# INGENIERÍA DE CONTROL

## TEORÍA MODERNA DE CONTROL

# ESPACIO DE ESTADO

# INTRODUCCIÓN

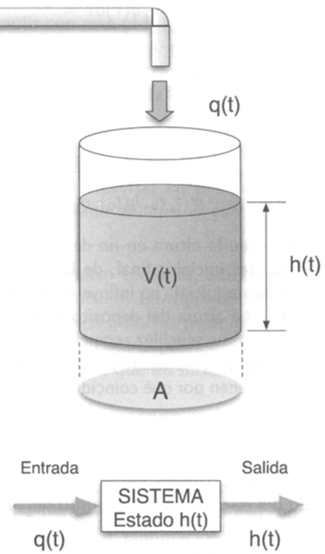
- Teoría moderna de control.
- Basada en el conocimiento del comportamiento interno de los sistemas.
- Estudio de las variables que influyen en la dinámica de los sistemas.
- Piedra angular: el estado del sistema.
- El objetivo es conseguir un control más potente a partir de dichas variables y abordar el control de sistemas más complejos.
- Casos que abordados desde la teoría clásica resultan muy complejos o simplemente no tienen solución práctica admisible (la relación entre la salida y la entrada no es suficiente información).

# INTRODUCCIÓN II

- VENTAJAS:
  - Es aplicable a sistemas multivariables en los que existe un elevado grado de interacción entre las variables del sistema.
  - Es aplicable a sistemas con relaciones no lineales, comportamiento no reducible a un modelo lineal.
  - Es aplicable a sistemas cuyos parámetros varían con el tiempo a velocidades comparables con la evolución de sus variables, no siendo posible la obtención de modelos de parámetros constantes.
  - Es aplicable a sistemas complejos de control, con un gran número de variables internas que condicionan el comportamiento futuro de la salida. Realimentar únicamente la salida (teoría clásica) puede no ser suficiente en algunos sistemas complejos, donde disponer del estado es una ventaja clara en la mejora de la respuesta.

# CONCEPTO DE ESTADO

- Se define estado de un sistema como la mínima cantidad de información necesaria en un instante para que, conociendo la entrada a partir de ese instante, se pueda determinar cualquier variable del sistema en cualquier instante posterior.




$$q(t) = \dot{V}(t) = A\dot{h}(t)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{A} q(\tau) d\tau$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{t_0} \frac{1}{A} q(\tau) d\tau + \int_{t_0}^{t} \frac{1}{A} q(\tau) d\tau$$

$$h(t) = h(t_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{1}{A} q(\tau) d\tau$$

# CONCEPTO DE ESTADO II

La altura en un determinado instante de tiempo sólo depende de los instantes inicial y final, de la entrada aplicada entre ambos y de la altura en el instante inicial.

$$h(t) = h(t_0) + \int_{t_0}^{t} \frac{1}{A} q(\tau) d\tau \qquad h(t) = \psi(t, t_0, h(t_0), q(\tau)) \quad t_0 < \tau \leq t$$

La cantidad mínima de información que define el estado viene representado por un conjunto de variables $x_i(t)$ denominadas variables de estado.

$$x(t) = [x_1(t)\ x_2(t)\ x_3(t) \cdots x_n(t)] \qquad \text{vector de estado}$$

# CONCEPTO DE ESTADO III

Por lo que en general el estado será una función de la forma:

$$\vec{x}(t) = \psi(t, t_0, \vec{x}(t_0), \vec{u}(\tau)) \quad t_0 < \tau \leq t$$

El vector de estado se define sobre el espacio de estado:
Espacio de estado es el espacio vectorial en el cual el vector de estado toma valores, teniendo por tanto la misma dimensión que el número de elementos de dicho vector.

