

### Práctica N<sup>o</sup> 3

#### Aplicaciones Lineales.

- Estudiar si las siguientes aplicaciones son lineales:
  - $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(x, y) = (x + y, y, x - 2y)$ .
  - $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = xy$ .
  - $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = x/2 - y + 3z + 1$ .
  - $f : \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ ,  $f(A) = A^t$ .
  - $f : \mathbb{R}_3[t] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(p) = (p'(0), p''(0), \int_0^1 p(t)dt)$ .
- Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la aplicación lineal definida por  $f(x, y, z) = (x + 2y - z, y + z, x + y - 2z)$ . Determinar el núcleo y la imagen de  $f$ .
- Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  el endomorfismo dado por  $f(x, y, z) = (-x + y + 2z, -z, 3y)$ .
  - Hallar las ecuaciones de  $f$  respecto a la base  $B = \{(-1, 0, 0), (0, 2, 1), (0, 2, -1)\}$  y obtener las coordenadas respecto a  $B$  de  $f(-3, -1, 1)$ .
  - Hallar las ecuaciones de  $f$  respecto a las bases  $C = \{(1, 1, 1), (0, 0, 3), (0, 2, -1)\}$  y  $C^* = \{(1, -1, 1), (2, 1, 3), (3, 0, 3)\}$ .
- Sea  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$  la aplicación lineal determinada por  $f(2, -1) = (1, 0, -1, 3)$  y  $f(4, 1) = (2, -2, 3, 1)$ . Hallar la matriz asociada a  $f$  respecto a las bases canónicas y las ecuaciones de la imagen de  $f$ .
- Sea  $f : \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$  la aplicación definida por  $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = (a, a + b + c, 0)$ .
  - Demostrar que  $f$  es lineal y calcular su matriz respecto a las bases canónicas.
  - Obtener la dimensión, bases y ecuaciones del núcleo y de la imagen de  $f$ .
  - Obtener la matriz de  $f$  respecto a las bases
 
$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \mathcal{B}_2 = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$$
- Si  $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$  es la matriz de  $f$  respecto a  $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ , calcular  $f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$ .



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

8. Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $f(x, y, z) = (x + y + z, \alpha x + y + z, 3x + \alpha y + 2z)$

(a) Determinar los valores de  $\alpha$  para los que  $\text{Ker}(f) = \{0_{\mathbb{R}^3}\}$ .

(b) Para  $\alpha = 2$  hallar una base de  $\text{Im}(f)$  y sus ecuaciones implícitas.

(c) Determinar la matriz de  $f$  respecto a la base  $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized map or a splash of paint. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70