

**MODELADO, CONTROL Y  
SIMULACIÓN DE UN  
SERVOMOTOR**

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# OBJETIVO GENERAL

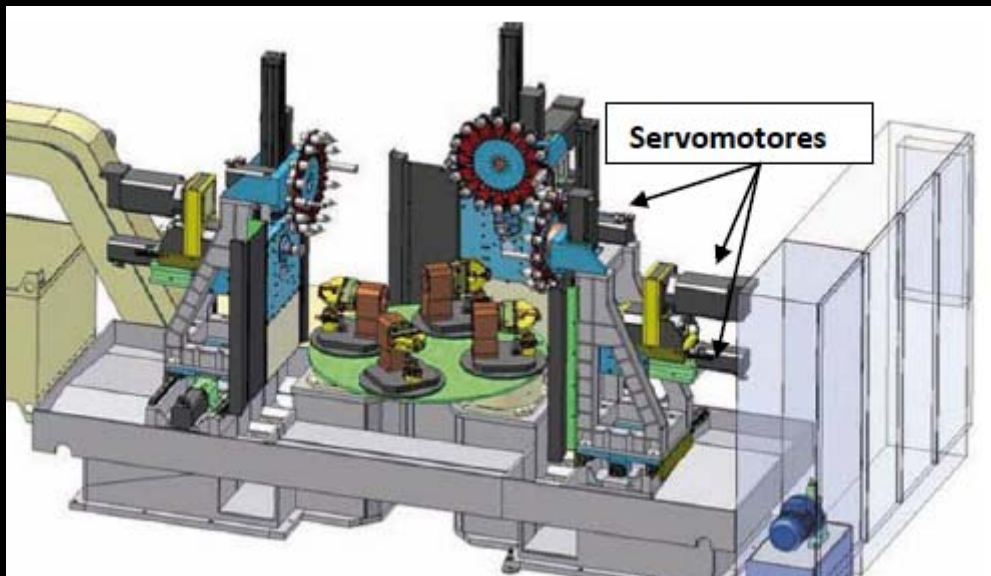
- Establecer la metodología a seguir en el modelado y control de un sistema lineal con el fin de facilitar al alumno el aprendizaje y comprensión de los conceptos teóricos de control avanzado.
- Dicha propuesta metodológica se basa en abordar los conceptos desde un punto de vista práctico a través del desarrollo de herramientas de simulación que se utilizarán en las clases de problemas de las asignaturas vinculadas al área de la Ingeniería de Control del Grado en Ingeniería en Automática y Electrónica Industrial.
- Esta propuesta debe interpretarse como "la guía" que el alumno debe seguir para vincular los parámetros reales de un sistema dados por el fabricante, en este caso un servomotor, con el modelo lineal teórico.
- Simular dicho modelo y controlarle con técnicas de control avanzadas.

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Estado del arte

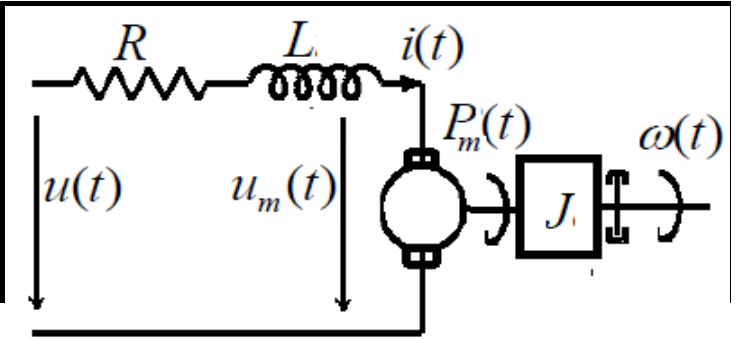
- Innovación Educativa
- Servomotores
  - Maquinas de control numérico
- Laboratorios Remotos
- Robótica



# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Modelado del motor



Ecuaciones en el dominio del tiempo

$$u_{(t)} = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + u_m(t)$$

$$u_m(t) = K_b \omega(t)$$

$$P_m(t) = K_p i(t)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = p_m(t) - B\omega(t)$$

Ecuaciones en el dominio de la frecuencia

$$U_{(s)} = RI(s) + LsI(s) + U_m(s)$$

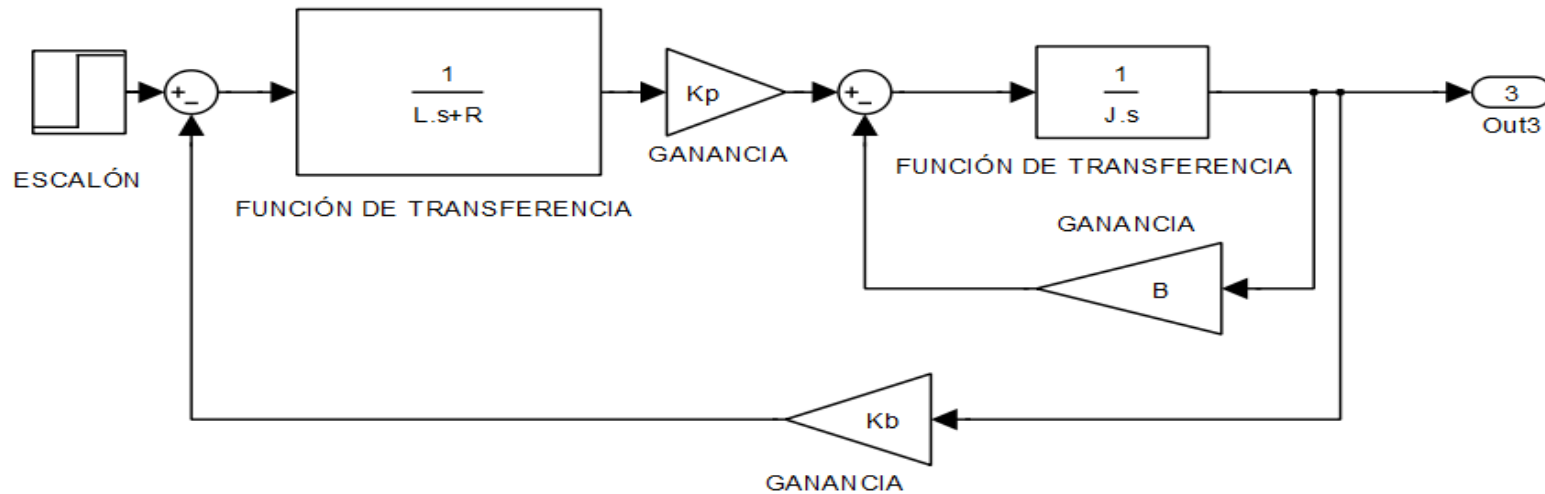
$$U_m(s) = K_b W(s)$$

$$P_m(s) = K_p I(s)$$

$$Js\Omega_{(s)} = P_m(s) - B\Omega(s)$$

$$\Omega(s) = \frac{K_p}{(Ls + R)(B + Js) + K_p K_b} U(s)$$

# DIAGRAMA DE BLOQUES DEL MOTOR



UNIMOTOR EZ		PARAMETROS CARACTERISTICOS DEL MOTOR			
Resistencia (ph - ph)	Inductancia (ph - Ph)	$K_p$	$K_b$	$J_m$	$B_m$
3.5 $\Omega$	0.0119 H	0.93 N.m/Amp	0.544 V.seg/rad	1.5 Kg cm <sup>2</sup>	0.0015



# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Análisis del Sistema

FUNCION DE TRANSFERENCIA MOTOR  
(LAZO DIRECTO)

$$G_{LA} = \frac{5.21 \times 10^5}{s^2 + 304.1s + 2.864 \times 10^5}$$

FUNCION DE TRANSFERENCIA MOTOR  
(LAZO CERRADO)

$$G_{LC} = \frac{5.21 \times 10^5}{s^2 + 304.1s + 8.074 \times 10^5}$$

## Datos del sistema

DATOS OBTENIDOS	LAZO DIRECTO	LAZO CERRADO
$(K_e)$ ganancia estática.	1.8194	0.6453
$(\omega_n)$ frecuencia natural no amortiguada	535.1353 rad/s	898.5422 rad/s
$(\zeta)$ coeficiente de amortiguamiento	0.2842	0.1692
Polos	$S_{1,2} = 152.06 \pm 513.08i$	$S_{1,2} = 152.06 \pm 885.58i$

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Para el Modelado

- Conocer y aplicar las técnicas de modelado para sistemas lineales (D).
- Adquirir destreza en la caracterización de los parámetros del sistema modelado (D).
- Vincular el modelo matemático del sistema con los datos que provén los fabricantes (D).

## Propuesta para el alumno

- Obtener el modelo matemático del sistema en el dominio de la frecuencia.
- Analizar el sistema en lazo abierto y lazo cerrado
- Implementar el modelo en Matlab -Simulink.

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# DISEÑO DE CONTROLADORES

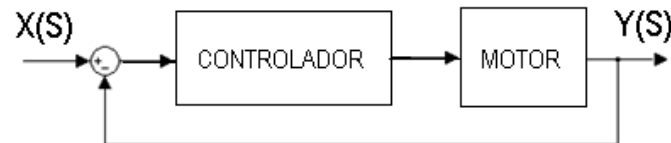
## PID MEDIANTE ASIGNACIÓN DIRECTA DE POLOS

$$G_{cc} = \frac{G_{PID} \cdot G_p}{1 + G_{PID} \cdot G_p}$$

$$S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2 = 0$$

**PID**

$$G_{PID}(s) = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right]$$



Valores asignados por el diseñador

$\omega_n$	535,1353 rad/s
$\zeta$	0.7
$\alpha$	6

$$1 + G_{PID} G_p = (s + \alpha\omega_n) (S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2)$$

Polo real

Constantes del controlador PID para un  $\alpha = 6$ .

$K_p$	4.617
$T_i$	0.0026
$T_d$	0.0015

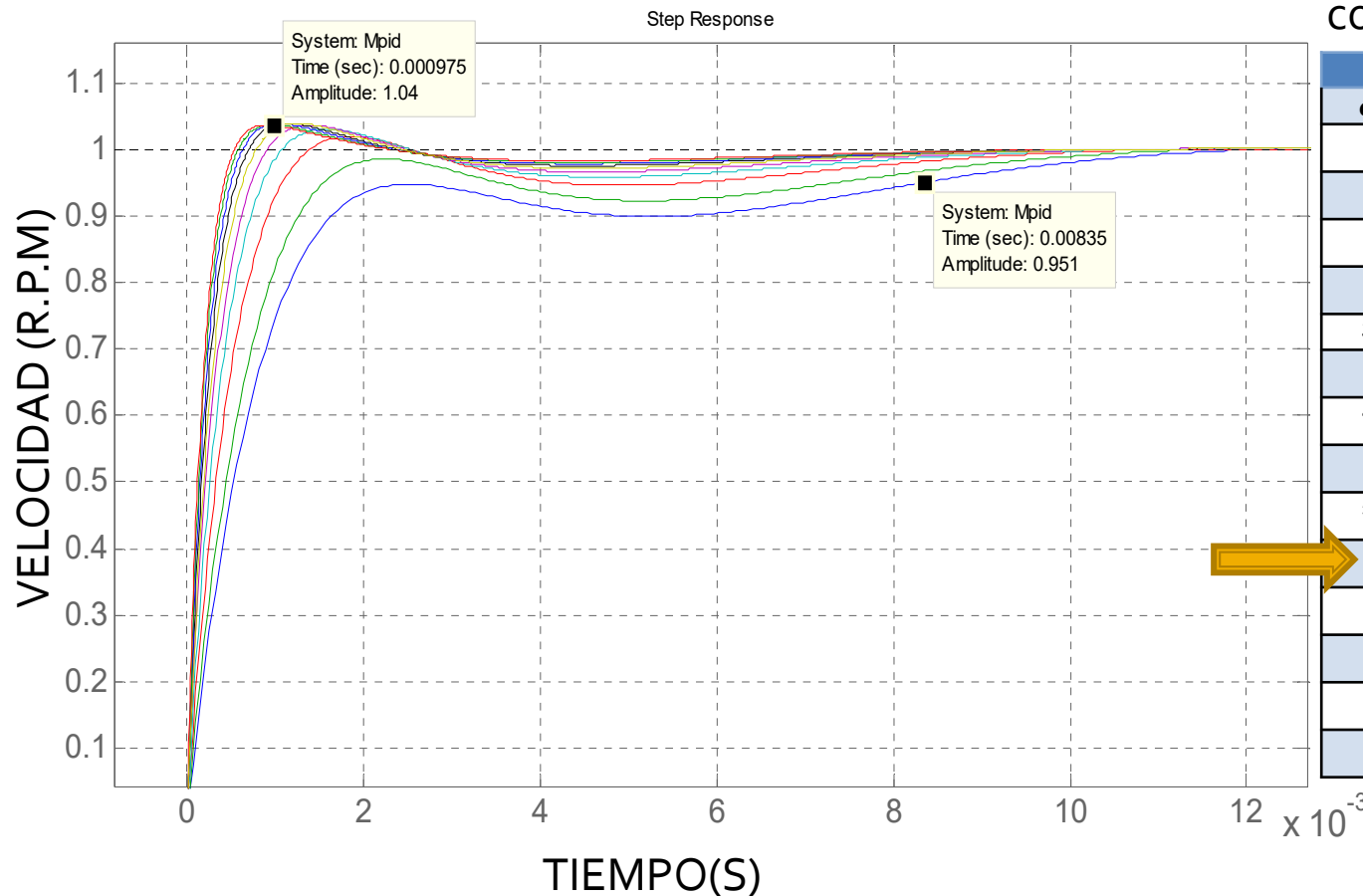
$\zeta < 0.4$  sobreoscilación.