# PROPIEDADES DE LAS VARIABLES DE ESTADO

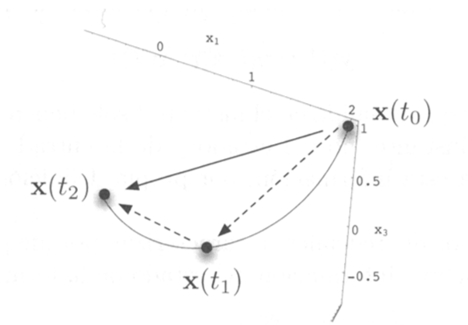
**Unicidad:**

$$\forall t \geq t_0 \quad x_0 = x(t_0) \quad u(\tau) \quad t_0 < \tau \leq t \quad \Rightarrow \quad x(t) \ \text{ es única}$$

**Continuidad:**

$$\lim_{t \to t_0} x(t) = x(t_0) \quad \forall t, t_0$$

**Transitividad o propiedad de transición:**




$$x(t_2) = \psi(t_2, t_0, x(t_0), u(\tau)) \quad \text{con} \quad t_0 < \tau \leq t_2$$

$$x(t_2) = \psi(t_2, t_1, x(t_1), u(\tau)) \quad \text{con} \quad t_1 < \tau \leq t_2$$

Siendo:

$$x(t_1) = \psi(t_1, t_0, x(t_0), u(\tau)) \quad \text{con} \quad t_0 < \tau \leq t_1$$

# ECUACIONES DEL MODELO DE ESTADO

Un modelo de estado de sistema dinámico determinista es una relación matemática entre dos conjuntos de variables, las de entrada y las de salida:

$$u(t) \quad \rightarrow \quad y(t)$$

donde u(t) es un vector de dimensión “m” e y(t) es un vector de dimensión “p”

Ecuación del estado:

$$\dot{x}(t) = f\,(t, x(t), u(t))$$

Ecuación de salida:

$$y(t) = \eta(t, x(t), u(t))$$

**Realización en el espacio de estado**

Orden del modelo = número de variables

# SISTEMAS DINÁMICOS LINEALES

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t))$$
$$y(t) = \eta(t, x(t), u(t))$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$
$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

A(t), B(t) y C(t) dependen de la representación del estado elegida

Sistema invariante:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

x(t) es el vector de estado, de dimensión **n**
u(t) es el vector de entradas, de dimensión **m**
y(t) es el vector de salidas, de dimensión **p**
A(t) es la matriz del sistema, de dimensión **n x n**
B(t) es la matriz de entradas, de dimensión **n x m**
C(t) es la matriz de salida, de dimensión **p x n**
D(t) de dimensión **p x m** (D=0 con frecuencia)

# TRANSFORMACIONES LINEALES

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$
$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

$$x(t) = T(t)\hat{x}(t)$$
$$\hat{x}(t) = T^{-1}x(t)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\dot{T}^{-1})(t)x(t) + T^{-1}(t)\dot{x}(t)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\dot{T}^{-1})(t)T(t)\hat{x}(t) + T^{-1}(t)\left[A(t)T(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t)\right] =$$
$$= \left[(\dot{T}^{-1})(t)T(t) + T^{-1}(t)A(t)T(t)\right]\hat{x}(t) + T^{-1}(t)B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)T(t)\hat{x}(t) + D(t)u(t)$$

$$\hat{A}(t) = \left[(\dot{T}^{-1})(t)T(t) + T^{-1}(t)A(t)T(t)\right]$$
$$\hat{B}(t) = T^{-1}(t)B(t)$$
$$\hat{C}(t) = C(t)T(t)$$
$$\hat{D}(t) = D(t)$$

