1.2.14. Problemas

Reparametrizaciones

1.2.14. Ejercicio 1-a

Estudiar cuáles de las siguientes curvas son regulares:

$$\alpha_1(t) = (\cos(t)^2, \sin(t)^2), \qquad t \in \mathbb{R}$$

Para las que sean regulares, obtener una reparametrización con velocidad unitaria.

1.2.14. Ejercicio 1-b

Estudiar cuáles de las siguientes curvas son regulares:

$$\alpha_2 = (\cos(t)^2, \sin(t)^2), \qquad 0 < t < \frac{\pi}{2}$$

Para las que sean regulares, obtener una reparametrización con velocidad unitaria.

1.2.14. Ejercicio 1-c

Estudiar cuáles de las siguientes curvas son regulares:
$\alpha_3(t) = (t, \cosh(t))$, $0 < t < b$.
Para las que sean regulares, obtener una reparametrización con velocidad unitaria.

1.2.14. Ejercicio 2

Se consideran las curvas $\gamma : (-\infty, \infty) \to \mathbb{R}^3$ definida por $\gamma(t) = (t, \sin(t), e^t)$ y $\delta : (0, \infty) \to \mathbb{R}^3$ definida por $\delta(s) = (\ln(s), \sin(\ln(s)), s)$.
Probar que δ es reparametrización de γ.

1.2.14. Ejercicio 3

Probar que $h : (0, \infty) \to (0, 1)$ definida por $h(s) = \frac{s^2}{s^2+1}$ es función de reparametrización.

1.2.14. Ejercicio 4

Reparametrizar a velocidad unitaria la hélice $\gamma(t) = (a\cos(t), a\sin(t), bt)$.

1.2.14. Ejercicio 5

Sea $\gamma(t) = (\frac{1}{\sqrt{3}}\cos(t) + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(t), \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(t), \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(t) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(t))$. Estudiar si tiene velocidad unitaria, y en caso negativo, reparametrizar a velocidad unitaria.

1.2.14. Ejercicio 6

Sea $\gamma(t) = (e^t, e^{-t}, \sqrt{2}t)$. Reparametrizar a velocidad unitaria.

1.2.14. Ejercicio 7

Obtener una parametrización con velocidad unitaria, de la curva $\gamma : (1, 2) \to \mathbb{R}^3$ definida por:

$$\gamma(t) = \left(\frac{t}{2}, \frac{1}{2t}, \frac{\sqrt{2}}{2} \ln(t) \right)$$