Filtros de microondas

Sergio Llorente Romano, Daniel Segovia Vargas

Dept. de Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad Carlos III de Madrid

Avda. de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid

12 de febrero de 2013

Filtros

Definción: Cuadripolo lineal

Filtros

Definción: Cuadripolo lineal

- Dispositivo de dos puertos con comportamiento selectivo en frecuencia.

Filtros

Defınción: Cuadripolo lineal

- Dispositivo de dos puertos con comportamiento selectivo en frecuencia.
  - (Casi) Transparente en la banda de paso.
  - (Casi) Opaco para en la banda atenuada.
  - Modifica la fase de la señal según su frecuencia.

Filtros

Defnción: Cuadripolo lineal

- Dispositivo de dos puertos con comportamiento selectivo en frecuencia.
  - (Casi) Transparente en la banda de paso.
  - (Casi) Opaco para en la banda atenuada.
  - Modifica la fase de la señal según su frecuencia.

Tipos de filtros:

- Activos.
- Pasivos.
  - Tipo *RC*.
  - Reactivos, sin pérdidas, o tipo *LC*.
  - ...
- ...

Filtros

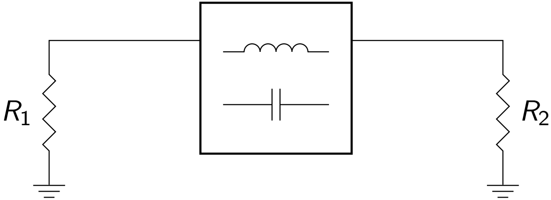
Defininción: Cuadripolo lineal

- Dispositivo de dos puertos con comportamiento selectivo en frecuencia.
  - (Casi) Transparente en la banda de paso.
  - (Casi) Opaco para en la banda atenuada.
  - Modifica la fase de la señal según su frecuencia.

Tipos de filtros:

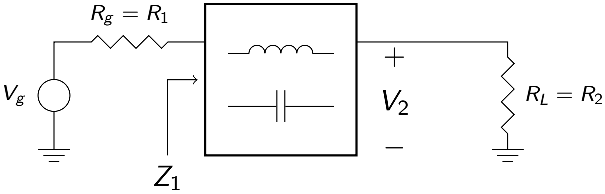
- Activos.
- Pasivos.
  - Tipo RC.
  - Reactivos, sin pérdidas, o tipo LC.
  - ...
- ...

- Carga en cada lado ⇒ generación/consumo de potencia.
- Transferencia de potencia de un lado al otro del cuadripolo.

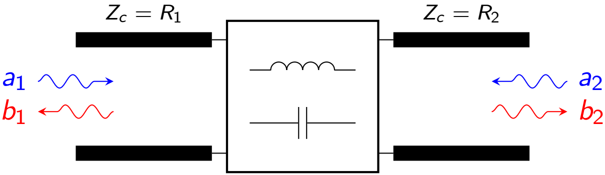


Ejemplos de cuadripolos doblemente cargados

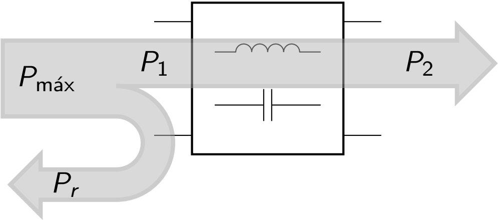
- Circuito de elementos concentrados



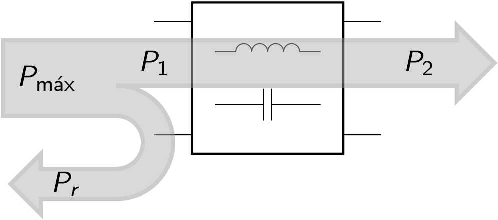
- Circuito de microondas.



Potencias involucradas



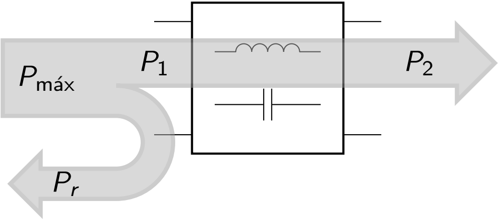
Potencias involucradas



Funciones de transferencia

- $|H|^2 = \frac{P_2}{P_{\text{máx}}} \Rightarrow H = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\frac{V_2}{V_g} = \frac{b_2}{a_1} = S_{21}$
- $|\rho|^2 = \frac{P_r}{P_{\text{máx}}} \Rightarrow \rho = \frac{Z_1 - R_1}{Z_1 + R_1} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11}$

Potencias involucradas



Funciones de transferencia

- $|H|^2 = \frac{P_2}{P_{\text{máx}}} \Rightarrow H = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\frac{V_2}{V_g} = \frac{b_2}{a_1} = S_{21}$
- $|\rho|^2 = \frac{P_r}{P_{\text{máx}}} \Rightarrow \rho = \frac{Z_1 - R_1}{Z_1 + R_1} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11}$

Ecuación de Feldtkeller

$$P_1 = P_2 = P_{\text{máx}} - P_r \Rightarrow \boxed{|H|^2 + |\rho|^2} = 1 \Rightarrow \boxed{|H|^2 = \frac{1}{1 + \left|\frac{\rho}{H}\right|^2}}$$

Función característica

Definición $F_c(\omega^2)$

$$F_c(\omega^2) \triangleq \left|\frac{\rho(\omega)}{H(\omega)}\right|^2 = \frac{P_r}{P_2}$$

$$|H|^2 = \frac{1}{1+F_c}$$

Propiedades:

- Función racional real par: $F_c = F_c(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{M(\omega^2)}$.

Función característica

Definición $F_c(\omega^2)$

$$F_c(\omega^2) \triangleq \left|\frac{\rho(\omega)}{H(\omega)}\right|^2 = \frac{P_r}{P_2}$$

$$|H|^2 = \frac{1}{1 + F_c}$$

Propiedades:

- Función racional real par: $F_c = F_c(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{M(\omega^2)}$.
- $0 \leq F_c(\omega^2) \leq \infty$.

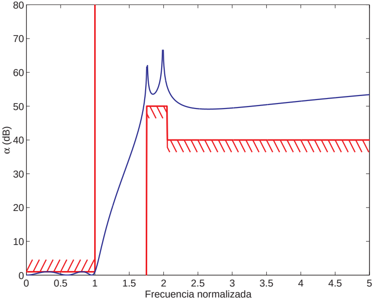
$$F_c(\omega_{a,i}^2) = \ 0 \Leftrightarrow \alpha(\omega_{a,i}) = 0 \text{ dB. Ceros de reflexión.}$$

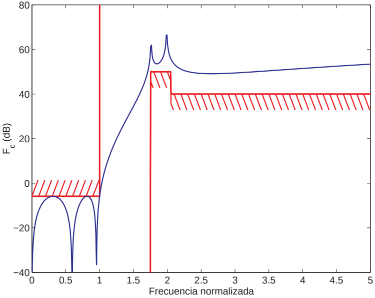
$$F_c(\omega_{z,i}^2) \rightarrow \infty \Leftrightarrow \alpha(\omega_{z,i}) \rightarrow \infty \text{ dB. Ceros de transmisión.}$$

$$F_c(\omega_c^2) = \ 1 \Leftrightarrow \alpha(\omega_c) \ \simeq 3 \text{ dB.}$$

Ventajas de aproximar $Fc(\omega^2)$

- Fácil visualización de las características de la banda de paso (ceros) y la banda atenuada (polos).