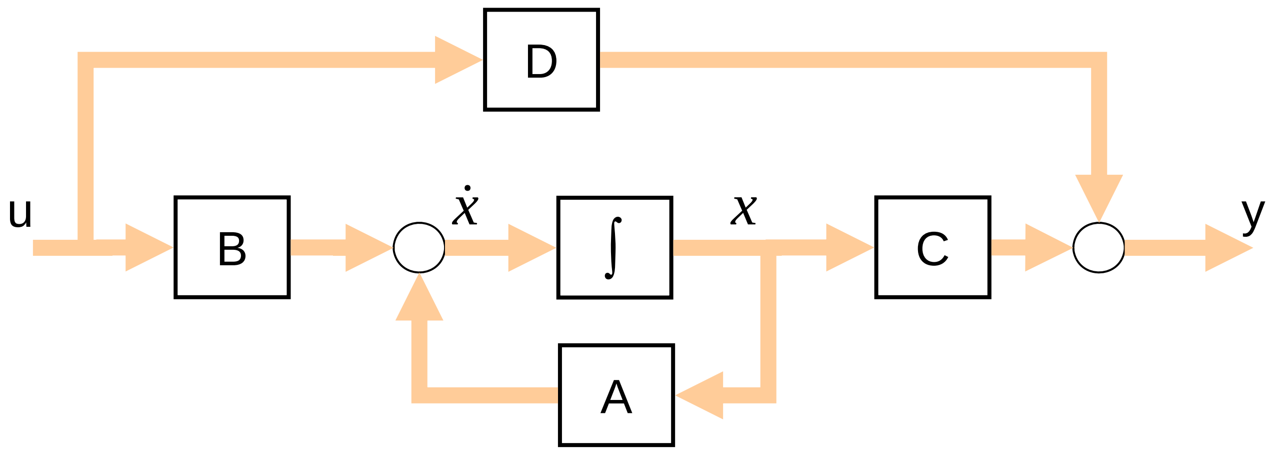
Si T es invariante (habitual)

$$\hat{A}(t) = T^{-1}A(t)T$$
$$\hat{B}(t) = T^{-1}B(t)$$
$$\hat{C}(t) = C(t)T$$
$$\hat{D}(t) = D(t)$$

# REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE SISTEMAS LINEALES

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$



# FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y MODELO DE ESTADO

Para establecer la relación entre la función de transferencia y el modelo de estado partiremos de un sistema lineal invariante:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Tomando transformadas de Laplace:

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$

Considerando condiciones iniciales nulas:

$$sX(s) - AX(s) = BU(s)$$
$$[sI - A]X(s) = BU(s)$$
$$X(s) = [sI - A]^{-1} BU(s)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) = C[sI - A]^{-1} BU(s) + DU(s)$$
$$Y(s) = \left[C[sI - A]^{-1} B + D\right] U(s)$$

Luego:

$$G(s) = C[sI - A]^{-1} B + D$$

# FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA Y MODELO DE ESTADO II

G(s) es un invariante ante transformaciones del sistema de referencia por lo que:

$$\hat{G}(s) = G(s)$$

$$\hat{G}(s) = \hat{C}\left[sI - \hat{A}\right]\hat{B} + \hat{D} = CT\left[sI - T^{-1}AT\right]^{-1}T^{-1}B + D$$

$$\hat{G}(s) = CTT^{-1}\left[sI - A\right]^{-1}TT^{-1}B + D = C\left[sI - A\right]^{-1}B + D = G(s)$$

$$\left[sI - A\right]^{-1} = \frac{1}{\det\left[sI - A\right]} Adj\left[sI - A\right]^{t}$$