$\zeta > 0.8$  lentitud.

$\zeta$  entre 0.5 y 0.8 acercará al valor final con mayor rapidez.

# Respuesta del sistema con PID

- Diferentes respuestas del sistema con controlador PID.



- Al variar el valor de  $\alpha$  se obtiene la Variación de las constantes del PID

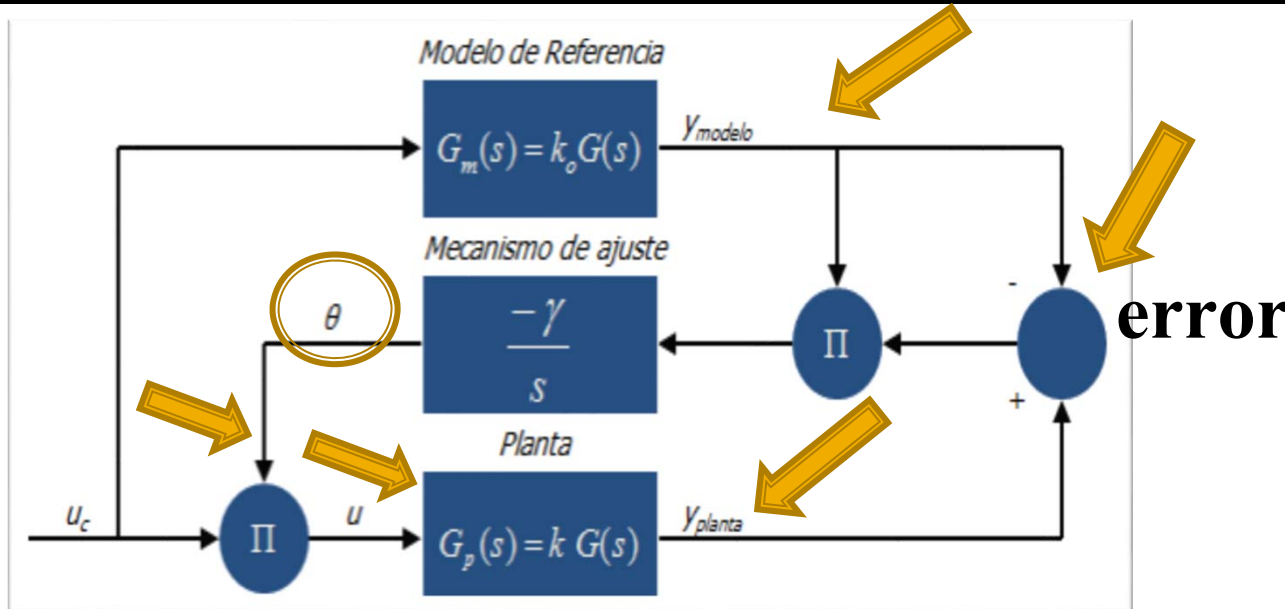
$\alpha =$	Kp	Ti	Td
1	0.76945776	0.00261596	0.00244514
1.5	1.15421564	0.00261603	0.002075
2	1.53897351	0.00261606	0.00188994
3	2.30848926	0.0026161	0.00170488
3.5	2.69324713	0.0026161	0.001652
4	3.07800501	0.00261611	0.00161235
4.5	3.46276288	0.00261612	0.00158151
5	3.84752076	0.00261612	0.00155683
5.5	4.23227863	0.00261612	0.00153665
6	4.61703651	0.00261613	0.00151982
7	5.38655225	0.00261613	0.00149339
8	6.156068	0.00261614	0.00147356
9	6.92558375	0.00261614	0.00145814
10	7.6950995	0.00261614	0.0014458

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros



# CONTROL ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERENCIA



$$e = y_{planta} - y_{modelo}$$

DISEÑADOR

**error**

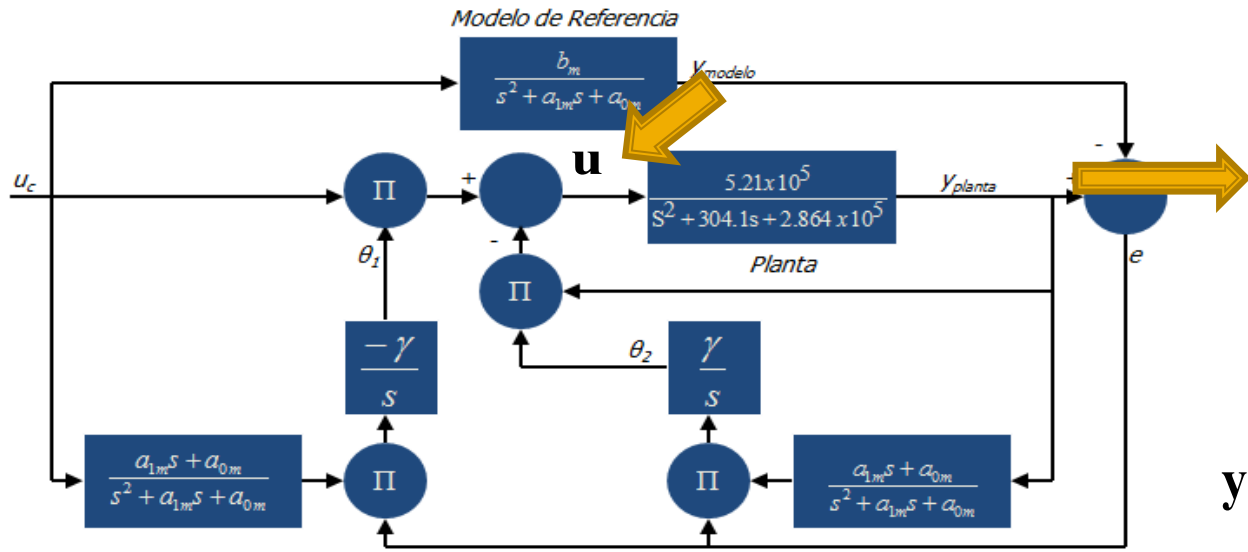
FUNCION DE COSTE

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2$$

REGLA MIT

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\delta J}{\delta \theta} = -\gamma e \frac{\delta e}{\delta \theta}$$

