

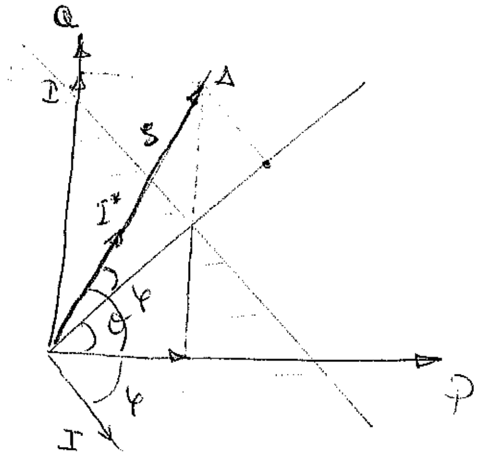
$M_m > M_f$

La selección actual de los relés numérica, vaso, transformador, de intensidad convencional, con núcleo magnético, compara la señal de entrada de las corrientes I_1' e I_2' y las compara cuando la diferencia sobrepasa a la suma es cuando actúan.

7. Protecciones vatimétrica y direccional.

La protección vatimétrica actúa cuando el producto de tensión e intensidad, es decir una potencia.

$$S = U \times I^*$$



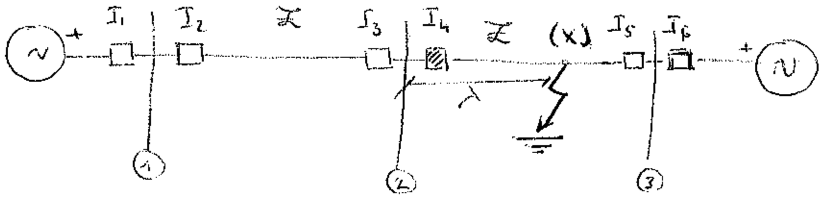
Utilizamos un plano de referencia, que proyectamos el punto de funcionamiento sobre la perpendicular del plano de referencia, y su valor será $U \cdot I \cos(\varphi - \theta)$ cuando la proyección esté fuera del plano de referencia es una zona de actuación. En este caso nos encontramos fuera del plano, por tanto va a actuar, vamos a tener una actuación cuando:

$$U \cdot I \cos(\varphi - \theta) > M_a.$$

Cuando el par motor es superior al par antagonista el relé actúa. Podemos ajustar el ángulo delta y el par antagonista que es el plano.

cuando pasamos el flujo en el origen, estamos protegiendo contra una inversión de la potencia con lo que tenemos una protección direccional. El por antepuesto es mide. protegemos un desfase entre la intensidad y la tensión. Protege contra cambios en dirección de la corriente, cambios en el ángulo en la corriente respecto de la de la tensión.

8. Protección de impedancia

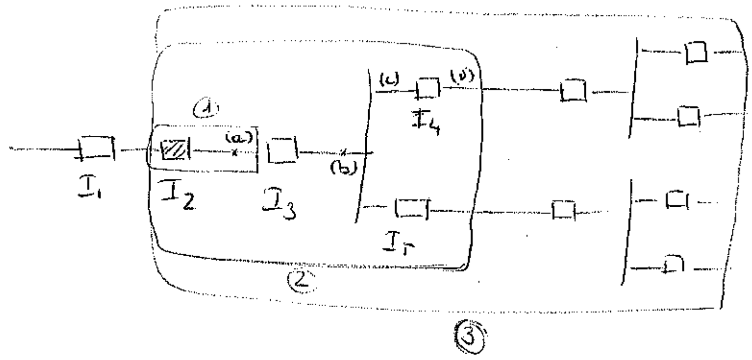


Cada uno de los interruptores tiene asociada sus protecciones, protección diferencial, volumétrica.... Vamos a estudiar por la protección que está implantada por el interruptor I_4.