- Ceros de reflexión suelen estar situados en el eje $j\omega$
- Ceros de tx. en filtros de fase mínima están siempre en el eje $j\omega$.
- El cálculo de ceros y polos de $Fc(\omega^2)$ es un problema unidimensional.

Desventajas de aproximar $Fc(\omega^2)$

- Sólo es útil para diseñar respuestas en amplitud.
- Para cumplir especificaciones en fase ($\mathrm{Arg}\{H(s)\}$) o en el dominio del tiempo $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$, es necesario sintetizar directamente $H(s)$.

Filtros de fase mínima

Definición

Todos los ceros de transmisión y los ceros de atenuación (o ceros de reflexión) están en el eje $j\omega$.

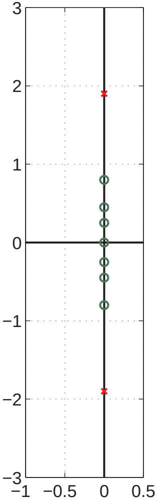
$$F_c(\omega^2) = K^2 \omega^{2n_0} \frac{\prod_{i=1}^{L} \left(\omega^2 - \omega_{a,i}^2\right)^2}{\prod_{n=1}^{M} \left(\omega^2 - \omega_{z,i}^2\right)^2}$$

Filtros de fase mínima

Definición

Todos los ceros de transmisión y los ceros de atenuación (o ceros de reflexión) están en el eje $j\omega$.

$$F_c(\omega^2) = K^2 \omega^{2n_0} \frac{\prod_{i=1}^{L} \left(\omega^2 - \omega_{a,i}^2\right)^2}{\prod_{n=1}^{M} \left(\omega^2 - \omega_{z,i}^2\right)^2}$$



Orden del filtro, N

Si $Fc(\omega^2) = \frac{N(\omega^2)}{M(\omega^2)}$

- Orden de la aproximación: grado del polinomio N o del polinomio M.
- Número total de ceros de transmisión (incluyendo los que pueda haber en $\omega \to \infty$.)
- Número total de ceros de reflexión (incluyendo los que pueda haber en $\omega \to \infty$.)
- Complejidad mínima de sintesis: número mínimo de elementos LC.

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.

Chebychev: equirrizada

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.

Chebychev: equirrizada

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.

Chebychev: equirrizada

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10 \log_{10} |H|^2 = 10 \log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.
- $K = 10^{\alpha_p/10} - 1$

Chebychev: equirrizada

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10 \log_{10} |H|^2 = 10 \log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.
- $K = 10^{\alpha_p/10} - 1$

Chebychev: equirrizada

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.
- $K = 10^{\alpha_p/10} - 1$

Chebychev: equirrizada

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion distribuidos en $|\omega| < \omega_p$.

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1 + Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.
- $K = 10^{\alpha_p/10} - 1$

Chebychev: equirrizada

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion distribuidos en $|\omega| < \omega_p$.
- $Fc = \epsilon^2 T_N^2(\frac{\omega}{\omega_p})$.

Aproximaciones paso bajo de Butterworth y de Chebychev

Aproximación de orden N del filtro paso bajo donde:

- $\alpha = -10\log_{10}|H|^2 = 10\log_{10}(1+Fc)$
- $\alpha(\omega) < \alpha_p$, si $|\omega| < \omega_p$

Butterworth: maximal. plana

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion. en $\omega = 0$.
- $Fc = K(\frac{\omega}{\omega_p})^{2N}$.
- $K = 10^{\alpha_p/10} - 1$

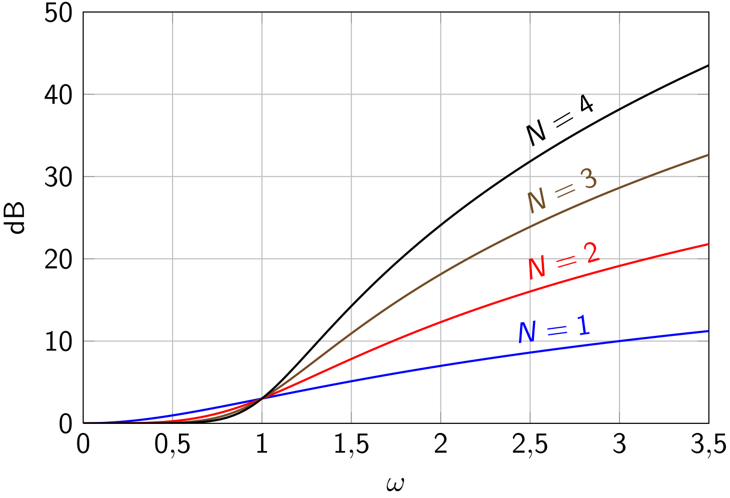
Chebychev: equirrizada

- N ceros de tx. en $\omega \to \infty$.
- N ceros de reflexion distribuidos en $|\omega| < \omega_p$.
- $Fc = \epsilon^2 T_N^2(\frac{\omega}{\omega_p})$.
- $\epsilon^2 = 10^{\alpha_p/10} - 1$

Aproximaciones de Butterworth

$\omega_p = 1, \ \alpha_p = 3\,\mathrm{dB}$

$$\alpha(\omega) = \left|\frac{1}{H}\right|_{\mathrm{dB}} = 10\log_{10}(1+\omega^{2N})$$



Aproximación de Chebyshev

Polinomios de Chebyshev: $T_N(x)$

Polinomios acotados en $[-1, 1]$ que más rápidamente crecen en $|x| > 1$

Expresión explícita

$$T_n(x) = \begin{cases} \cos(n\,\mathrm{acos}(x)) & |x| < 1 \\ \cosh(n\,\mathrm{acosh}(x)) & |x| > 1 \end{cases}$$

Expresión recursiva

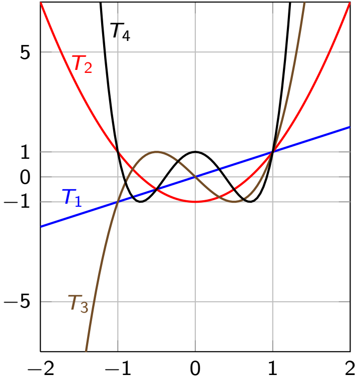
$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