Polinomio característico del sistema: $p(s) = \det\left[sI - A\right]$

**Polos = Valores propios de A**

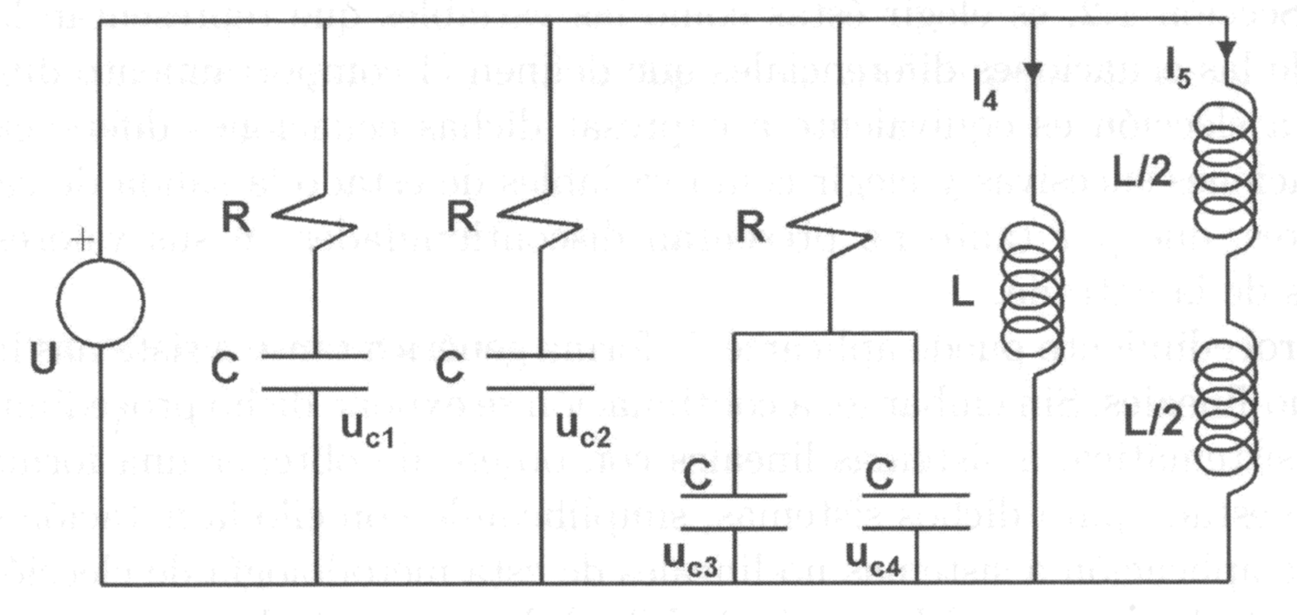
# MÉTODOS DE OBTENCIÓN DEL MODELO DE ESTADO

- La representación del estado no es única.
- Existen infinitas.
- Todas ellas igualmente válidas para la descripción del sistema.
- Tendremos en cuenta que:
  - En la ecuación de estado sólo pueden aparecer relacionadas las variables de estado, sus primeras derivadas y las entradas.
  - En la ecuación de salida sólo pueden estar relacionadas las variables de estado, las entradas y las salidas.
  - Las variables de estado no pueden presentar discontinuidades, aunque la entrada sí que las tenga (escalón por ejemplo).
  - Por lo anterior, las entradas, jamás podrán ser variables de estado.

# MÉTODOS DE OBTENCIÓN DEL MODELO DE ESTADO II

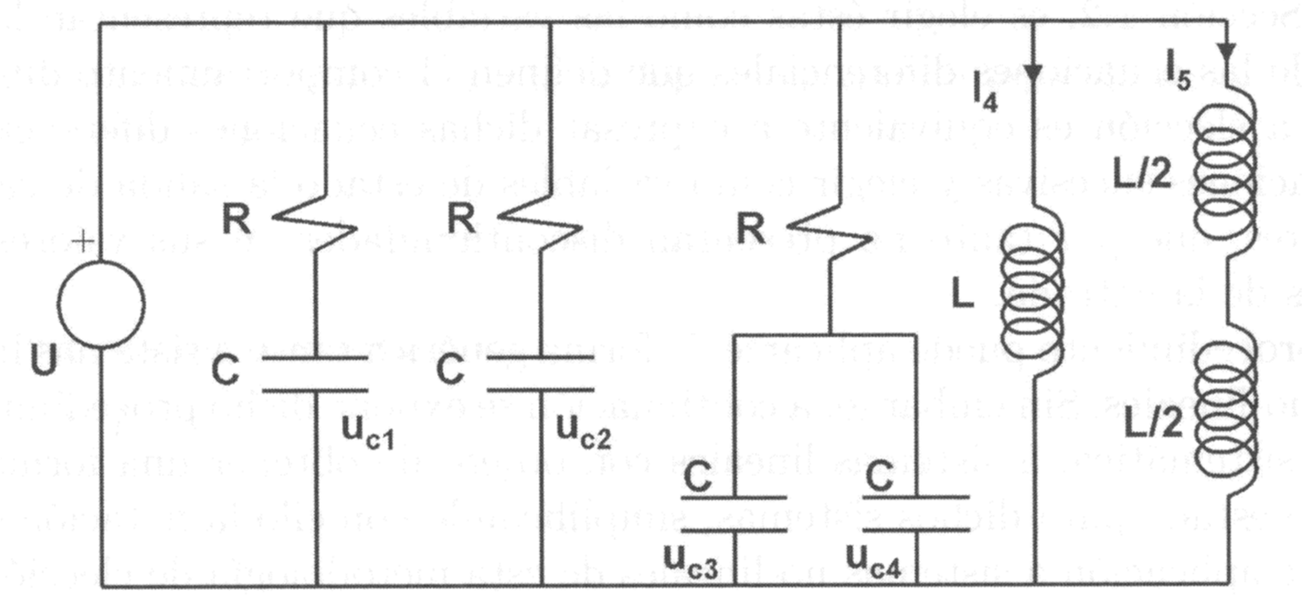
- Diferentes alternativas para la obtención del modelo en variables de estado de un sistema:
  - Variables de estado como magnitudes físicas del sistema.
  - Variables de estado como salida de los integradores del sistema (a partir del diagrama de bloques).
  - Variables de estado de fase
  - Variables de estado de Jordan.