Derivada de la sensibilidad



$$u = \theta_1 u_c - \theta_2 y_{planta}$$

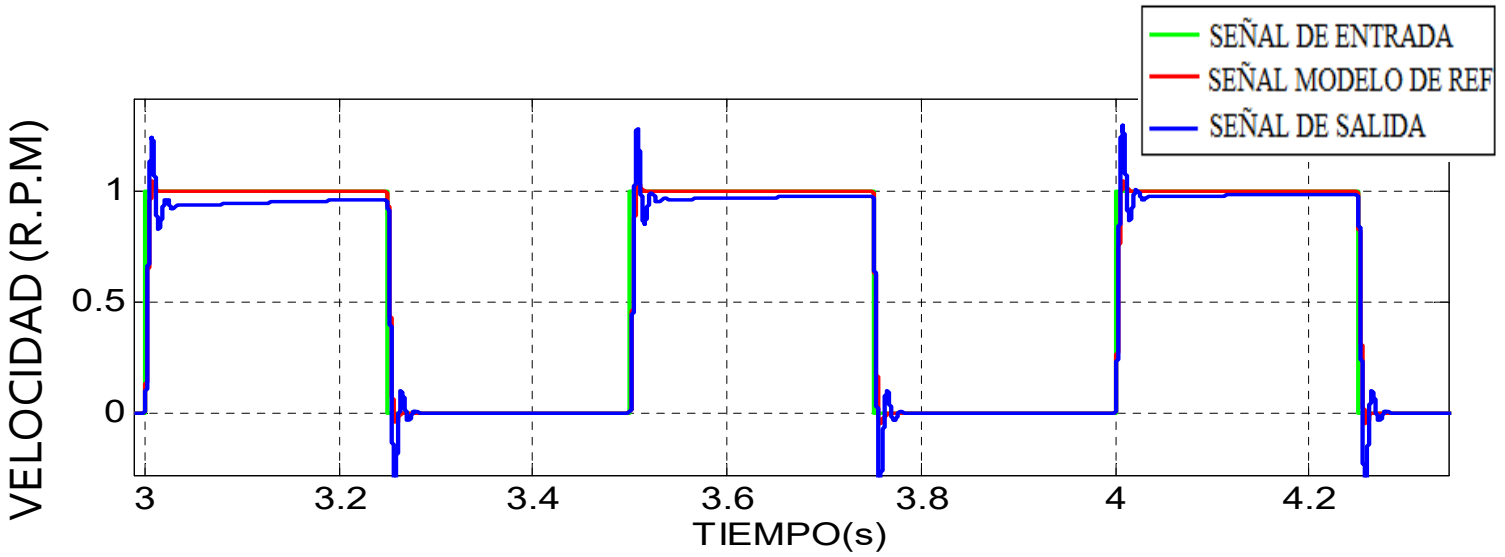
$$e = y_{planta} - y_{modelo} = G_p u - G_m u_c$$

$$y_{planta} = G_p u$$

$$y_{planta}(s) = \frac{G_p(s)\theta_1}{1 + G_p(s)\theta_2} u_c(s)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación del error, se tiene:

$$e(s) = \frac{G_p(s)\theta_1}{1 + G_p(s)\theta_2} u_c(s) - G_m(s)u_c(s)$$



# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Diseño de controladores

- Conocer y aplicar las técnicas de control más utilizadas para los sistemas lineales (D).
- Adquirir destreza en el diseño de los controladores utilizando un método analítico (D).

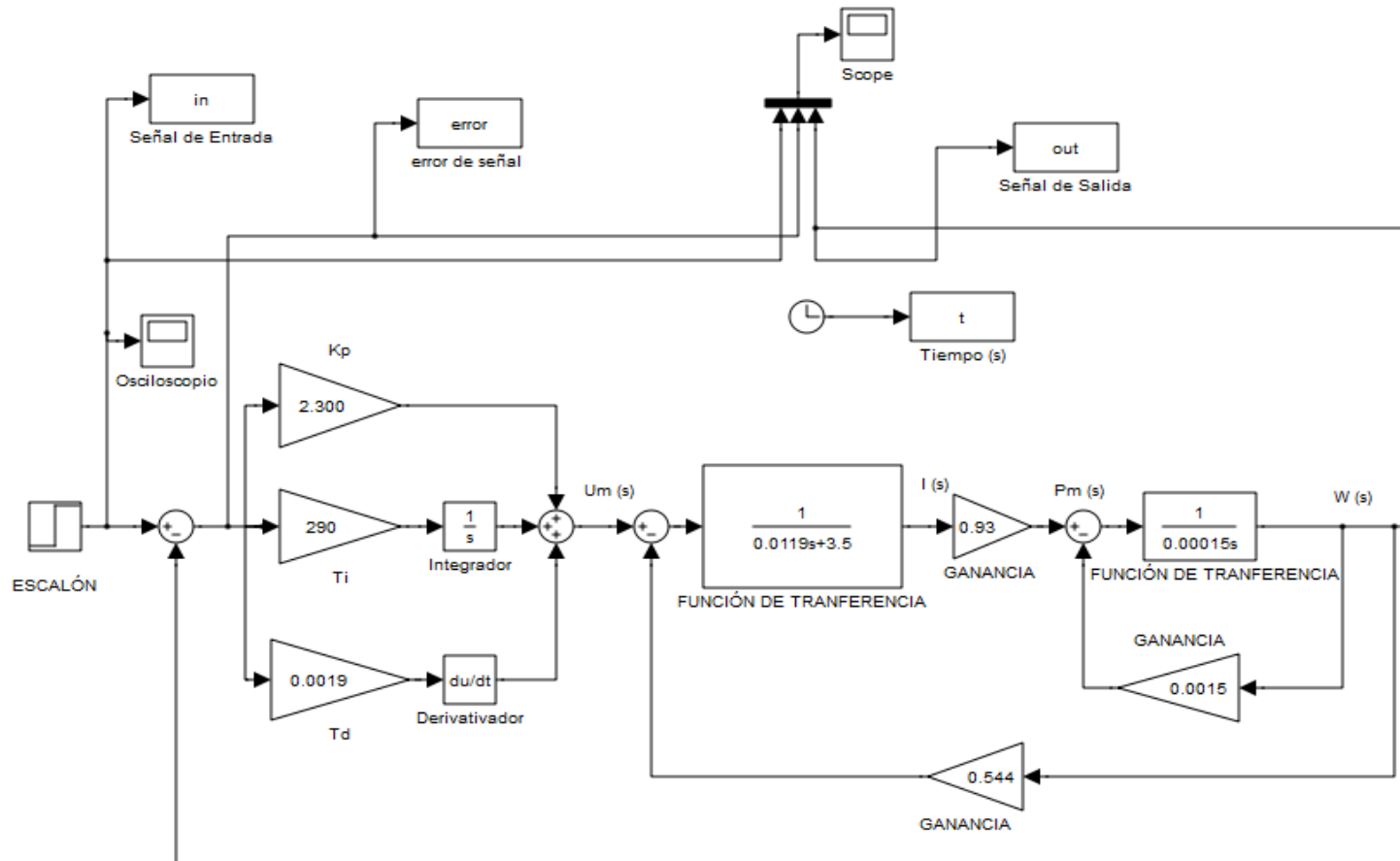
## Propuesta para el alumno

- **PARA EL CONTROLADOR PID**
  - a. Realizar el diseño analítico del controlador. Determinar la función de transferencia de lazo cerrado.
  - b. Para el servomotor modelado, determinar mediante la técnica de asignación de polos, las constantes del controlador.
- **PARA EL CONTROL ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERENCIA.**
  - a. Obtener y fundamentar la elección del modelo de referencia.
  - b. Determinar analíticamente de las funciones de transferencia para la adaptación de los parámetros de prealimentación y realimentación.