Ejemplos

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

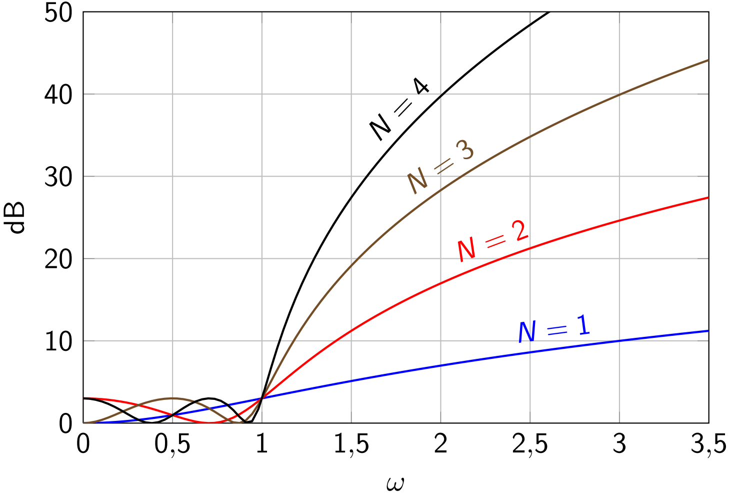
$$T_2(x) = x^2 - 1$$



Aproximaciones de Chebychev

$\omega_p = 1, \ \alpha_p = 3\,\mathrm{dB}$

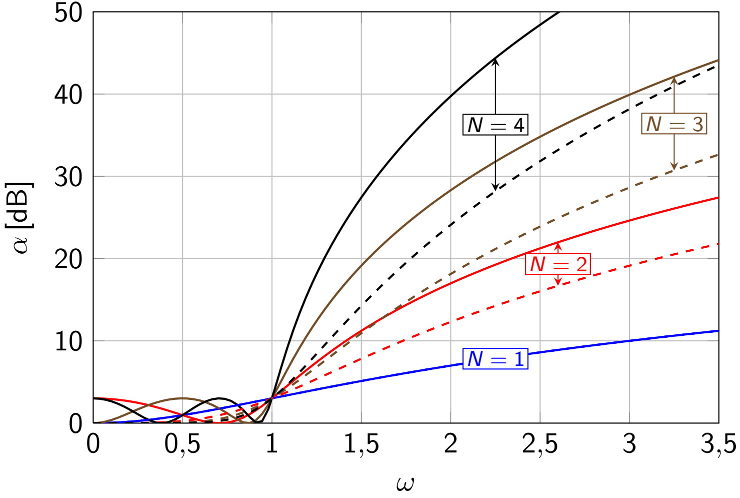
$$\alpha(\omega) = \left|\frac{1}{H}\right|_{\mathrm{dB}} = 10\log_{10}(1 + T_N^2(\omega))$$



Chebychev vs. Butterworth

$\omega_p = 1,\ \alpha_p = 3\,\mathrm{dB}$

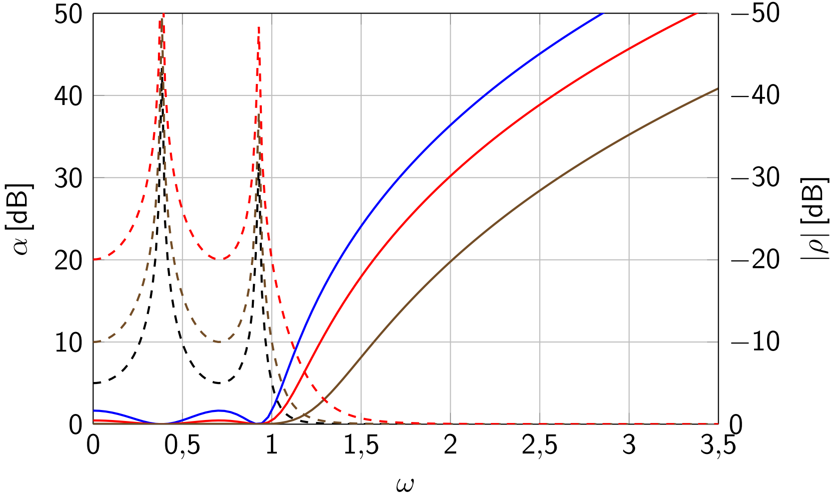
$$\alpha_{\mathrm{Cheb}}(\omega >> 1) \simeq \alpha_{\mathrm{Butt}}(\omega >> 1) + 6(N-1)\,\mathrm{dB}$$



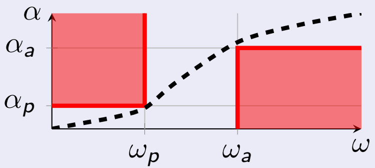
Chebychev con diferentes rizados

$\omega_p = 1, \ N = 4$

$$\alpha_{\epsilon^2} - \alpha_{\epsilon'^2}\big|_{\omega >> 1} \simeq 10 \log_{10} \frac{\epsilon^2}{\epsilon'^2} \simeq |\rho|^2_{\text{dB}} - |\rho'|^2_{\text{dB}}$$



Especificaciones



Definiciones: Selectividad y discriminación

$$K_S = \frac{\omega_p}{\omega_a}$$

$$K_D = \sqrt{\frac{10^{\alpha_p/10} - 1}{10^{\alpha_a/10} - 1}} = \sqrt{\frac{F_C(\omega_p)}{F_C(\omega_a)}}$$

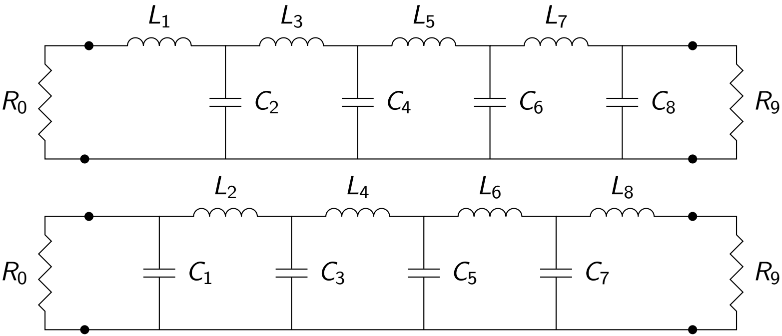
Butterworth

$$N \geq \frac{\log(1/K_D)}{\log(1/K_S)}$$

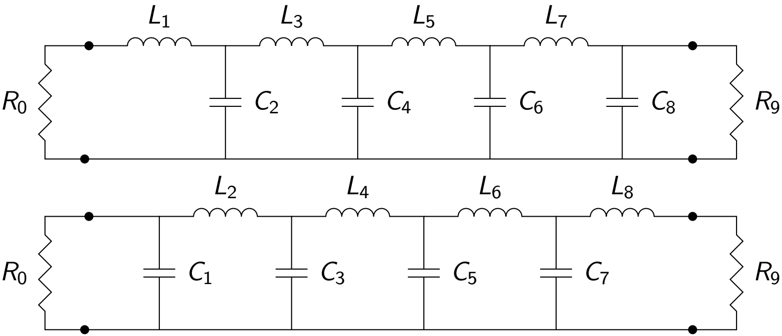
Chebychev

$$N \geq \frac{\text{acosh}(1/K_D)}{\text{acosh}(1/K_S)}$$

Filtros LC en escalera



Filtros LC en escalera



Circuitos de N elementos con respuestas de orden N donde sus N ceros de transmisión están en $\omega \to \infty$

$$\alpha = 10\log_{10}(1+\omega^{2N})$$

$\forall N\ g_0 = 1,\ \omega_{3\,\mathrm{dB}} = 1$

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	2.0000	1.0000						
2	1.4142	1.4142	1.0000					
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000				
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000			
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000		
6	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	1.0000	
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000

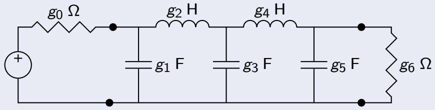
- $R_0 = g_0\,\Omega$
- $C_i = g_i\,\mathrm{F},\ i = 1, 3, \ldots$
- $L_i = g_i\,\mathrm{H},\ i = 2, 4, \ldots$
- $\begin{cases} N \text{ impar:} & C_N = g_N\,\mathrm{F};\ R_{N+1} = g_{N+1}\,\Omega \\ N \text{ par:} & L_N = g_N\,\mathrm{H};\ R_{N+1}^{-1} = g_{N+1}\,\mho \end{cases}.$

