Relación de Ejercicios Propuestos

FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO II

Entregable 1.-

Considerar una cadena monoatómica lineal de constante de red "a", cuya relación de dispersión viene dada por:

$$\omega^2 = \frac{2C \quad [1 - cos(ka)]}{M}$$

Calcular:

a) La velocidad del sonido en ese medio. 3 ptos

b) La densidad de estados de fonón. 3 ptos

c) La densidad de estados en la aproximación de Debye. 2 ptos

d) Comparar gráficamente las densidades de estados de los apartados b) y c) 2 ptos

Solución.-

Si llegas a esta expresión 1 pto

a) $\omega^2 = \dfrac{2C \quad [1 - cos(ka)]}{M} \rightarrow \left\{ \begin{array}{lll} \omega^2_{max} & = \dfrac{2C \quad [1-(-1)]}{M} & = \dfrac{4C}{M} \\ sen^2 \quad A & = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}cos 2A & \end{array} \right\} \Rightarrow \omega^2 = \dfrac{4C}{M} sen^2\left(\dfrac{ka}{2}\right) =$

Si llegas a esta expresión 0,5 ptos

$$= \omega^2_{max} sen^2\left(\frac{ka}{2}\right) \Rightarrow \quad \omega(k) = \omega_{max} sen\left(\frac{ka}{2}\right)$$

$v_g = \dfrac{\partial \omega}{\partial k} = \omega_{max}\dfrac{a}{2} cos\left(\dfrac{ka}{2}\right) \simeq \quad \omega_{max}\dfrac{a}{2}$ donde hemos utilizado la siguiente aproximación

Si llegas a esta expresión 0,5 ptos

del coseno:

$$cos \quad x \quad = \quad 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \quad ....$$ quedándonos con el primer término.

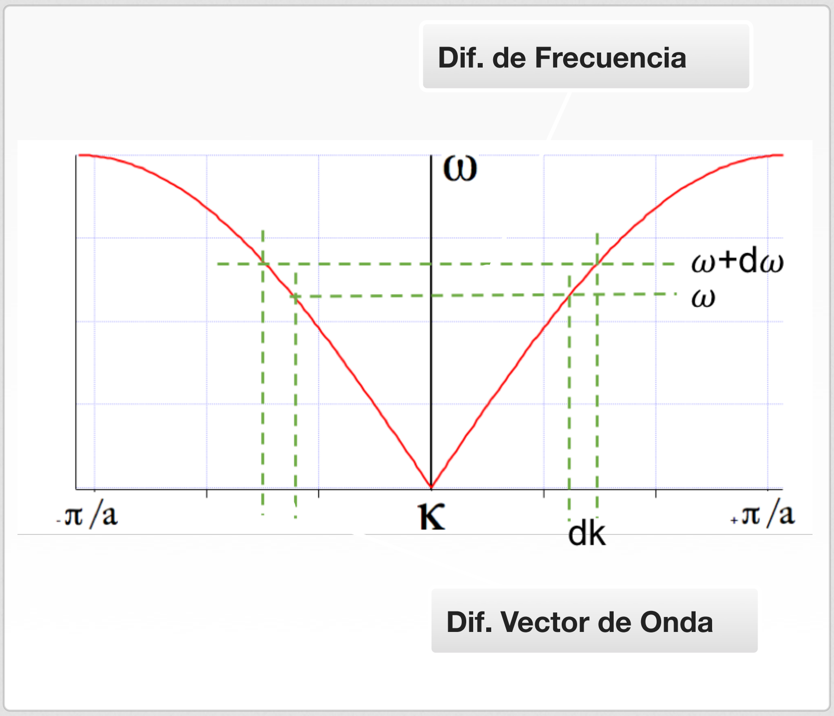
Por tanto:

$$v_g = v_f = \quad \omega_{max}\frac{a}{2} = \frac{2a}{2}\sqrt{\frac{C}{M}} = \quad a\sqrt{\frac{C}{M}} \quad m/s$$ 1 pto

b) Densidad de estados (cadena lineal monoatómica)

<u>Densidad Lineal: </u> $\lambda(\omega)d\omega$ = Fonones con energía entre $\omega \quad y \quad \omega + d\omega$ por unidad de longitud

Imagen interactiva 1.1.Gráfica de la función de estados indicada en el ejercicio.



Fonones con energía entre $\omega \quad y \quad \omega + d\omega$ por unidad de longitud será igual al número de valores permitidos de (k) en la longitud 2(dk). Por tanto:

$$\frac{2dk}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)L} = \frac{dk}{\pi}\frac{k}{k} = \frac{dk}{\pi}$$ 0,5 ptos

De igual forma se podría extendera a 2D y 3D

$$\sigma(\omega)d\omega = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 Area \quad Intersectada$$

$$\rho(\omega)d\omega = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 Volumen \quad Intersectado$$

Diferenciado la expresión $\omega_{max}^2 sen^2\left(\frac{ka}{2}\right)$ tenemos que

$$2\omega d\omega = \omega_{max}^2 \quad 2\frac{a}{2}sen\left(\frac{ka}{2}\right)cos\left(\frac{ka}{2}\right)dk \quad \Rightarrow \quad dk = \frac{2\omega d\omega}{2\omega_{max}\frac{a}{2}sen\left(\frac{ka}{2}\right)cos\left(\frac{ka}{2}\right)}$$ 1 pto

donde teniendo en cuenta que

$$cos^2\left(\frac{ka}{2}\right) = \; - sen^2\left(\frac{ka}{2}\right) + 1 \quad ,, \quad \omega_{max}sen\left(\frac{ka}{2}\right) = \omega(k)$$

