

Sistemas y Circuitos Electrotecnia

14 de diciembre de 2020

Índice

1	Sistemas trifásicos	2
2	Cálculo de secciones	9
3	Modelización eléctrica	12

1. Sistemas trifásicos

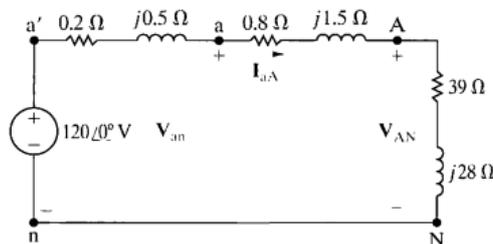
Ejercicio 1.1.

Un generador trifásico balanceado conectado en Y tiene una impedancia de $0,2 + j0,5\Omega$ por fase y tensión de fase de 120V. El generador alimenta una carga trifásica balanceada conectada en Y con una impedancia de $39 + j28\Omega$. La impedancia de la línea que conecta el generador a la carga es $0,8 + j1,5\Omega$.

- Construye el circuito monofásico equivalente de la fase R
- Calcula las 3 corrientes de línea
- Calcula las 3 tensiones de fase en la carga
- Calcula las 3 tensiones de línea en la carga
- Calcula las 3 tensiones de fase en los terminales del generador
- Calcula las tensiones de línea en los terminales del generador

SOLUCIÓN

(a) Considerando la tensión en la fase R con una fase de 0° , el circuito monofásico equivalente sera:



(b) Para el cálculo de la corriente de línea en la fase R (I_R) habrá que resolver el circuito anterior, siendo I_R entre los a y A (I_{aA}):

$$I_R = I_{aA} = \frac{120\angle 0^\circ}{(0,2 + 0,8 + 39) + j(0,5 + 1,5 + 28)} = \frac{120\angle 0^\circ}{40 + j30} = 2,4\angle -36,87^\circ A$$

Para las corrientes de línea en S y T solo habrá que restar o sumar 120° :

$$I_S = 2,4\angle -36,87^\circ - 120^\circ = 2,4\angle -156,87^\circ A$$

$$I_T = 2,4\angle -36,87^\circ + 120^\circ = 2,4\angle 83,13^\circ A$$

(c) La tensión de la fase R en la carga (V_{AN}) se podrá calcular mediante la ley de Ohm en la carga:

$$V_{R_{Carga}} = V_{AN} = (39 + j28)2,4 \angle -36,87^\circ = 115,22 \angle -1,19^\circ V$$

Otra vez, se suma/resta 120° para las otras fases:

$$V_{S_{Carga}} = 115,22 \angle -121,19^\circ V$$

$$V_{T_{Carga}} = 115,22 \angle 118,81^\circ V$$

(d) Las tensiones de línea se podrán calcular a partir de las de fase de la siguiente manera (calculado para la fase V_{RS} y desfasado 120° para S y T):

$$V_{RS_{Carga}} = \sqrt{3} \angle 30^\circ \cdot V_{R_{Carga}} = 199,58 \angle 28,81^\circ V$$

$$V_{ST_{Carga}} = 199,58 \angle -91,19^\circ V$$

$$V_{TR_{Carga}} = 199,58 \angle 148,81^\circ V$$

(e) La tensión de fase entre los terminales del generador para la fase R será la tensión entre el punto a y n en el circuito monofásico equivalente (recordamos que la impedancia entre a' y a es la impedancia del generador), que será la tensión del generador (120V) menos la tensión que cae en la impedancia del generador ($0,2 + j0,5$). Por lo que:

$$V_{R_{Gen}} = 120 - (0,2 + j0,5)2,4 \angle -36,87^\circ = 118,9 \angle -0,32^\circ V$$

$$V_{S_{Gen}} = 118,9 \angle -120,32^\circ V$$

$$V_{T_{Gen}} = 118,9 \angle 119,68^\circ V$$

(f) Finalmente, las tensiones de línea en los terminales del generador se podrán calcular a partir de las tensiones de fase:

$$V_{RS_{Gen}} = \sqrt{3} \angle 30^\circ \cdot V_{R_{Carga}} = 205,94 \angle 29,68^\circ V$$

$$V_{ST_{Gen}} = 205,94 \angle -90,32^\circ V$$

$$V_{TR_{Gen}} = 205,94 \angle 149,68^\circ V$$

Ejercicio 1.2.