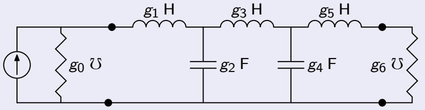
- $R_0^{-1} = g_0\,\mho$
- $L_i = g_i\,\mathrm{H},\ i = 1, 3, \ldots$
- $C_i = g_i\,\mathrm{F},\ i = 2, 4, \ldots$
- $\begin{cases} N \text{ impar:} & L_N = g_N\,\mathrm{H};\ R_{N+1}^{-1} = g_{N+1}\,\mho \\ N \text{ par:} & L_N = g_N\,\mathrm{H};\ R_{N+1} = g_{N+1}\,\Omega \end{cases}.$

$$\alpha = 10\log_{10}(1+\omega^{2N})$$

$\forall N\; g_0 = 1,\; \omega_{3\,\mathrm{dB}} = 1$

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	2.0000	1.0000						
2	1.4142	1.4142	1.0000					
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000				
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000			
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000		
6	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	1.0000	
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000

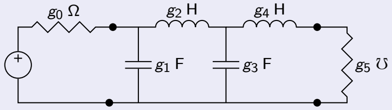


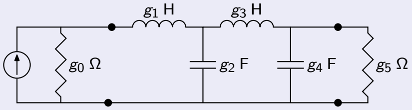


$$\alpha = 10\log_{10}(1+\omega^{2N})$$

$\forall N \; g_0 = 1,\; \omega_{3\,\text{dB}} = 1$

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	2.0000	1.0000						
2	1.4142	1.4142	1.0000					
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000				
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000			
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000		
6	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	1.0000	
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000





$$\alpha = 10\log_{10}(1+\epsilon^2 T_N^2(\omega))$$

$\forall N\ g_0 = 1,\ \omega_p = 1,\ \alpha_p = 0{,}005\,\mathrm{dB},\ \epsilon^2 = 0{,}0012,\ |\rho|_p = -29{,}8\,\mathrm{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	0.0679	1.0000						
2	0.3748	0.3502	1.0702					
3	0.5502	0.8968	0.5502	1.0000				
4	0.6352	1.1407	1.2208	0.5935	1.0702			
5	0.6801	1.2554	1.4899	1.2554	0.6801	1.0000		
6	0.7063	1.3167	1.6119	1.5062	1.4092	0.6599	1.0702	
7	0.7226	1.3532	1.6764	1.6166	1.6764	1.3532	0.7226	1.0000

$\forall N\ g_0 = 1,\ \omega_p = 1,\ \alpha_p = 0{,}01\,\mathrm{dB}\ \epsilon^2 = 0{,}0023,\ |\rho|_p = -26{,}4\,\mathrm{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	0.0960	1.0000						
2	0.4489	0.4078	1.1007					
3	0.6292	0.9703	0.6292	1.0000				
4	0.7129	1.2004	1.3213	0.6476	1.1007			
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.3049	0.7563	1.0000		
6	0.7814	1.3600	1.6897	1.5350	1.4970	0.7098	1.1007	
7	0.7969	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.3924	0.7969	1.0000

$$\alpha = 10\log_{10}(1+\epsilon^2 T_N^2(\omega))$$

$\forall N\ g_0 = 1,\ \omega_p = 1,\ \alpha_p = 0{,}05\,\text{dB}\ \epsilon^2 = 0{,}0116,\ |\rho|_p = -19{,}4\,\text{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	0.2152	1.0000						
2	0.6923	0.5585	1.2396					
3	0.8794	1.1132	0.8794	1.0000				
4	0.9588	1.2970	1.6078	0.7734	1.2396			
5	0.9984	1.3745	1.8283	1.3745	0.9984	1.0000		
6	1.0208	1.4141	1.9183	1.5475	1.7529	0.8235	1.2396	
7	1.0346	1.4369	1.9637	1.6162	1.9637	1.4369	1.0346	1.0000

$\forall N\ g_0 = 1,\ \omega_p = 1,\ \alpha_p = 0{,}1\,\text{dB}\ \epsilon^2 = 0{,}0233,\ |\rho|_p = -16{,}4\,\text{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	0.3052	1.0000						
2	0.8430	0.6220	1.3554					
3	1.0316	1.1474	1.0316	1.0000				
4	1.1088	1.3062	1.7704	0.8181	1.3554			
5	1.1468	1.3712	1.9750	1.3712	1.1468	1.0000		
6	1.1681	1.4040	2.0562	1.5171	1.9029	0.8618	1.3554	
7	1.1812	1.4228	2.0967	1.5734	2.0967	1.4228	1.1812	1.0000

Diseños tabulados: Prototipos de Chebychev III

Diseños normalizados: $\omega_p = 1$

$$\alpha = 10\log_{10}(1 + \epsilon^2 T_N^2(\omega))$$

$\forall N$ $g_0 = 1$, $\omega_p = 1$, $\alpha_p = 0{,}5\,\text{dB}$ $\epsilon^2 = 0{,}1220$, $|\rho|_p = -9{,}6\,\text{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	0.6986	1.0000						
2	1.4029	0.7071	1.9841					
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000				
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841			
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000		
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841	
7	1.7373	1.2582	2.6383	1.3443	2.6383	1.2582	1.7373	1.0000

$\forall N$ $g_0 = 1$, $\omega_p = 1$, $\alpha_p = 1\,\text{dB}$ $\epsilon^2 = 0{,}25$, $|\rho|_p = -6{,}8\,\text{dB}$

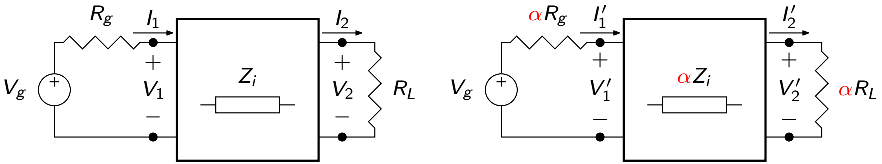
n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	1.0177	1.0000						
2	1.8219	0.6850	2.6597					
3	2.0236	0.9941	2.0236	1.0000				
4	2.0991	1.0644	2.8311	0.7892	2.6597			
5	2.1349	1.0911	3.0009	1.0911	2.1349	1.0000		
6	2.1546	1.1041	3.0634	1.1518	2.9367	0.8101	2.6597	
7	2.1666	1.1115	3.0936	1.1735	3.0936	1.1115	2.1666	1.0000

$$\alpha = 10\log_{10}(1+\epsilon^2 T_N^2(\omega))$$

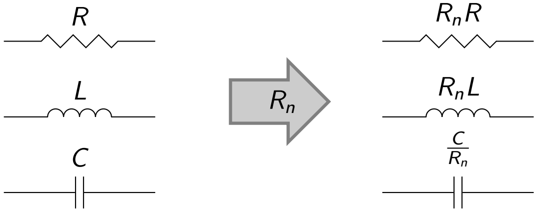
$\forall N$ $g_0 = 1$, $\omega_p = 1$, $\alpha_p = 3\,\mathrm{dB}$ $\epsilon^2 = 1$, $|\rho|_p = -3\,\mathrm{dB}$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8
1	1.9953	1.0000						
2	3.1013	0.5339	5.8089					
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000				
4	3.4389	0.7483	4.3470	0.5920	5.8089			
5	3.4813	0.7619	4.5375	0.7619	3.4813	1.0000		
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8089	
7	3.5185	0.7722	4.6390	0.8038	4.6390	0.7722	3.5185	1.0000