# VARIABLES DE ESTADO COMO MAGNITUDES FÍSICAS




Cuales?

# VARIABLES DE ESTADO COMO MAGNITUDES FÍSICAS




- $Uc_1$ y $Uc_2$ si.
- $Uc_3$ y $Uc_4$ si pero no simultáneamente.
- $I_4$ e $I_5$ si.

# VARIABLES DE ESTADO COMO SALIDA DE LOS INTEGRADORES

Dado un sistema lineal e invariante:

$$\left(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0\right)y = \left(b_n s^n + \cdots + b_1 s + b_0\right)u$$

$$s\left[\left(s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1\right)y - \left(b_n s^{n-1} + \cdots + b_1\right)u\right] = b_0 u - a_0 y$$

$$\dot{x}_1 = b_0 u - a_0 y$$

$$x_1 = \left(s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1\right)y - \left(b_n s^{n-1} + \cdots + b_1\right)u$$

$$s\left[\left(s^{n-2} + a_{n-1}s^{n-3} + \cdots + a_2\right)y - \left(b_n s^{n-2} + \cdots + b_2\right)u\right] = x_1 + b_1 u - a_1 y$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + b_1 u - a_1 y$$

$$x_2 = \left(s^{n-2} + a_{n-1}s^{n-3} + \cdots + a_2\right)y - \left(b_n s^{n-2} + \cdots + b_2\right)u$$

# VARIABLES DE ESTADO COMO SALIDA DE LOS INTEGRADORES II

Procediendo reiteradamente:

$$\dot{x}_i = x_{i-1} + b_{i-1}u - a_{i-1}y$$

Las dos últimas serían:

$$\dot{x}_n = x_{n-1} + b_{n-1}u - a_{n-1}y$$

$$x_n = y - b_n u$$

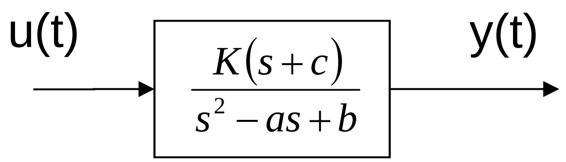
Ecuación de salida:

$$y = x_n + b_n u$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 - b_n a_0 \\ b_1 - b_n a_1 \\ b_2 - b_n a_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} - b_n a_{n-1} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} x + b_n u$$

# EJEMPLO




$$K(s+c)u = \left(s^2 + as + b\right)y$$
$$s^2 y + s(ay - Ku) + by - cKu = 0$$
$$s(sy + ay - Ku) + by - cKu = 0$$

$$x_1 = sy + ay - Ku = \dot{y} + ay - Ku$$
$$sy = x_1 - ay + Ku \quad \Rightarrow \quad x_2 = y$$

$$\dot{x}_1 + bx_2 - cKu = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_1 = -bx_2 + cKu$$
$$\dot{x}_2 + ax_2 - Ku - x_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2 = x_1 - ax_2 + Ku$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -bx_2 + cKu \\ \dot{x}_2 = x_1 - ax_2 + Ku \\ y = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -b \\ 1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cK \\ K \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