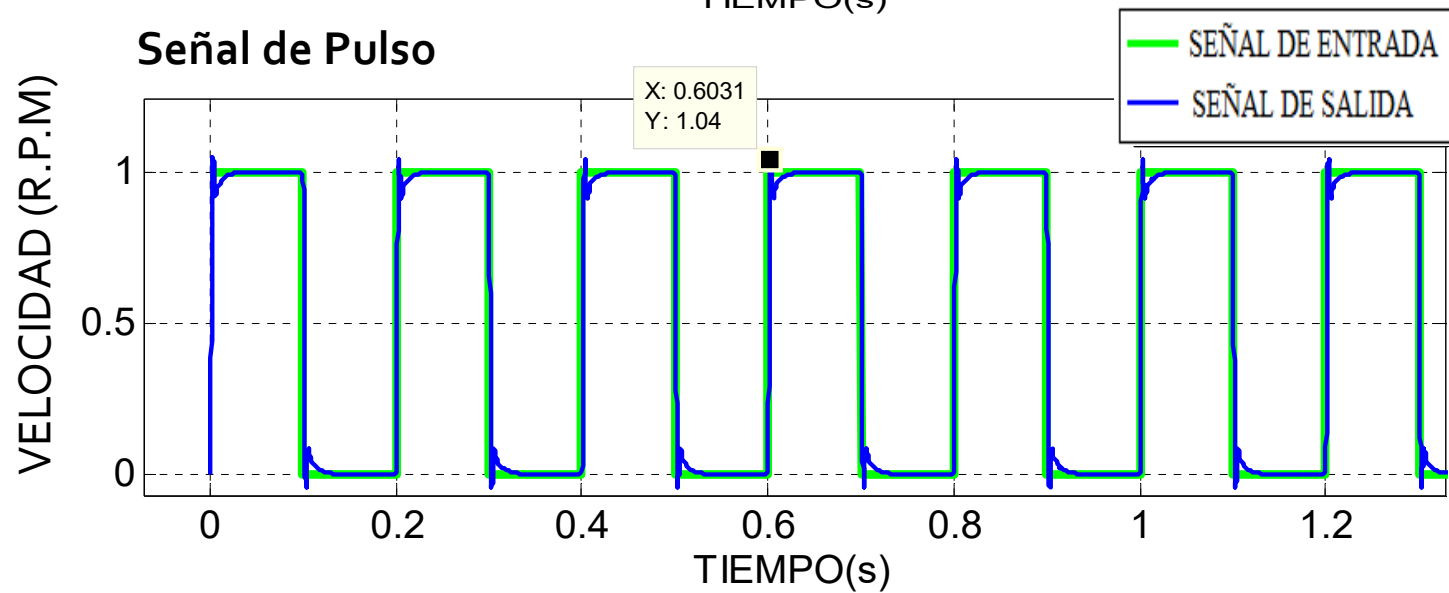
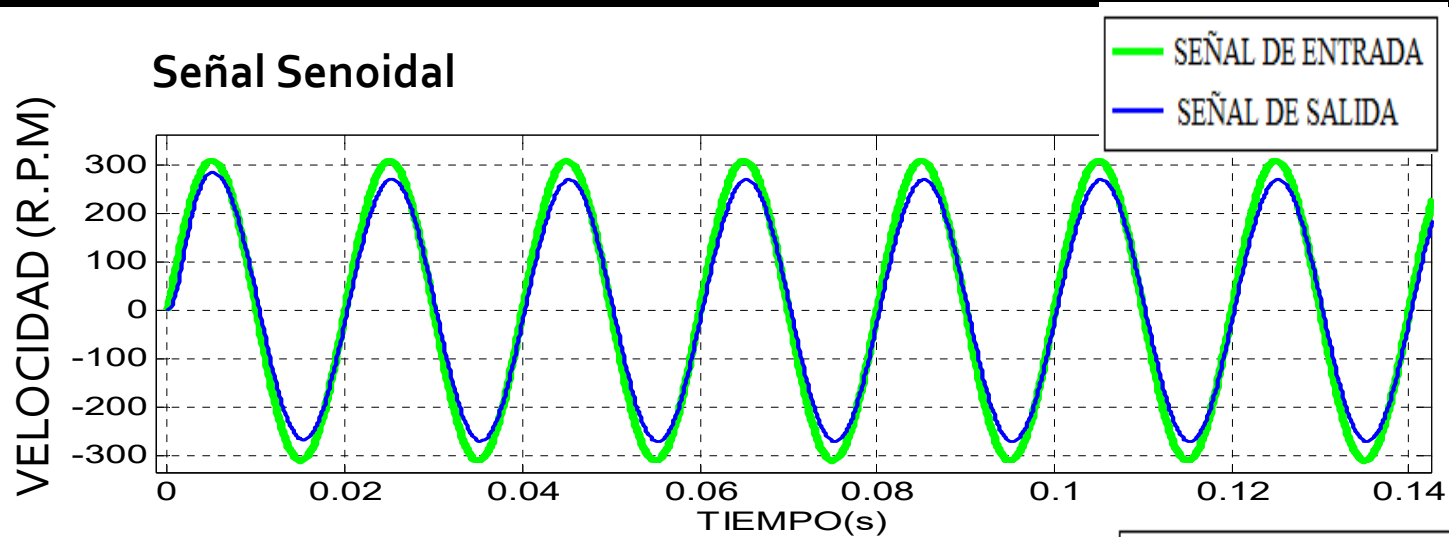
# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