Se tiene una instalación trifásica con dos cargas en paralelo que se caracterizan de la siguiente forma:

- Carga 1: 8 kW y f.p.= 0,85 (inductivo)
- Carga 2: 9 kW y 2 kVAR (inductiva)

La línea que las alimenta tiene una impedancia por fase de $2+j0,3 \Omega$. Si se coloca un vatímetro en bornes de la carga cuya resistencia amperimétrica está en la fase S y la voltimétrica entre las fases T y R, y sabiendo que la tensión nominal en bornes de la carga es 400 V, se pide determinar:

- El valor que marca el display del vatímetro
- La potencia aparente del alternador colocado aguas arriba de la línea
- El factor de potencia global de las cargas
- El “coseno de phi” en bornes del alternador
- La tensión en bornes del alternador colocado aguas arriba de la línea

SOLUCIÓN

(a) El vatímetro consulta la intensidad de fase (fase S) y la tensión de línea (tensión entre fases T y R). Como sólo mide potencia activa, el display del vatímetro indicará un consumo de $17 kW$.

(b) Para ello será necesario estimar la potencia disipada en la línea. La intensidad que circule por la misma se puede calcular a partir de los datos de las cargas:

$$S_i = \sqrt{3}U_L I_i^*$$

$$I_i = \frac{S_i^*}{\sqrt{3}U_L^*}$$

considerando $U_{R'S'} = 400 \angle 0^\circ$:

$$I_1 = \frac{8 - j2,612}{\sqrt{3} \cdot 400} kA = 11,547 - j3,770 A$$

$$I_2 = \frac{9 - j2}{\sqrt{3} \cdot 400} kA = 13 - j2,887 A$$

La intensidad de línea que llega a las cargas (y que lee el vatímetro) es de: $I_L = I_{L,1} + I_{L,2} = 24,537 - j6,657 A = 25,424 \angle -15,18^\circ$ Por lo que la potencia que consume la propia línea es de :

$$S_l = 3z_l I_L I_L^* = 3,878 + j0,582 kVA$$

La potencia aparente del alternador será igual a la consumida en la línea y en las cargas:

$$S_g = S_l + S_1 + S_2 = 20,8784 + j5,19352 kVA$$

(c) Bastaría con obtener el ángulo que forma el triángulo de potencias de ambas cargas combinadas:

$$S_c = \sqrt{3}U_L I_L^* = 17 + j4,612 kVA = 17,6144 \angle 15,18^\circ kVA$$

$$\cos \phi_c = 0,965$$

d) Ídem pero observando en bornes del generador

$$S_g = 20,8784 + j5,19352 \text{ kVA} = 21,514 \angle 13,97^\circ$$

$$\cos \phi_g = 0,970$$

e) La tensión en bornes del alternador se obtendrá como:

$$U_g = U_l + U_L$$

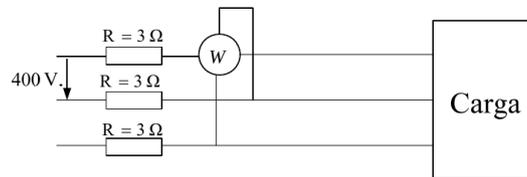
donde U_l se corresponde a la caída de tensión en la línea. Empleando valores de línea:

$$U_g = \sqrt{3} z_l I_L + U_L$$

$$= \sqrt{3} (2 + j0,3) (24,537 - j6,657) + 400 \angle 0^\circ = 488,459 - j10,3088 \text{ V} = 488,57 \angle -1,21^\circ \text{ V}$$

Ejercicio 1.3.

Se tiene el siguiente circuito eléctrico donde la carga tiene una disposición de tres impedancias en triángulo, con $z_F = 3 + j3\Omega$:



Se pide:

- calcular las tres intensidades de fase de la carga.
- ¿Cuánto marca el vatímetro? ¿Y qué mide?

SOLUCIÓN

(a) Se conoce la tensión antes de la impedancia de línea, así como que la carga está conectada en triángulo. Para mayor comodidad se trabaja con el equivalente monofásico, siendo la impedancia de la carga (por fase):

$$z_{F\lambda} = \frac{z_F}{3} = 1 + j1\Omega$$

Trabajando en la fase R, $U_{RN} = 400 / \sqrt{3} \angle 0^\circ \approx 230 \angle 0^\circ \text{ V}$.