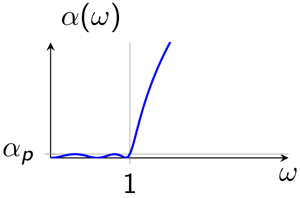
Normalización de impedancias

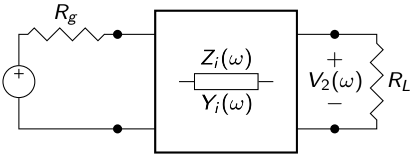


$$\left.\begin{aligned} I_i' &= \frac{I_i}{\alpha} \\ V_i' &= V_i \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{No varía la función de transferencia } H(\omega).$$

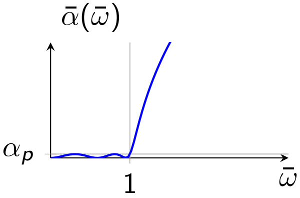


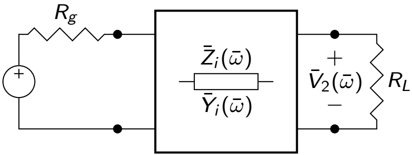
Normalización de frecuencias



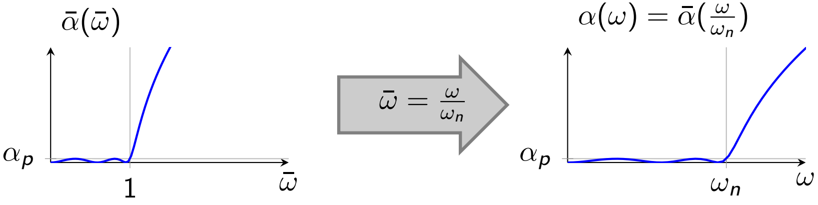


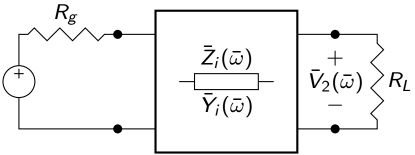
Normalización de frecuencias



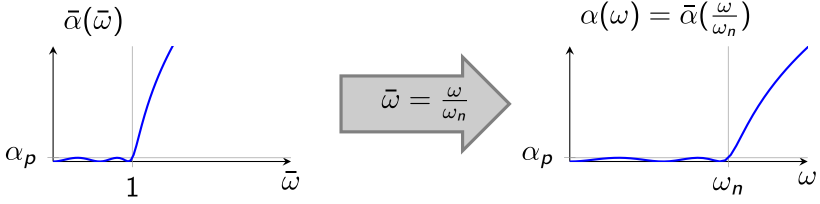


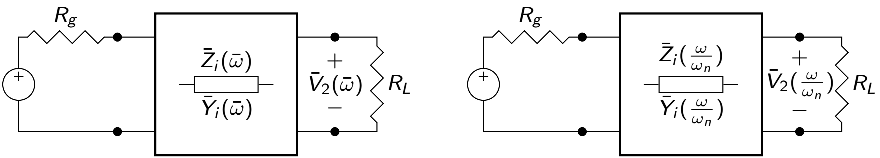
Normalización de frecuencias



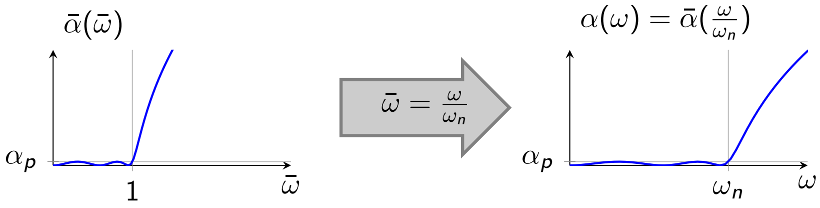


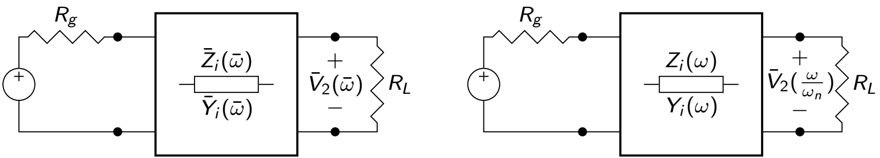
Normalización de frecuencias

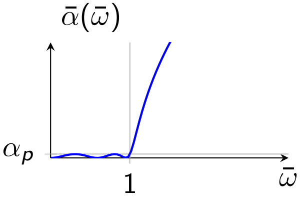




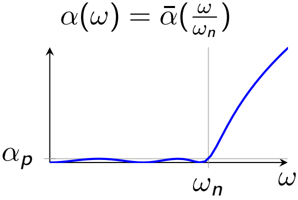
Normalización de frecuencias







$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$$



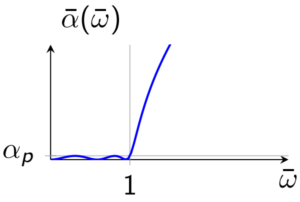
$$\bar{Z}(\bar{\omega}) = \bar{\omega}\bar{L} \qquad \longrightarrow \qquad Z(\omega) = \bar{Z}(\tfrac{\omega}{\omega_n}) = \tfrac{\omega}{\omega_n}\bar{L} = \omega\left(\frac{\bar{L}}{\omega_n}\right)$$

$\bar{L}$

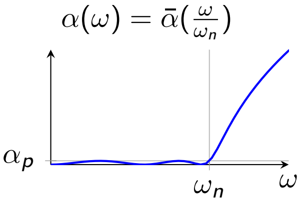
$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$$

$L = \frac{\bar{L}}{\omega_n}$

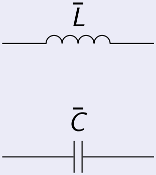
Normalización de frecuencias



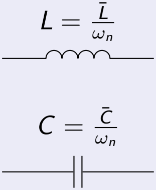
$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$$



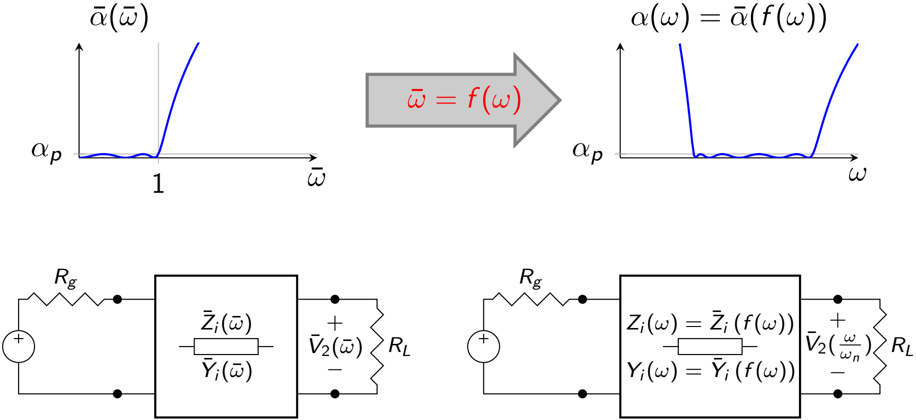
$$\bar{Y}(\bar{\omega}) = \bar{\omega}\bar{C} \qquad \longrightarrow \qquad Y(\omega) = \bar{Y}(\tfrac{\omega}{\omega_n}) = \tfrac{\omega}{\omega_n}\bar{C} = \omega\left(\frac{\bar{C}}{\omega_n}\right)$$