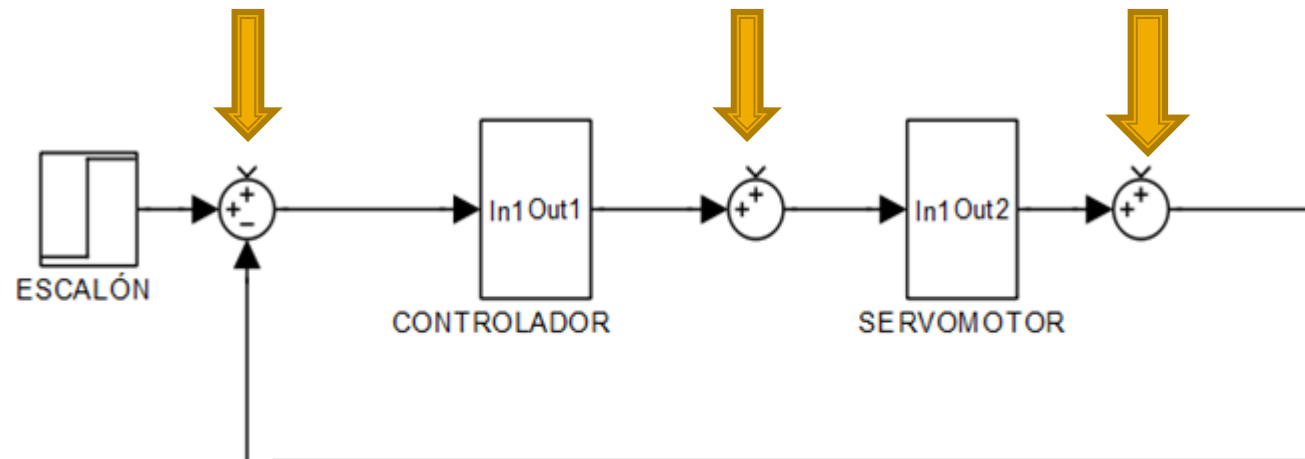
# Controlador PID - Simulink



# SEÑALES DE ENTRADA

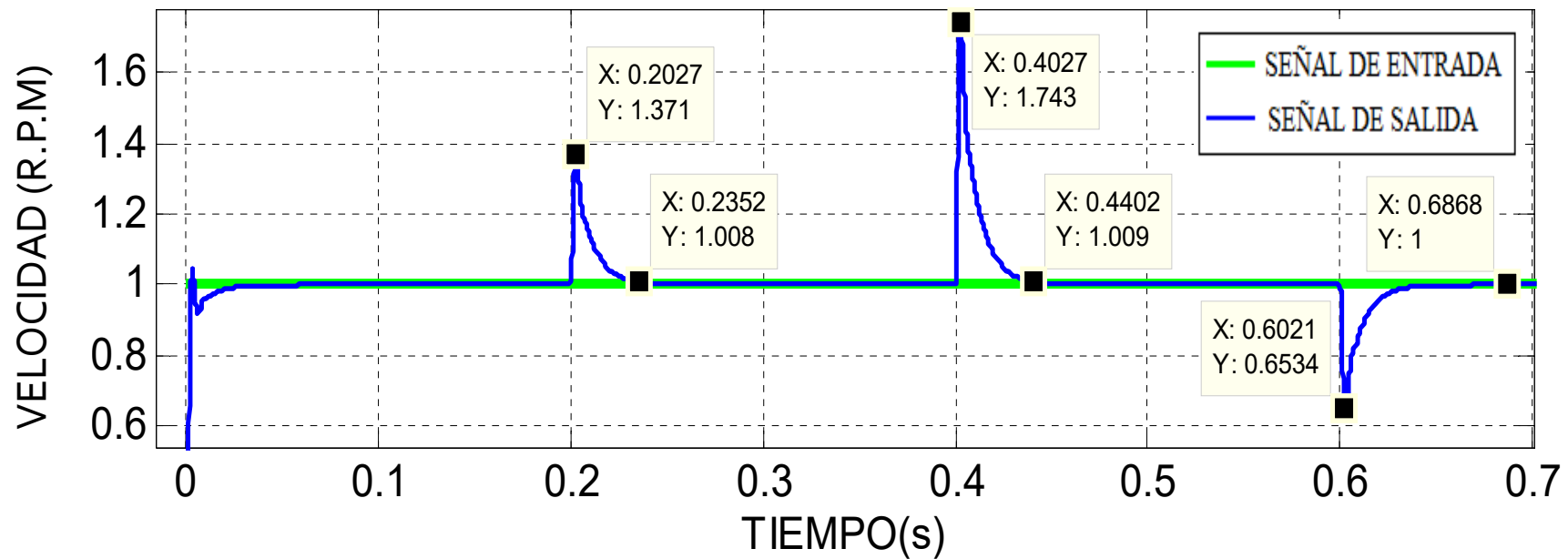
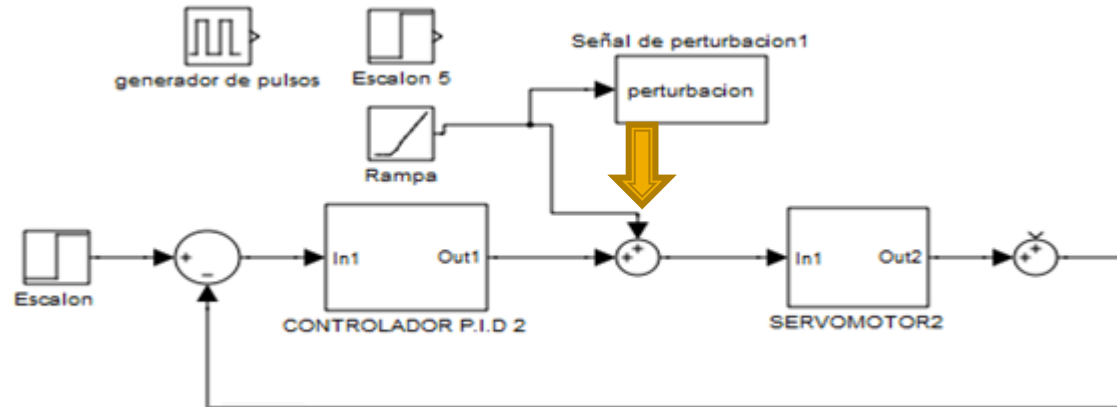