# VARIABLES DE ESTADO DE FASE

$$\left(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0\right)y = \left(b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0\right)u$$

$$y = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}u$$

$$x_1 = \frac{1}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}u$$

$$\begin{aligned} x_2 &= \dot{x}_1 & \qquad \dot{x}_1 &= x_2 \\ x_3 &= \dot{x}_2 & \qquad \dot{x}_2 &= x_3 \\ x_n &= \dot{x}_{n-1} & \qquad \dot{x}_{n-1} &= x_n \end{aligned}$$

$$\dot{x}_n = s^n x_1 = -a_{n-1}s^{n-1}x_1 - a_{n-2}s^{n-2}x_1 - \cdots - a_1 s x_1 - a_0 x_1 + u$$

$$\dot{x}_n = s^n x_1 = -a_{n-1}x_n - a_{n-2}x_{n-1} - \cdots - a_1 x_2 - a_0 x_1 + u$$

# VARIABLES DE ESTADO DE FASE II

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

La ecuación de salida queda:

$$y = \left(b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0\right) x_1 \qquad y = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_m & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}$$

# VARIABLES DE ESTADO DE FASE III

En el caso de que m=n (mismo grado numerador que denominador:

La ecuación de salida queda:

$$y = (b_0 - b_n a_0)x_1 + (b_1 - b_n a_1)x_2 + \cdots + (b_{n-1} - b_n a_{n-1})x_n + b_n u$$

Observación:
La acción directa de la entrada sobre la salida existe únicamente si los grados del numerador y denominador son iguales. Por ese motivo D no es nula en este caso únicamente (n=m).

# VARIABLES DE JORDAN

$$y = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} u$$

Polos simples

$$y = \left( b_n + \frac{\rho_1}{s-\lambda_1} + \frac{\rho_2}{s-\lambda_2} + \cdots + \frac{\rho_n}{s-\lambda_n} \right) u$$

$$x_1 = \frac{1}{s-\lambda_1} u \quad \dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 + u$$

$$x_2 = \frac{1}{s-\lambda_2} u \quad \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 + u$$

$$x_3 = \frac{1}{s-\lambda_3} u \quad \dot{x}_3 = \lambda_3 x_3 + u$$

$$\cdots$$

$$x_n = \frac{1}{s-\lambda_n} u \quad \dot{x}_n = \lambda_n x_n + u$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_n \end{bmatrix} x + b_n u$$

# VARIABLES DE JORDAN II

Polos múltiples

$$y = \left( b_n + \frac{\rho_1}{(s-\lambda_1)^r} + \cdots + \frac{\rho_{r-1}}{(s-\lambda_1)^2} + \frac{\rho_r}{s-\lambda_1} + \frac{\rho_{r+1}}{s-\lambda_{r+1}} \cdots + \frac{\rho_n}{s-\lambda_n} \right) u$$

$$x_1 = \frac{1}{(s-\lambda_1)^r} u = \frac{1}{s-\lambda_1} x_2 \qquad \dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 + x_2$$

$$x_2 = \frac{1}{(s-\lambda_1)^{r-1}} u = \frac{1}{s-\lambda_1} x_3 \qquad \dot{x}_2 = \lambda_1 x_2 + x_3$$

$$x_{r-1} = \frac{1}{(s-\lambda_1)^2} u = \frac{1}{s-\lambda_1} x_r \qquad \dot{x}_{r-1} = \lambda_1 x_{r-1} + x_r$$

$$x_r = \frac{1}{s-\lambda_1} u \qquad \dot{x}_r = \lambda_1 x_r + u$$

$$\ldots$$

$$x_n = \frac{1}{s-\lambda_n} u \qquad \dot{x}_n = \lambda_n x_n + u$$

# VARIABLES DE JORDAN II

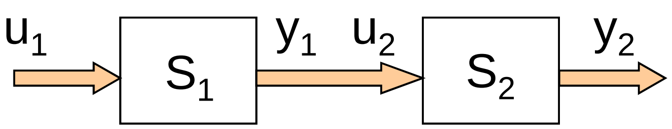
Polos múltiples

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \lambda_{r+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{r-1} & \rho_r & \rho_{r+1} & \cdots \rho_n \end{bmatrix} x + b_n u$$