$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$$

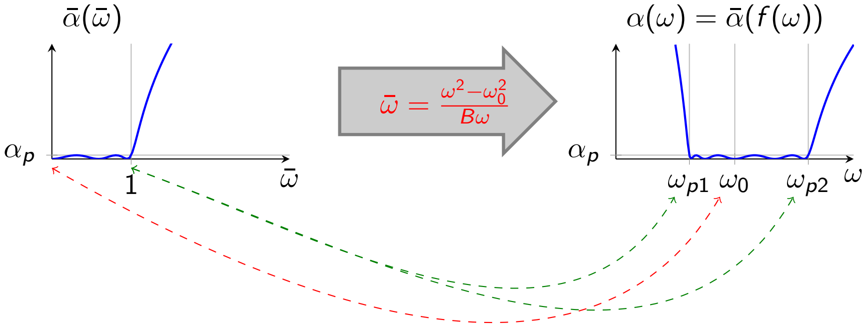


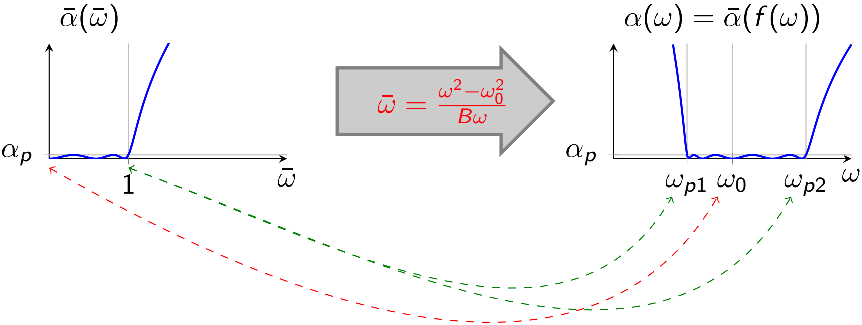
Transformaciones de frecuencia



Transformación paso bajo – Paso banda

Selección de parámetros

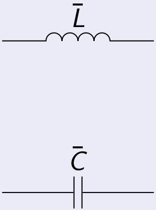




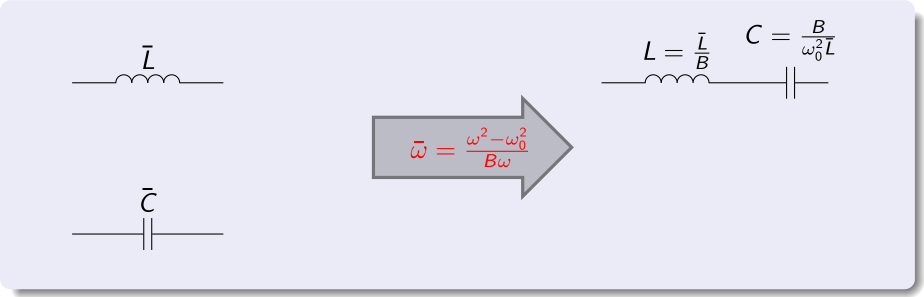
$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{p2}\omega_{p1}}$$

$$B = \omega_{p2} - \omega_{p2}$$

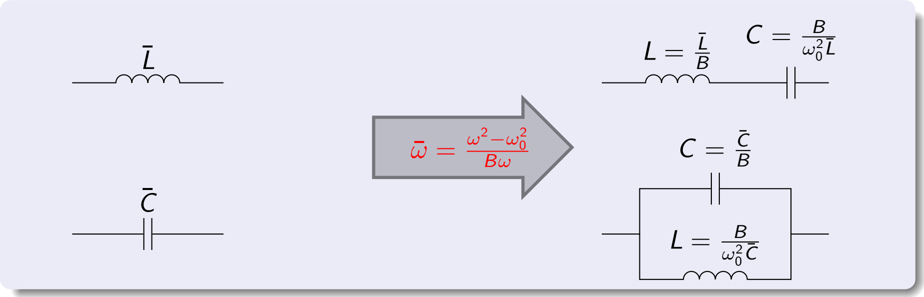
Transformación paso bajo – Paso banda
Elementos reactivos



$$\bar{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{B\omega}$$



$$\bar{Z}(\bar{\omega}) = j\bar{\omega}\bar{L} \qquad \longrightarrow \qquad Z(\omega) = j\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{B\omega}\bar{L} = j\omega\frac{\bar{L}}{B} + \frac{1}{j\omega\frac{B}{\omega_0^2\bar{L}}}$$

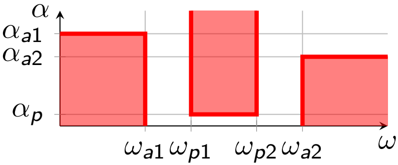


$$\bar{Z}(\bar{\omega}) = j\bar{\omega}\bar{L} \qquad \longrightarrow \qquad Z(\omega) = j\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{B\omega}\bar{L} = j\omega\frac{\bar{L}}{B} + \frac{1}{j\omega\frac{B}{\omega_0^2 \bar{L}}}$$

$$\bar{Y}(\bar{\omega}) = j\bar{\omega}\bar{C} \qquad \longrightarrow \qquad Y(\omega) = j\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{B\omega}\bar{C} = j\omega\frac{\bar{C}}{B} + \frac{1}{j\omega\frac{B}{\omega_0^2 \bar{C}}}$$

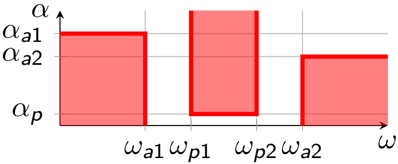
Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.



Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.

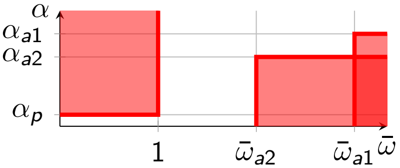


$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{p2}\omega_{p1}}$$

$$B = \omega_{p2} - \omega_{p2}$$

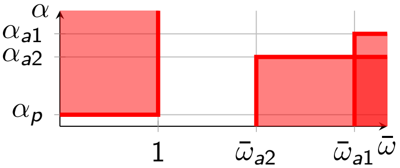
Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.



Proceso de diseño de un filtro paso banda

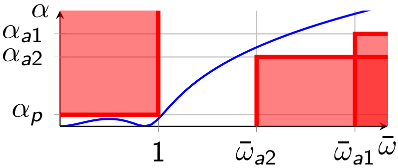
1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.
4. Elegir aproximación.



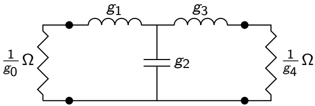
¿N?, ¿Butt. o Cheb u otra?, ¿Rizado?

Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.
4. Elegir aproximación.
5. Elegir de prototipo.

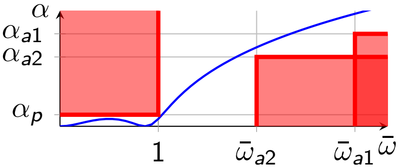


¿N?, ¿Butt. o Cheb u otra?, ¿Rizado?

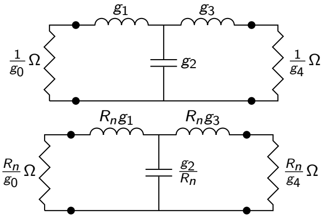


Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.
4. Elegir aproximación.
5. Elegir de prototipo.
6. Escalado de impedancias.

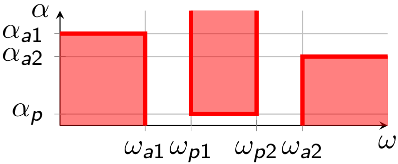


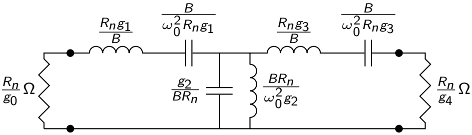
¿N?, ¿Butt. o Cheb u otra?, ¿Rizado?