Ventajas sobre la protección de sobre intensidad, suponemos que en un punto (x) aparece un cortocircuito a tierra. Miramos el cociente entre la tensión e intensidad que varía mucho su valor ante los cambios. $\frac{U_2}{I_{23}}$ y es más sensible que los de intensidad.

$\frac{U_2}{I_{23}} = \lambda \cdot Z$, nos dice la impedancia del tramo de línea afectada por el cortocircuito. Por esto se la llama también protección de distancia, porque nos está dando la distancia, por eso no se sólo que se ha producido la falta sino en qué punto.

El alcance del relé se denomina, a la porción de línea que está protegiendo, el alcance nunca supera el 80% de la línea, por encima de ella no actúa.



instalamos sobre el interruptor I_2 tres protecciones de distancia con tres distancias de actuación distinta.

El primer relé tiene un 80% de alcance de la línea, un segundo relé que tiene un alcance mayor y un tercero con un alcance aún mayor.

El primer relé, es la <u>protección principal</u> del interruptor I_2 y ofrece una actuación instantánea.

Consideremos unos puntos (b), (c) y (d), si nos fijamos eléctricamente hablando los puntos son ~~fijos~~ el mismo, porque no hay impedancia interpuesta entre ellos porque son tramos del embarrado y el interruptor que se comportan como un nodo, por lo tanto si el alcance del relé 1 en vez del 80% fuese del 100%, un corte en el punto (d) el relé I_1 lo consideraría dentro de su zona de actuación y actuaría instantáneamente. y quién debería de actuar sería I_4, porque I_2 dejaría sin suministro a el resto de los embarrados ramificados.

Cualquier falla en la <u>zona 2</u> lleva una actuación retardada de unos 300 ms y el protector 600 ms. para <u>la zona 3</u>. La posición es en cascada.

$Z_{cc} = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{U_{n,L}^2}{S_n} = 0{,}1 \cdot \frac{(11 \cdot 10^3)^2}{25 \cdot 10^6} = 0{,}484j\ \Omega$ para directa e indirecta

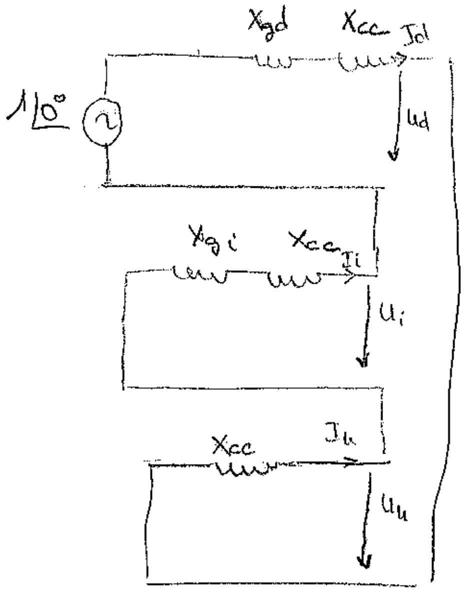
$X_{gd} = 0{,}2 \cdot \frac{37{,}5}{37{,}5} = 0{,}2\ \Omega$ ✓

$X_{gi} = 0{,}15 \cdot \frac{37{,}5}{37{,}5} = 0{,}15\ \Omega$

$X_{gh} = 0{,}05 \cdot \frac{37{,}5}{37{,}5} = 0{,}05\ \Omega$

$3Z_{tp} + Z_{cc} =$

a) Secuencia directa



$i_d = \frac{1}{\sum Z_d} = \frac{1}{0{,}1 + 0{,}484} = 1{,}46$ A

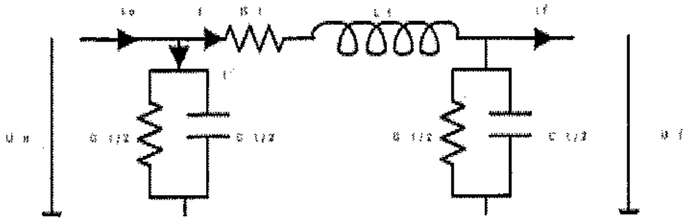
$i_i = \frac{1}{\sum Z_i} = \frac{1}{0{,}15 + 0{,}484} = 1{,}58$ A