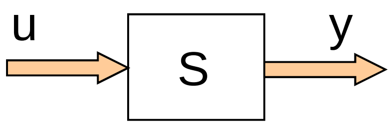
# ESTRUCTURAS COMPUESTAS

Sistemas en serie:




$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 \\ y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2 \\ y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2 \end{cases}$$




$$\begin{cases} u = u_1 \\ y = y_2 \\ y_1 = u_2 \end{cases}$$

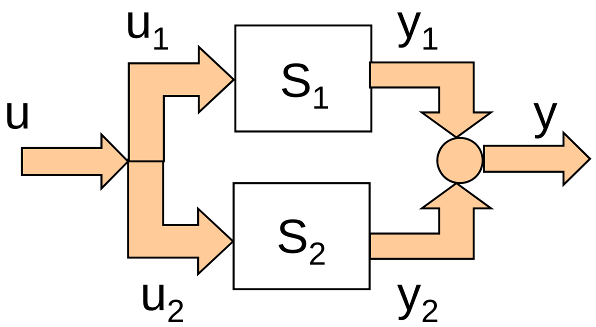
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 (C_1 x_1 + D_1 u_1) \\ y_2 = C_2 x_2 + D_2 (C_1 x_1 + D_1 u_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 D_1 \end{bmatrix} u \\ \\ y = \begin{bmatrix} D_2 C_1 & C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_2 D_1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

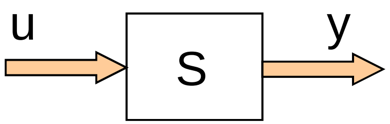
# ESTRUCTURAS COMPUESTAS

Sistemas en paralelo:




$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 \\ y_1 = C_1 x_1 + D_1 u_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u_2 \\ y_2 = C_2 x_2 + D_2 u_2 \end{cases}$$




$$\begin{cases} u = u_1 = u_2 \\ y = y_1 + y_2 \end{cases}$$

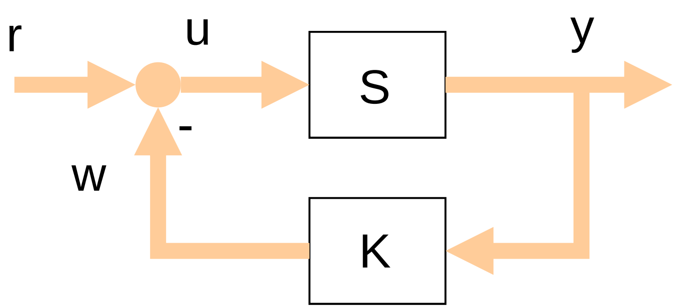
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_1 + D_2 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

# ESTRUCTURAS COMPUESTAS

Realimentación de la salida:

Ecuaciones del sistema sin realimentar




$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$$\begin{cases} w = Ky \\ u = r - w \end{cases}$$

$$y = Cx + D(r - w) = Cx + Dr - DKy \quad \Rightarrow \quad [I + DK]y = Cx + Dr$$

$$y = [I + DK]^{-1} Cx + [I + DK]^{-1} Dr$$

$$\dot{x} = Ax + B(r - Ky) = Ax + Br - BK[I + DK]^{-1} Cx - BK[I + DK]^{-1} Dr$$

$$\dot{x} = \left[A - BK[I + DK]^{-1} C\right]x + \left[B - BK[I + DK]^{-1} D\right]r$$

Si D=0 $\quad \dot{x} = [A - BKC]x + Br$