Proceso de diseño de un filtro paso banda

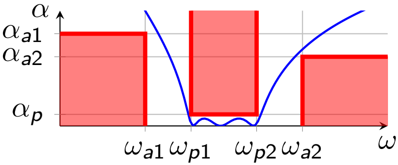
1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.
4. Elegir aproximación.
5. Elegir de prototipo.
6. Escalado de impedancias.
7. Transformación de frecuencias.

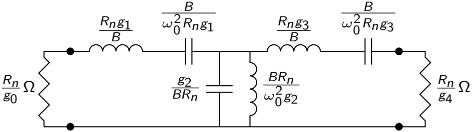




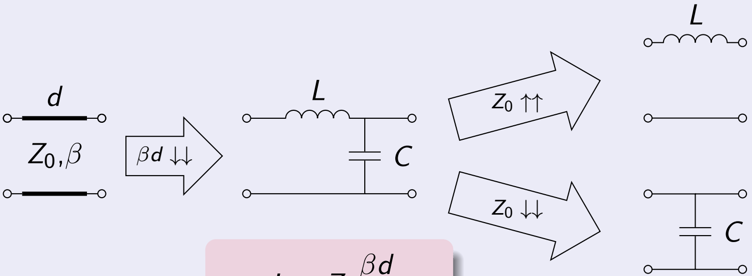
Proceso de diseño de un filtro paso banda

1. Definir especificaciones.
2. Elegir transformación.
3. Transformar especificaciones.
4. Elegir aproximación.
5. Elegir de prototipo.
6. Escalado de impedancias.
7. Transformación de frecuencias.
8. ¿Adaptación de impedancia de generador/carga?





Modelo de línea de transmisión corta: $\beta d < \frac{\pi}{2}$



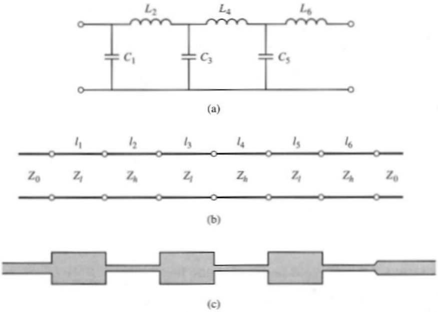
$$L = Z_0 \frac{\beta d}{\omega}$$

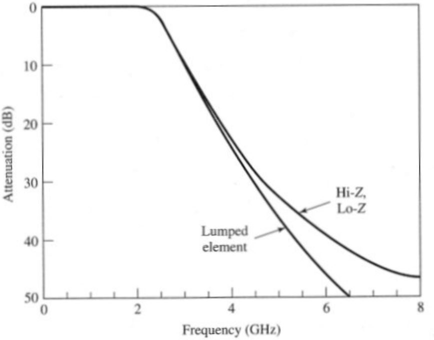
$$C = Y_0 \frac{\beta d}{\omega}$$

Filtro paso bajo con líneas de transmisión

Filtros de saltos de impedancia

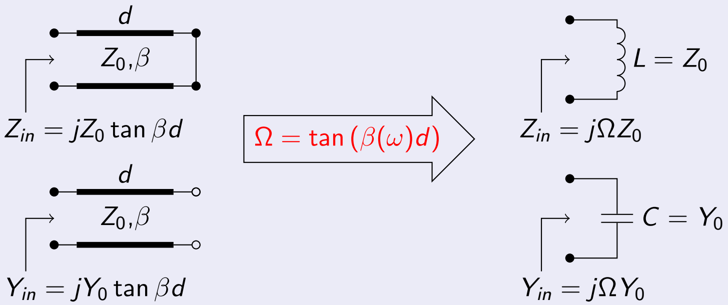
$$\beta\ell_1 = g_1 \frac{Z_\ell}{R_0} = 5.9^\circ,$$





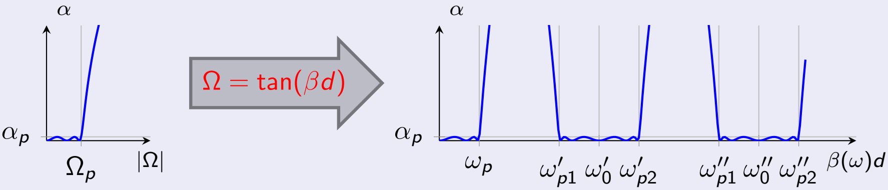
Filtros de elementos conmensurados

Variable de Richard



Filtros de elementos conmensurados

Transformación periódica de Richard



$$\beta(\omega_{pi})d = \pm \text{atan}(\Omega_p) + K\pi$$
$$\beta(\omega_0)d = K\pi$$

Paso bajo

$$d = \lambda_p \frac{\text{atan}(\Omega_p)}{2\pi}$$

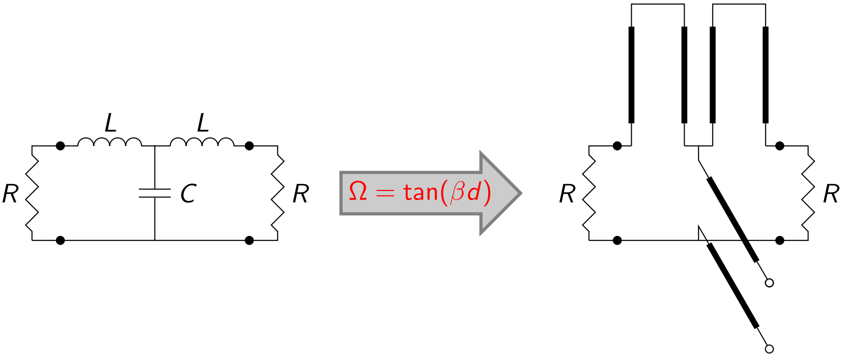
Paso banda

$$d = \frac{\lambda_0}{2} K$$
$$\Omega_p = \tan\left[\pi d \left(\frac{1}{\lambda_{p2}} - \frac{1}{\lambda_{p1}}\right)\right]$$

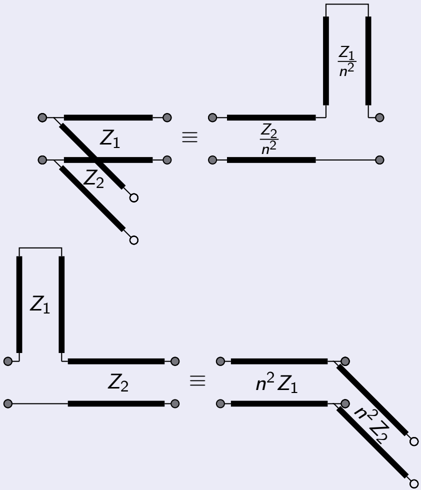
Banda eliminada

$$d = \frac{\lambda_0}{4}(2K - 1)$$
$$\Omega_p = \cot\left[\pi d \left(\frac{1}{\lambda_{p2}} - \frac{1}{\lambda_{p1}}\right)\right]$$

Filtros de elementos conmensurados
Ejemplo



Identidades de Kuroda

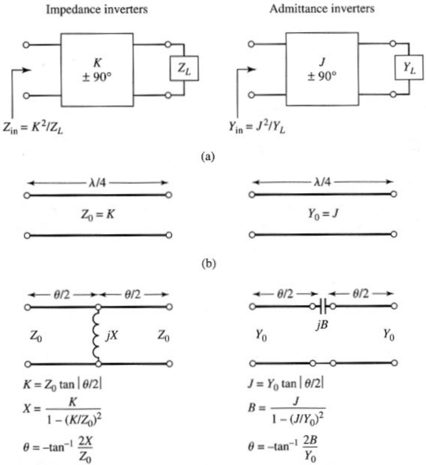


- Resonador: elemento que puede modelarse como un *tanque LC* (serie o paralelo).
- Cada tecnología suele proporcionar un único tipo de conexión:
  - Conexión serie.
  - Conexión paralelo.
- Las conexiones entre resonadores se modelan mejor mediante inversores de impedancia/admitancia

Inversores de impedancia/admitancia

Definición

Elemento ideal que nos sirve para modelar los acoplos entre resonadores



Resonadores $\lambda/2$

Definición

Tramos de línea de transmisión cuya longitud es igual a $\lambda/2$ a la frecuencia de resonancia ω_0.