La intensidad de línea será por tanto:

$$U_{RN} = (3 + z_{F\lambda}) I_R$$

$$I_R = \frac{U_{RN}}{3 + z_{F\lambda}} = 56,0112 \angle -14^\circ \text{ A}$$

$$I_S = 56,0112 \angle -134^\circ \text{ A}$$

$$I_T = 56,0112 \angle 106^\circ \text{ A}$$

La intensidad de fase en las cargas se puede estimar entonces a partir de su relación con la intensidad de línea:

$$I_1 = 32,338/\underline{16^\circ} A$$

$$I_2 = 32,338/\underline{-104^\circ} A$$

$$I_3 = 32,338/\underline{136^\circ} A$$

b) El vatímetro lee la intensidad de la fase R, y la diferencia de potencial eléctrico entre las fases S y T. Proporciona el valor de la potencia activa consumida aguas abajo. En este caso, la lectura es de $38,81 kW$.

Ejercicio 1.4.

Se tiene una línea eléctrica trifásica que conecta un alternador con una carga. Cada fase de la línea tiene una impedancia $z_l = 0,05 + j0,3\Omega$, y la carga está conectada en triángulo equilibrado con una impedancia por fase $Z = 13,5 + j27\Omega$. La tensión compuesta a final de línea es $400V$. Se pide determinar:

- La intensidad de línea (valor eficaz y de pico)
- La intensidad de fase (eficaz) en la carga
- Triángulo de potencias en la carga
- Triángulo de potencias en el alternador
- Tensión de línea en los bornes del alternador

SOLUCION a) Con una carga en triángulo equilibrado es posible generar el circuito monofásico equivalente, empleando como impedancia de la carga:

$$Z_\lambda = \frac{Z}{3} = 4,5 + j9\Omega$$

De esta manera, la intensidad de fase (que se corresponde con la de línea fuera de la carga) es posible calcularla, empleando $U_{R'N'} = 400/\sqrt{3}/\underline{0^\circ} V$:

$$U_{R'N'} = Z_\lambda I_R$$

$$I_R = \frac{U_{R'N'}}{Z_\lambda} = 10,264 - j20,528 A = 22,951/\underline{-63,4349^\circ} A$$

por lo que la intensidad eficaz de línea es $22,951 A$ y la de pico $32,4576 A$.

b) La intensidad eficaz de fase se obtiene a partir de los datos de la carga. Considerando la caída de tensión $U_{RS} = 400/\underline{30^\circ}$:

$$U_{RS} = Z I_1$$

$$I_1 = \frac{U_{RS}}{Z} = 11,0579 - j7,30104 A = 13,25/\underline{-33,43^\circ} A$$

o bien se puede obtener relacionando la intensidad de línea con la de fase $I_R = \sqrt{3}I_1 e^{-j30^\circ}$. La magnitud de la intensidad eficaz en las cargas es de 13,25A.

c) El triángulo de potencias en la carga se puede obtener a partir de la potencia consumida por las 3 impedancias en triángulo, con los datos de tensión e intensidad de línea...:

$$S_c = 3U_F I_F^* = 3Z \|I_F\|^2 = 7,11 + j14,22 \text{ kVA} = 15,9009 / \underline{63,4349} \text{ A}$$

d) En el alternador se produce la energía consumida por la línea y la carga:

$$\begin{aligned} S_g &= S_l + S_c = 3z_l I_L \cdot I_L^* + S_c \\ &= 7,19012 + j14,6963 \text{ kVA} \end{aligned}$$

e) La tensión en bornes del alternador se obtiene con la caída de tensión a partir del equivalente monofásico:

$$\begin{aligned} U_{RN} &= U_l + U_{R'N'} \\ &= (0,05 + j0,3)(10,264 - j20,528) + 230 \angle 0 = 237,612 + j2,0528 \text{ V} \\ U_{RS} &= \sqrt{3} \cdot 237,62 / \underline{0,5^\circ} e^{j30^\circ} = 411,571 / \underline{30,5^\circ} \text{ V} = 354,64 + j208,857 \text{ V} \end{aligned}$$

o bien a partir del balance de potencias en el generador.

Ejercicio 1.5.

Se tiene una carga trifásica de carácter óhmico-inductiva y se quiere mejorar su factor de potencia. Para ello se emplea una batería de condensadores. ¿Tendrán la misma capacidad los condensadores empleados si su conexión interna es estrella que si es triángulo? Razone la respuesta.

SOLUCIÓN

Se debe considerar la expresión de potencia reactiva del condensador, así como las del elemento condensador.