# PERTURBACIONES DEL SISTEMA

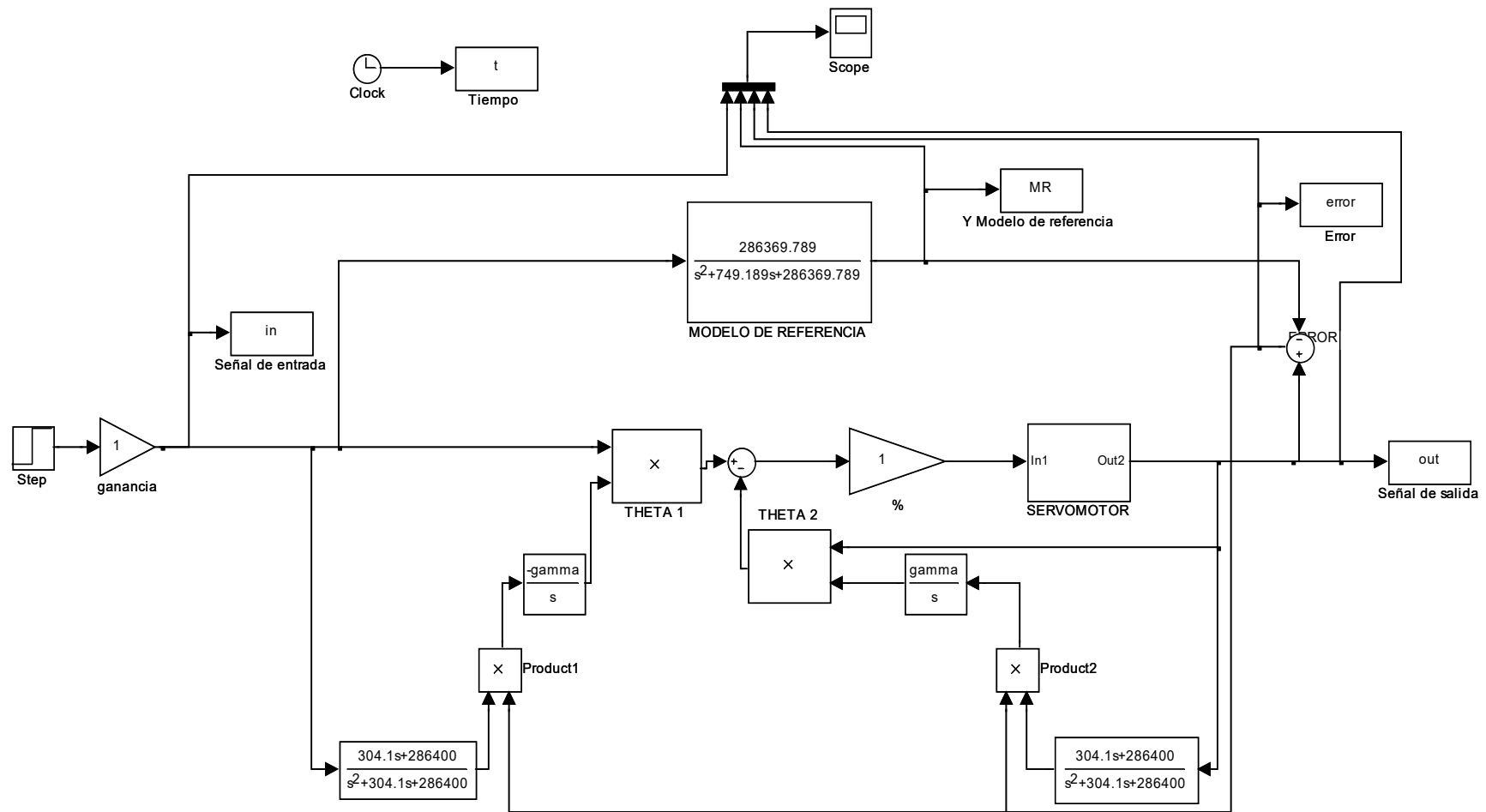




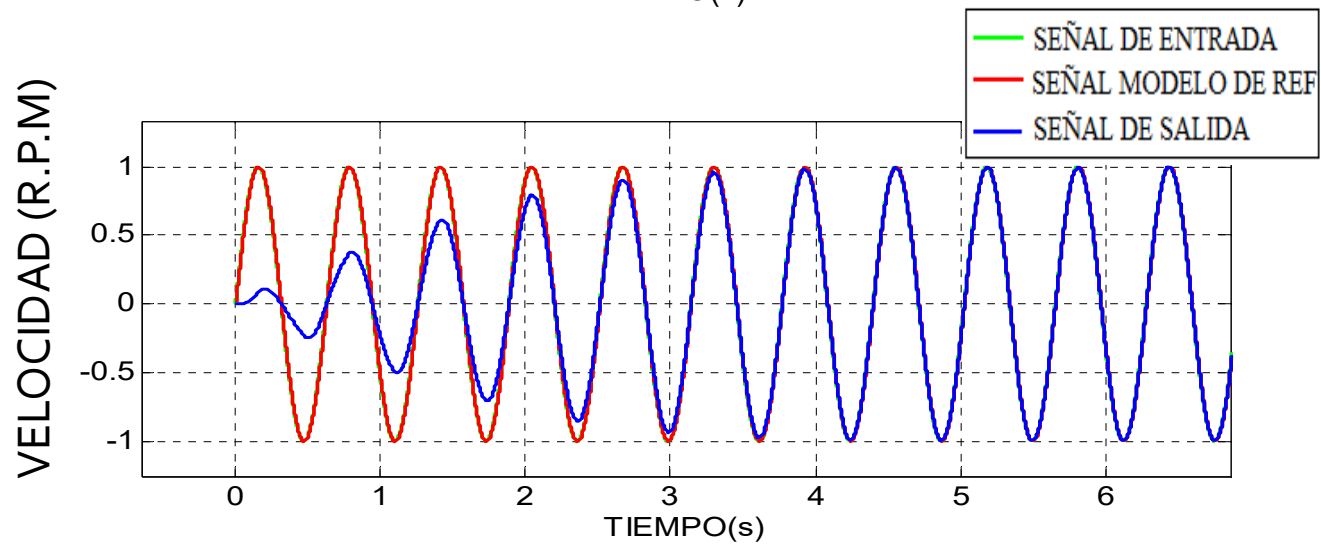
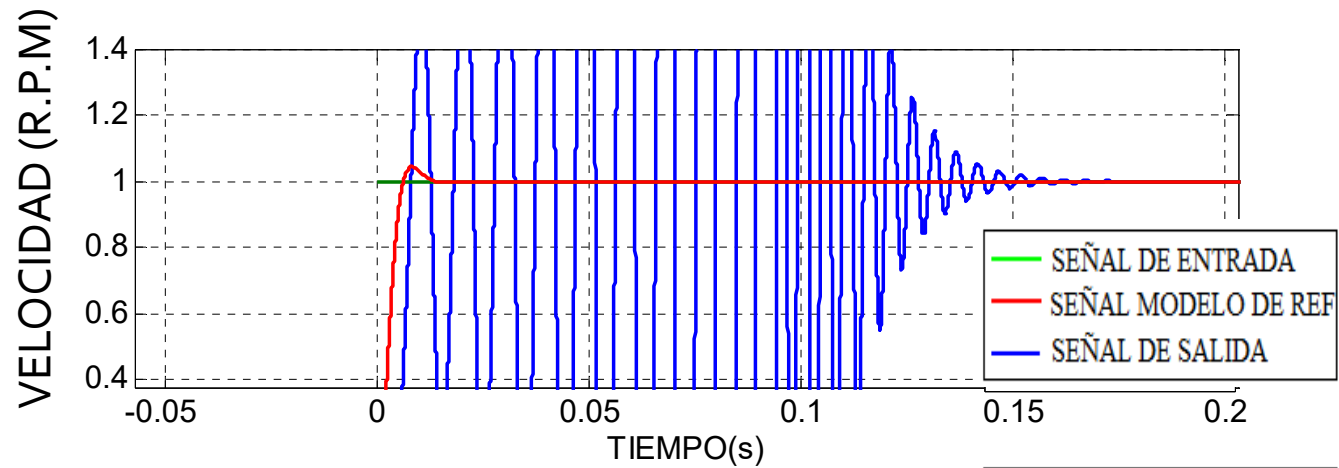
# Perturbación en la entrada de control