Equivalencia con el tanque LC

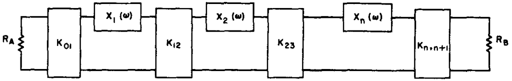
$$LC = \omega_0^2$$

$$\text{Modelado como } LC \text{ serie} : \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 \frac{\pi}{2}$$

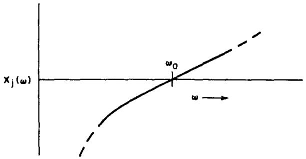
$$\text{Modelado como } LC \text{ paralelo} : \sqrt{\frac{C}{L}} = Y_0 \frac{\pi}{2}$$

Filtros de cavidades directamente acopladas I

$\omega_1' = 1,\ x_j = \sqrt{L_j/C_j}$



(a) A GENERALIZED, BAND-PASS FILTER CIRCUIT USING IMPEDANCE INVERTERS



8-3527-185

(b) REACTANCE OF jth RESONATOR

$$\mathcal{X}_j = \frac{\omega_0}{2}\,\frac{dX_j(\omega)}{d\omega}\bigg|_{\omega=\omega_0} \quad \text{ohms} \qquad (1)$$

= Reactance Slope Parameter

$$K_{01} = \sqrt{\frac{R_A \mathcal{X}_1 w}{g_0 g_1 \omega_1'}} \qquad (2)$$

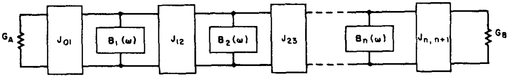
$$K_{j,j+1}\Big|_{j=1 \text{ to } n-1} = \frac{w}{\omega_1'}\sqrt{\frac{\mathcal{X}_j \mathcal{X}_{j+1}}{g_j g_{j+1}}} \qquad (3)$$

$$K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{R_B \mathcal{X}_n w}{\omega_1' g_n g_{n+1}}} \qquad (4)$$

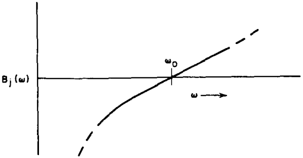
$$w = \text{fractional bandwidth} = \text{or} \approx \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \qquad (5)$$

Filtros de cavidades directamente acopladas II

$\omega_1' = 1,\ b_j = \sqrt{C_j/L_j}$



(a) A GENERALIZED, BAND-PASS FILTER CIRCUIT USING ADMITTANCE INVERTERS



(b) SUSCEPTANCE OF j th RESONATOR

A-3527-186

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \left. \frac{dB_j(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad \text{mhos} \qquad (1)$$

$$= \text{Susceptance Slope Parameter}$$

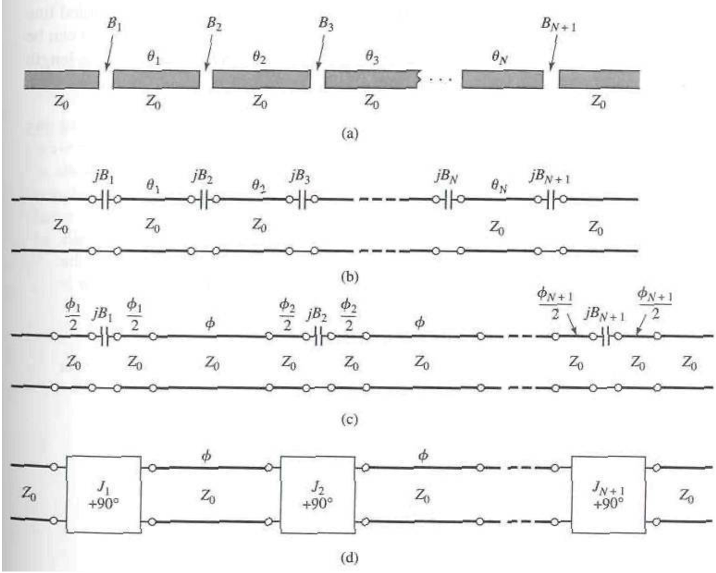
$$J_{01} = \sqrt{\frac{G_A b_1 w}{g_0 g_1 \omega_1'}} \qquad (2)$$

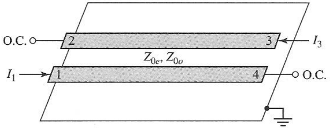
$$\left. J_{j,j+1} \right|_{j=1 \text{ to } n-1} = \frac{w}{\omega_1'} \sqrt{\frac{b_j b_{j+1}}{g_j g_{j+1}}} \qquad (3)$$

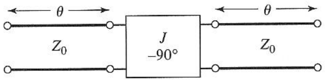
$$J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{G_B b_n w}{\omega_1' g_n g_{n+1}}} \qquad (4)$$

$$w = \text{fractional bandwidth} = \text{or} \approx \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \qquad (5)$$

Filtros de cavidades directamente acopladas
Acoplo por capacidad

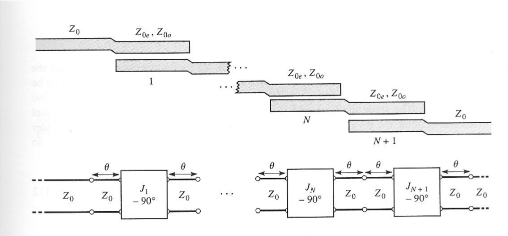


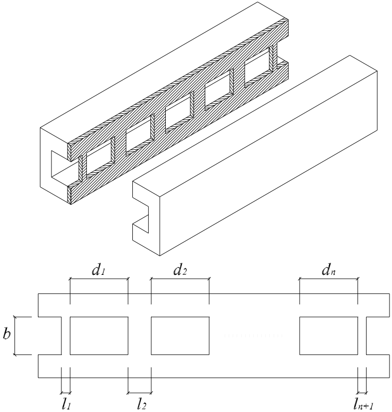


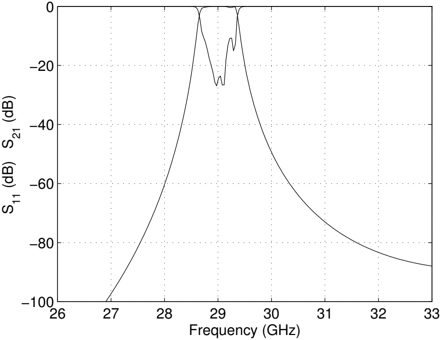


$$Z_{0e} = Z_0[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2]$$

$$Z_{0o} = Z_0[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2]$$




d_1
d_2
d_n
b
l_1
l_2
l_{n+1}


S11 (dB) S21 (dB)
0
−20
−40
−60
−80
−100
26
27
28
29
30
31
32
33
Frequency (GHz)