Ejercicio 1.6.

Una carga trifásica en estrella consume una potencia aparente de 1732VA, con una intensidad de línea de 20A (eficaces). Calcule, en la carga, el valor máximo de la tensión de línea y el valor eficaz de la tensión de fase.

SOLUCIÓN

Aplicando la expresión de potencia en una carga trifásica, se deduce rápidamente que:

- La tensión máxima de línea es 70,7086V
- La tensión eficaz de fase es 28,8667V

Ejercicio 1.7.

La potencia trifásica consumida por una CPU insertada en una gran computadora es de $22659W$. La tensión trifásica (o de línea) tiene un valor eficaz de $208V$. La corriente de línea es de $73,8A(rms)$. Se sabe que la computadora consume potencia reactiva. Se pide calcular:

- (a) La potencia reactiva total absorbida por la CPU
- (b) El factor de potencia

SOLUCIÓN

Empleando el triángulo de potencias:

$$\|S\| = \sqrt{\|P\|^2 + \|Q\|^2}$$

- (a) La potencia reactiva es $13909,5Var$
- (b) El factor de potencia es $0,852237$

Ejercicio 1.8.

Una carga trifásica demanda $480kW$ con un fdp de 0.8 (adelanto). La carga está alimentada por una línea con impedancia de $0.005+j0.025$. La tensión de línea en los terminales de la carga es $600V$. Calcule:

- (a) El circuito equivalente monofásico del sistema eléctrico
- (b) El módulo de la corriente de línea
- (c) La tensión de línea en cabecera de línea
- (d) El factor de potencia en cabecera de línea

SOLUCIÓN

(a) Falta caracterizar la impedancia de la carga. Empleando el equivalente monofásico, esta carga tendrá la forma (usando la expresión de la potencia activa):

$$Z_{\lambda} = 0,48 - j0,36\Omega = 0,6\angle -36,87^{\circ}\Omega$$

- (b) A partir de la expresión de potencia o mediante el equivalente monofásico se deduce que la corriente de línea tiene un valor de $577,35A$.
- (c) Empleando el equivalente monofásico, se deduce que la tensión de línea en la cabecera es $589,449V$.
- (d) Conocidas la tensión e intensidad de línea en el origen, se determina su factor de potencia, $0,822802$, de carácter capacitivo.

2. Cálculo de secciones

Ejercicio 2.1.

Una línea trifásica de alimentación se encarga de transmitir una potencia aparente de 400 kVA con una tensión de línea de 400 V , con un factor de potencia de $0,8$ (i). Se sabe que esta línea:

- Tiene una longitud de 40 m
- Empleará aluminio como material conductor, y XLPE como aislante
- El cableado será unipolar (un único filamento de cobre por cable)
- El cableado se entierra directamente

Se pide:

- (a) Determinar la sección de cable adecuada mediante el criterio de calentamiento
- (b) Estimar la caída de tensión asociada a dicha sección (máx $\Delta U = 1,5\%$), así como la sección mínima exigible.

Datos: $\rho_{Al} = 0,036\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, $X_{unipolar} = 0,085\text{ m}\Omega/\text{m}$

SOLUCIÓN Dadas las condiciones del cableado (trifásico, unipolar, XLPE, aluminio, directamente enterrado), la línea será de tipo D2, y el cableado a tener en cuenta será XLPE3. Consultando en la Tabla B.52.1 se observa que en la Tabla B.52.5, columna 8, es posible encontrar las secciones apropiadas para la intensidad del circuito.

(a) En primer lugar se ha de determinar la intensidad de diseño de la instalación, a partir de la información que nos proporcionan:

$$I_d = \frac{400000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 577,35\text{ A}$$

sobre la cual hay que aplicar los factores de corrección adecuados.

En este caso, para cables directamente enterrados, no es posible tener un único cable (la sección máxima, de 300 mm^2 , soporta 326 A).

Empleando dos circuitos en paralelo se podría solucionar este problema. Buscando en las tablas, se observa que la Tabla B.52.18 permite introducir más de un circuito enterrado. Empleando 2 circuitos separados un diámetro de cable entre sí, se tiene un factor de corrección de $0,8$, por tanto:

$$I'_d = \frac{I_d}{0,8} = 721,69\text{ A}$$

pero al emplear dos conductores unipolares, cada conductor soportará una intensidad de $360,84\text{ A}$, que sigue sin ajustarse a la intensidad máxima permitida por la sección de 300 mm^2

Si se emplean 3 circuitos en paralelo, separados un diámetro entre sí

$$I'_d = \frac{I_d}{0,7} = 824,79 A$$

que da lugar a intensidades corregidas de 274,9 A por circuito. Empleando 3 conductores de $240 mm^2$ es posible satisfacer la demanda de potencia en la línea.

