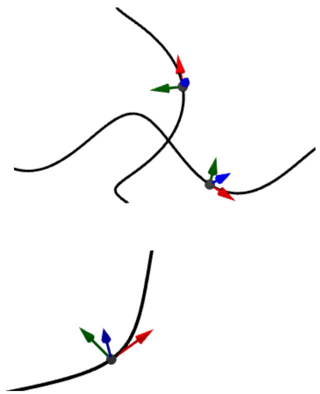
1.4. Curvas espaciales



Curvatura de una curva alabeada

Sea $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^3$ una curva regular. La curvatura de γ es:

$$\kappa(t) = \frac{\| \vec{\gamma}'(t) \times \vec{\gamma}''(t) \|}{\| \vec{\gamma}'(t) \|^3}$$

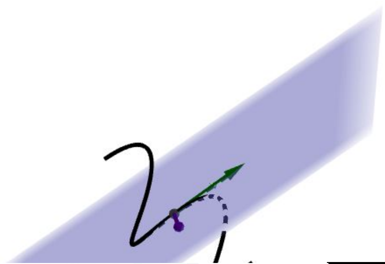
Calcular la curvatura

$\gamma(t) = (-\sqrt{3}\cos(t) + \sin(t), \ \sqrt{3}\cos(t) + \sin(t), \ -2\sin(t))$

Plano osculador

Si $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^3$ una curva regular con curvatura no nula, se llama **plano osculador de** γ en $t_0 \in (a,b)$, al plano que pasa por $\gamma(t_0)$ y tiene por vector ortogonal a

$$\vec{\gamma}'(t_0) \times \vec{\gamma}''(t_0)$$



Plano osculador y reparametrizaciones

El plano osculador no cambia al reparametrizar la curva.

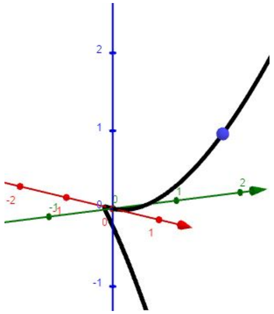
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

1.4. Curvas espaciales

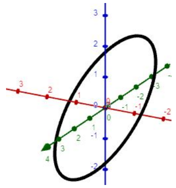
Obtener el plano osculador

$$\gamma(t) = (t,\ t^2,\ t^3), \qquad \text{en} \qquad t_0 = 1$$



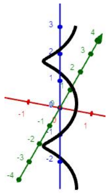
Calcular el plano osculador en un punto genérico

$$\gamma(t) = (-\sqrt{3}\cos(t) + \sin(t),\ \sqrt{3}\cos(t) + \sin(t),\ -2\sin(t))$$



Calcular la curvatura y el plano osculador en un punto genérico

$$\alpha(t) = \left(\frac{1}{2}\cos(t), \frac{1}{2}\sin(t), \frac{t}{2}\right)$$

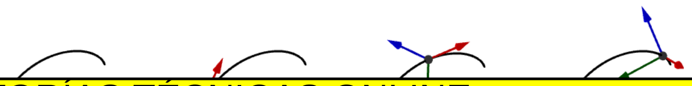


Triedro de Frenet

Si $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^3$ es una curva regular con velocidad unitaria, entonces para todo $s \in (a,b)$, con $\kappa(s) \neq 0$, se llama **triedro de Frenet** a la base de $\mathbb{R}^3$, ortonormal y positivamente orientada: $B^{on+} = \{\vec{T},\ \vec{N},\ \vec{B}\}$ donde:

$$\vec{T}(s) = \vec{\gamma}'(s), \qquad \vec{N}(s) = \frac{\vec{\gamma}''(s)}{\|\ \vec{\gamma}''(s)\ \|}, \qquad \vec{B}(s) = \vec{T}(s) \times \vec{N}(s)$$

los vectores $\vec{T}(s)$, $\vec{N}(s)$ y $\vec{B}(s)$, se denominan respectivamente **vector tangente**, **vector normal** y **vector binormal** de γ en $s \in (a,b)$.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

triedro de cualquiera de sus reparametrizaciones a velocidad unitaria, que conserve la orientación.

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

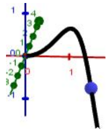
Cálculo del triedro de Frenet en curvas con parametrización arbitraria

Sea $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^3$ una curva regular con curvatura no nula en todos sus puntos. Entonces se verifica que:

$$\vec{T} = \frac{\vec{\gamma}'}{\| \vec{\gamma}' \|}, \qquad \vec{B} = \frac{\vec{\gamma}' \times \vec{\gamma}''}{\| \vec{\gamma}' \times \vec{\gamma}'' \|}, \qquad \vec{N} = \vec{B} \times \vec{T}$$

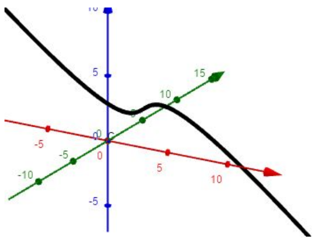
Obtener el triedro de Frenet, la curvatura y el plano osculador

$$\gamma(t) = (\sqrt{t},\ -t,\ \sin(t)), \qquad t \in (0,10), \qquad \text{en} \qquad t_0 = \pi$$



Obtener el triedro de Frenet y el plano osculador

$$\gamma(t) = (3+t^3,\ 3t,\ 3-t^3) \qquad \text{en un punto genérico} \qquad t \in (0,10)$$



Ecuaciones de Frenet - Serret

Sea $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^3$ una curva regular con velocidad unitaria y curvatura no nula, y sea $B^{on+} = \{\vec{T}(s),\ \vec{N}(s),\ \vec{B}(s)\}$ su triedro de Frenet.
Entonces, si $\kappa(s)$ es la curvatura de la curva, se verifica que:

$$\left.\begin{array}{rl} \vec{T}'(s) = & \kappa(s)\,\vec{N}(s) \\ \vec{N}'(s) = & -\kappa(s)\,\vec{T}(s) + \tau(s)\,\vec{B}(s) \\ \vec{B}'(s) = & -\tau(s)\,\vec{N}(s) \end{array}\right\},$$

Para cierta función suave: $\tau : (a,b) \to \mathbb{R}$.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.