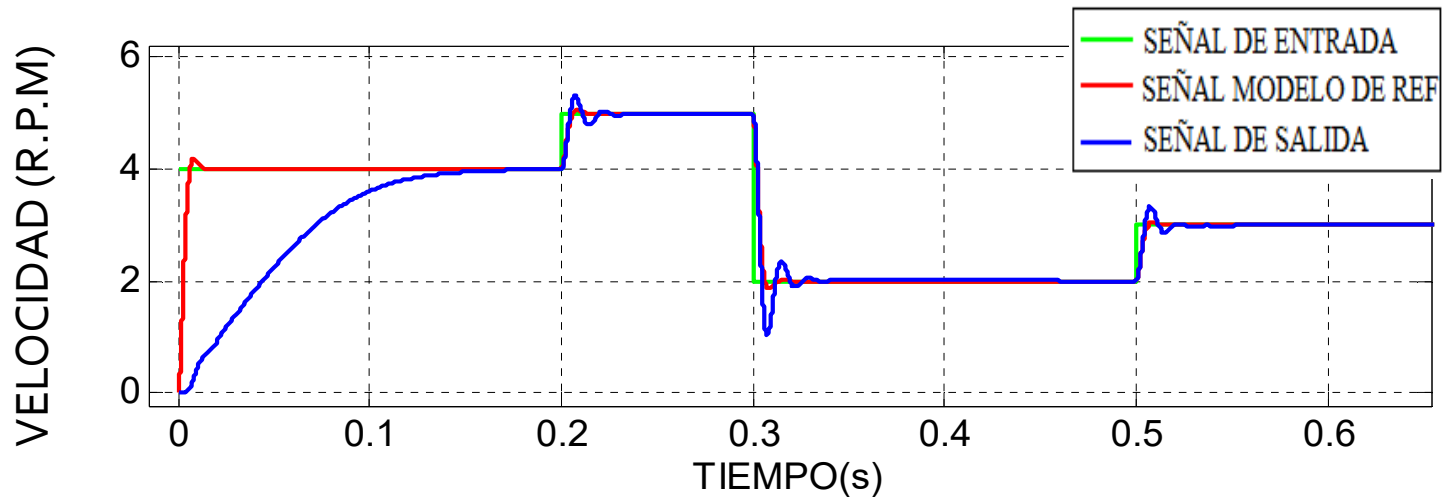
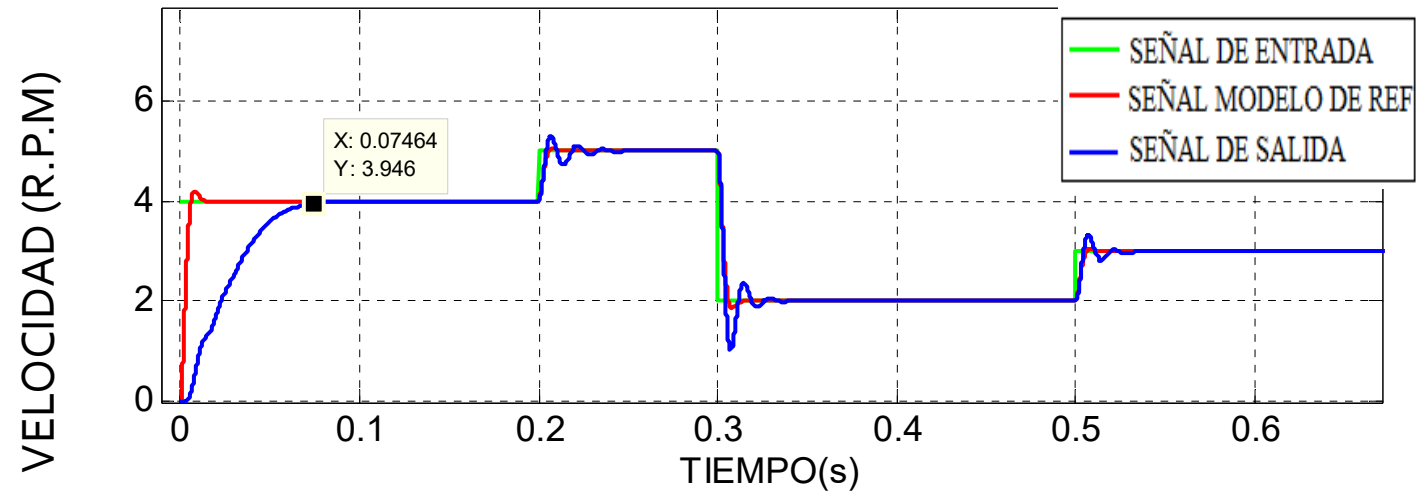
# Controlador Adaptativo - Simulink



# Ajuste de ganancia adaptativa



# Perturbaciones



# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# Simulación del sistema con cada controlador

- Adquirir destreza en el diseño de los controladores utilizando un método analítico (D).
- Implementar los controladores según se ha indicado . (D)
- Realizar pruebas de simulación (D)

## Propuesta para el alumno

- Realizar pruebas de simulación con ambos controladores.
- Analice el comportamiento de controlador antes diferentes entradas.
- Suponga la existencia de perturbaciones. De ejemplos de perturbaciones en un sistema de control.

# CONTENIDO

- Objetivos generales
- Estado del arte
- Modelado del motor
- Análisis del sistema
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Modelado
- Diseño de controladores
  - ⇒ PID por asignación de polos
  - ⇒ Adaptativo por modelo de referencia
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Diseño de controladores
- Simulación del sistema con cada controlador
- Objetivos y tareas de Innovación Educativa para Simulación
- Conclusiones - Trabajos futuros

# CONCLUSIONES

- Se propuso una metodología a seguir en las clases de problemas de las asignaturas vinculadas a la Teoría de Control.
- La innovación radica en vincular la teoría con la simulación en las clases de problemas por lo que debe disponerse de un espacio con ordenadores.
- Se realizó una herramienta que apoyada en la simulación como guía y complemento de metodología de aprendizaje favorecerá el aprendizaje de la Teoría de Control, originando el interés y estímulo al estudiante a profundizar su estudio.
- Se presentó un procedimiento metodológico que el equipo docente podría seguir en el desarrollo de la Teoría de Control para mejorar la comprensión de los conceptos.
- Se propuso actividades a desarrollar por los alumnos en las clases de problemas con el fin de fomentar un vínculo entre la teoría y la práctica .



# CONCLUSIONES

- Cada capítulo de esta propuesta ha sido realizado y escrito como una guía ejemplo que el alumno podría seguir para la solución de problemas tanto en modelado como en diseño de controladores.
- Se realizó un capítulo de simulaciones en la que se muestra una amplia variedad de opciones para analizar el desempeño de los sistemas controlados con y sin perturbaciones y con diferentes señales de referencia.
- La base de la propuesta es un servomotor y el modelo teórico del mismo es vinculado con los parámetros que da el fabricante en la hoja de características.
- La interfaz de Matlab® – Simulink® presta una gran ayuda en el cálculo analítico, estudio y análisis de sistemas dinámicos por lo cual este software es una herramienta necesaria para la investigación y enseñanza de sistemas de control

# TRABAJOS FUTUROS

- Realizar un banco de pruebas con el servomotor en el laboratorio con el propósito de que se pueda comprobar físicamente los controladores anteriormente diseñados ya que varias veces la teoría guarda una estrecha distancia con la práctica.
- Proponer una aplicación para el uso del servomotor en el cual se pueda adecuar cualquier controlador diseñado.
- Analizar el comportamiento del sistema al aplicar otros tipos de controladores haciendo una comparación con los realizados.
- Emplear los controladores realizados en un hardware