La intensidad que esta línea puede soportar en las condiciones indicadas es de $I = 3 \cdot 290 \cdot 0,7 = 609 A$, superior a la de diseño. En caso de necesidad, sería posible aumentar la intensidad de corriente hasta dicho valor, y la instalación cumpliría el criterio del calentamiento.

(b) Para dicha sección, se ha de considerar el efecto inductivo de la línea, pues la sección es elevada:

$$\Delta U = [R + X \tan \phi] \frac{P}{U_{III}}$$

$$R = \frac{1}{3} \frac{\rho_{Al} L}{S} = 2 m\Omega$$

$$X = \frac{1}{3} X_{unipolar} \cdot L = 1,13 m\Omega$$

De esta manera, se ve que la caída de tensión en la línea es de 2,28 V, en valor porcentual un 0,57 %, por debajo de la cantidad exigida.

La sección mínima exigida se calcularía a partir de la expresión:

$$S = \frac{\rho_{Al} L}{3 \left(\frac{\Delta U_{max} U_{III}}{P} - X \tan \phi \right)} = 72,15 mm^2$$

por lo que cualquier sección mayor cumplirá el criterio de caída de tensión (ya se ha visto con el caso de $S = 300 mm^2$).

Ejercicio 2.2.

Se tiene una instalación monofásica ($U_I = 230 V$), que alimentan a unas lámparas de descarga ($f d p = 1$), con un consumo de 2,5 kW. Los datos de la línea a diseñar son los siguientes:

- Longitud de 20 m
- Aislamiento de PVC, la instalación trascurre por el interior de tubos
- Cables unipolares de cobre
- En el encendido de la lámpara se alcanza un pico de potencia demandada de 1,8 veces la potencia de operación

Se pide:

- (a) Determinar la sección de cable adecuada mediante el criterio de calentamiento

- (b) Estimar la caída de tensión asociada a la sección obtenida anteriormente (máx $\Delta U = 3\%$)

Datos: $\rho_{Cu} = 0,021\Omega \cdot mm^2 / m$

SOLUCION Dadas las condiciones del cableado (monofásico, unipolar, PVC, cobre, interior de conductos), la línea será de tipo B1, y el cableado a tener en cuenta será PVC2. Consultando en la Tabla B.52.1 se observa que en la Tabla B.52.2, columna 4, es posible encontrar las secciones apropiadas para la intensidad del circuito.

- (a) La intensidad de diseño en esta línea es:

$$I_d = \frac{P}{U_I} = 10,87 A$$

A la que hay que considerar la sobreintensidad durante el encendido (es la máxima intensidad que soportará el cableado). De esta manera, $I'_d = 1,8I_d = 19,57 A$.

Al observar la tabla B.52.2, columna 4, se observa que una sección de $2,5mm^2$ soporta la intensidad demandada. La intensidad máxima que puede circular por dicho cableado es, en este caso, de $24A$.

- (b) Para la sección calculada, es posible despreciar la inductancia de la línea ($S \leq 120mm^2$), por lo que la caída de tensión asociada a la línea es:

$$\Delta U = 2R \frac{P}{U_I}$$

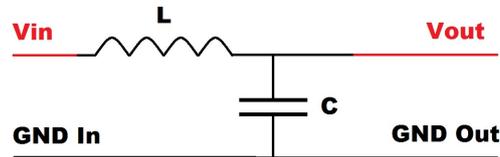
$$R = \frac{\rho_{Cu} L}{S}$$

de esta forma, la caída de tensión en esta línea es de $3,65V$, un $1,59\%$ con respecto la tensión de línea. Por lo tanto, dicha sección cumple con el criterio de la caída de tensión.

3. Modelización eléctrica

Ejercicio 3.1.

Determinar la función de transferencia y la frecuencia de corte (frecuencia donde la ganancia del filtro cae 3dB con respecto al máximo) del siguiente filtro.