$i_h = \frac{1}{\sum Z_h} = \frac{1}{0{,}484} = 2{,}07$ A

MODELOS DE LÍNEAS

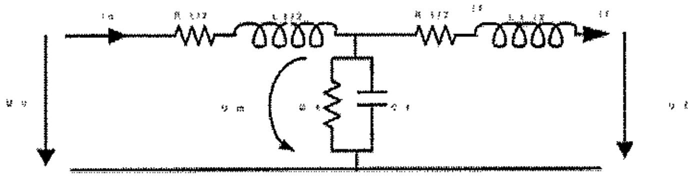
Modelo en π [Ω]

$$\begin{matrix} U_0 \\ I_0 \end{matrix} = \begin{matrix} 1+\dfrac{Z_t Y_t}{2} & Zt \\ Y_t+\dfrac{Z_t Y_t^2}{4} & 1+\dfrac{Z_t Y_t}{2} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} U_f \\ I_f \end{matrix}$$



Moleo en T [Ω]

$$\begin{matrix} U_0 \\ I_0 \end{matrix} = \begin{matrix} 1+\dfrac{Z_t Y_t}{2} & Z_t+\dfrac{Y_t Z_t^2}{4} \\ Yt & 1+\dfrac{Z_t Y_t}{2} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} U_f \\ I_f \end{matrix}$$



Modelo de parámetros distribuidos

$$\begin{matrix} U_0 \\ I_0 \end{matrix} = \begin{matrix} \cosh(\gamma x) & Z_c \, sen\text{h}(\gamma x) \\ Y_c \, sen\text{h}(\gamma x) & \cosh(\gamma x) \end{matrix} \cdot \begin{matrix} U_f \\ I_f \end{matrix}$$

$Z_c = \sqrt{\dfrac{Z}{Y}}$ — ***Zc → impedancia característica [Ω/Km]***

$Y_c = \dfrac{1}{Z_c} = \sqrt{\dfrac{Y}{Z}}$ — ***Yc → admitancia característica [Ω/Km]***

$\gamma = \gamma_1 + j\gamma_2 = \sqrt{Z\,Y}$ — ***γ→ Constante de propagación [Ω/Km]***

$\theta = \gamma x = \theta_1 + j\theta_2$ — **θ ángulo característico** *[Ω]*

$v = \dfrac{1}{\sqrt{L\,C}}$ — ***v → velocidad de propagación de la onda [Km/s]***

x → Longitud de línea

$\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{2\pi}{\gamma_2}$ — **λ longitud de onda** [Km]

$\text{Cosh}\theta = \cosh(\theta_1)\cdot\cos(\theta_2) + j\cdot\text{senh}(\theta_1)\cdot\text{sen}(\theta_2)$
$\text{Senh}\theta = \text{senh}(\theta_1)\cdot\cos(\theta_2) + j\cdot\cosh(\theta_1)\cdot\text{sen}(\theta_2)$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

$$\begin{matrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} u_h \\ u_d \\ u_i \end{matrix} \qquad \begin{matrix} u_h \\ u_d \\ u_i \end{matrix} = \frac{1}{3} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{matrix} \cdot \begin{matrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{matrix}$$