SOLUCIÓN

Para determinar la función de transferencia del filtro hay que determinar el valor de V_{out}/V_{in} :

$$V_{out} = V_{in} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = V_{in} \frac{1}{1 - \omega^2 LC}$$

Por tanto, la función de transferencia del filtro será:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC}$$

Que representa un filtro paso bajos. Para obtener la frecuencia de corte habrá que determinar el punto (o puntos) donde la ganancia del filtro pierde 3 dB con respecto al máximo. En este filtro, el máximo será 0dB, que se obtendrá en $\omega = 0$:

$$\max(H(j\omega)) = 1 \rightarrow 20 * \log_{10}(1) = 0dB.$$

Por tanto, el filtro en la frecuencia de corte tendrá una ganancia de - 3dB, que en lineal será una ganancia de:

$$3dB \rightarrow 10^{-3/20} = 1/\sqrt{2}$$

Igualando a la ganancia:

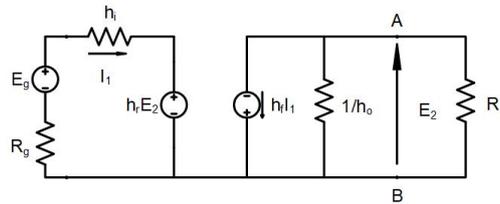
$$\left| \frac{1}{1 - \omega^2 LC} \right| = 1/\sqrt{2} \rightarrow |1 - \omega^2 LC| = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{1 - \omega^2 LC} = \sqrt{2} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ejercicio 3.2.

En la siguiente figura se muestra el circuito equivalente de un transistor cuando esta en activa, determina la ganancia de tensión que se define como:

$$G_v = \frac{E_2}{E_v}$$



SOLUCIÓN E_2 será la tensión que cae en el paralelo de las resistencias $1/h_0$ y R_L debido a la corriente $h_f I_1$:

$$E_2 = -h_f I_1 \cdot \frac{1/h_0 \cdot R_L}{1/h_0 + R_L} = h_f I_1 \frac{R_L}{1 + h_0 R_L}$$

Mientras que I_1 será:

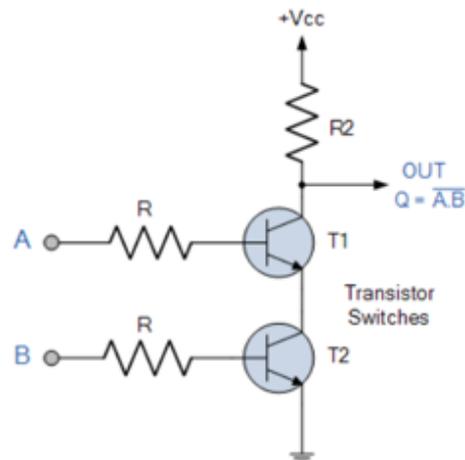
$$I_1 = \frac{E_g - h_r E_2}{h_i + R_g}$$

Despejando:

$$E_2 = h_f \frac{E_g - h_r E_2}{h_i + R_g} \frac{R_L}{1 + h_0 R_L} \rightarrow \frac{E_2}{E_g} = \frac{h_f R_L}{h_i + R_g} \frac{1}{(h_i + R_g)(1 + h_0 R_L) + h_f h_r R_L}$$

Ejercicio 3.3.

Determinar la tabla de verdad de la siguiente puerta lógica



SOLUCIÓN

De la misma manera que se hizo con la puerta NOT en teoría, se puede ver el valor de la salida OUT teniendo en cuenta que si el transistor tiene una tensión base-emisor menor que 0,6V (0 digital) estará en corte, mientras que estará saturado para una tensión base-emisor mayor que 0,6V (1 digital). Por tanto, las 4 posibilidades se resumen a continuación:

- $A = 0(0V), B = 0(0V) \rightarrow$ Ambos transistores están en corte, no hay corriente y por tanto $OUT = V_{cc}$ (1 digital)
- $A = 1(V_{cc}V), B = 0(0V) \rightarrow$ Transistor A en saturación y B en corte, no hay corriente y por tanto $OUT = V_{cc}$ (1 digital)
- $A = 0(0V), B = 1(V_{cc}V) \rightarrow$ Transistor A en corte y B en saturación, no hay corriente y por tanto $OUT = V_{cc}$ (1 digital)
- $A = 1(V_{cc}V), B = 1(V_{cc}V) \rightarrow$ Ambos transistores en saturación, circula corriente y toda la tensión cae en $R_2 \rightarrow OUT = 0$ (0 digital)

Por lo que la tabla de verdad será:

A	B	OUT
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0