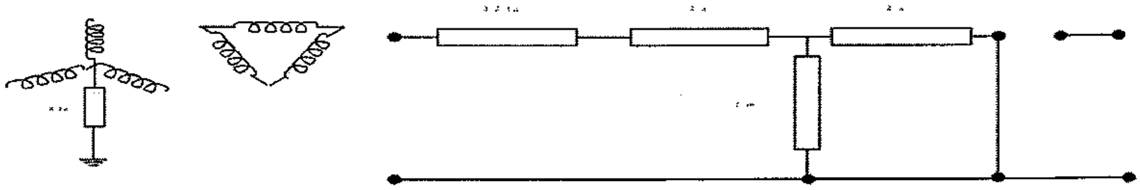
$$\{U_a\} = [A]\,\{U_{c.s.}\} \qquad \{U_{c.s.}\} = [A]^{-1}\,\{U_a\}$$

Impedancias de secuencia

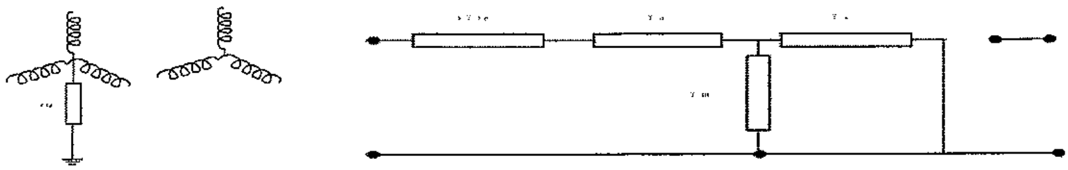
a) *carga estática:* $Zd = Zi = Zh = Zcc$
b) *línea equilibrada: :* $Zd = Zi = Zs - Zm$ $\quad Zh = Zs - 2\,Zm \quad \rightarrow Zm\downarrow\downarrow$
   $Zd = Zi = Zh$
c) *Transformadores*
   - *Banco 3 trafos monofásicos:* $Zd = Zi = Zh = Zcc$
   - *Trafo de 5 columnas:* $Zd = Zi = Zh \approx Zcc$

- *Trafo de 3 columnas:*

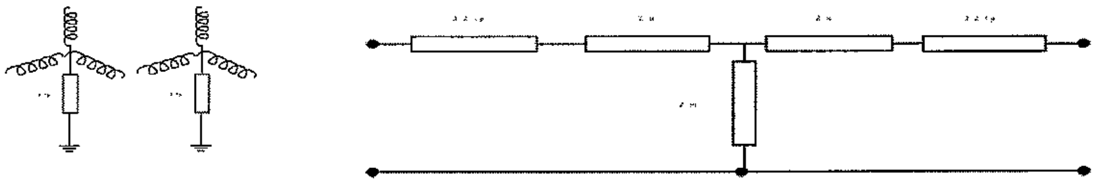
    - *Conexión estrella (neutro a tierra) – triángulo*



    - *Conexión estrella (neutro a tierra) – estrella*



    - *Conexión estrella– estrella (neutros a tierra)*



d) Generador síncrono

- *Reactancia subtransitoria:* $X'' = Xi$
- *Reactancia transitoria:* $X' \rightarrow$ *ensayo de la máquina*
- *Reactancia síncrona:* $Xs = Xd$

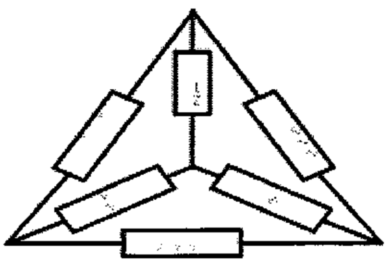
ESTABILIDAD

Transito de potencia en una línea inductiva pura

$$S = P + Q \cdot j = \frac{E \cdot U}{X} sen(\delta) + \frac{E \cdot U}{X}\cos(\delta) - \frac{U^2}{X}$$

E → f.e.m del generador
U → tensión en el nudo de carga
X → reactancia de la línea
δ → diferencia de ángulos entre las tensiones E y U

Conversiones



Paso de Δ aY

$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}}$$

$$Z_2 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}}$$

$$Z_3 = \frac{Z_{13} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}}$$

Paso de Δ aY

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}$$

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}$$

$$Z_{23} = Z_3 + Z_2 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}$$