0,5 ptos

tenemos:

$$dk = \frac{2\omega d\omega}{a\omega_{max}sen\left(\frac{ka}{2}\right)\sqrt{1 - sen^2\left(\frac{ka}{2}\right)}} = \frac{2\omega d\omega}{a\omega_{max} \quad \omega\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2}}} = \frac{2d\omega}{a\sqrt{\omega_{max} - \omega^2}}$$

1 pto

Y por tanto la **Densidad de Estados en 1D** vendrá dada por:

$$\lambda(\omega)d\omega = \frac{dk}{\pi} = \frac{2d\omega}{\pi a\sqrt{\omega_{max} - \omega^2}} \Rightarrow \lambda(\omega) = \frac{2}{\pi a\sqrt{\omega_{max} - \omega^2}}$$

c) Modelo de Debye: ($\omega \propto k$)

$$\omega = v_s k = \omega_{max}\frac{a}{2}k \Rightarrow d\omega = \frac{a\omega_{max}}{2}dk \Rightarrow dk = \frac{2d\omega}{a\omega_{max}}$$ 0,5 ptos

$$\lambda(\omega)d\omega = \frac{2dk}{2\pi} = \frac{dk}{\pi} = \frac{2}{\pi a}\frac{d\omega}{\omega_{max}} \Rightarrow \lambda^{Deb}(\omega) = \frac{2}{\pi a}\frac{1}{\omega_{max}} = \frac{1}{\pi v_s}$$ 0,5 ptos

con ω perteneciente al intervalo [0,ω_D]. Para hallar esta frecuencia de Debye o frecuencia máxima integrados la densidad de estados:

$$\frac{N}{L} = \int_0^{k_D}\frac{2dk}{2\pi} = \frac{k_D}{\pi} \Rightarrow k_D = \pi\frac{N}{L}$$ donde N= número de celdas y L =N·a

0,5 ptos

Por tanto:

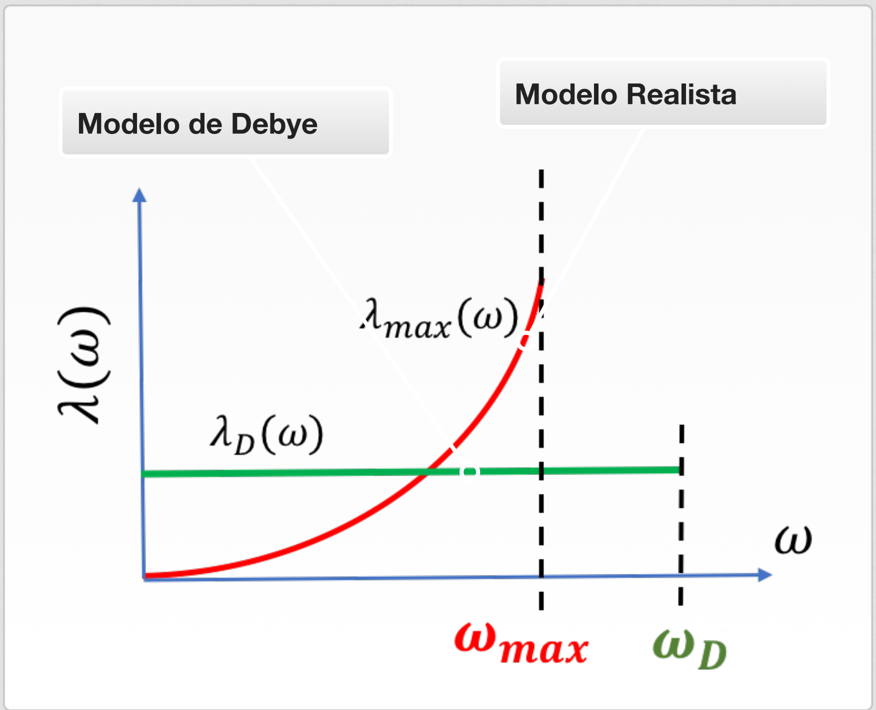
0,5 ptos

$$k_D = \pi\frac{N}{L} = \pi\frac{N}{Na} = \frac{\pi}{a} \quad (Limite \quad de \quad zona) \Rightarrow \omega_D = v_s k_D = \frac{\omega_{max}}{2}\frac{a}{a}\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{2}\omega_{max}$$

d) En la siguiente gráfica representamos la densidad de estados calculada para el modelo realista propuesto por el ejercicio y la densidad de estados según el modelo de Debye que hemos calculado anteriormente.

Podemos observar que en el caso exacto la densidad de estados en muy alta en el borde de banda, mientras que en la aproximación de Debye esta cantidad no sólo es menor sino que además es constante. También podemos observar que ***la frecuencia de Debye es mayor que la frecuencia máxima del modelo realista***.

Imagen interactiva 1.2 Densidad de estados 1D para el modelo Realista y para el modelo de Debye.

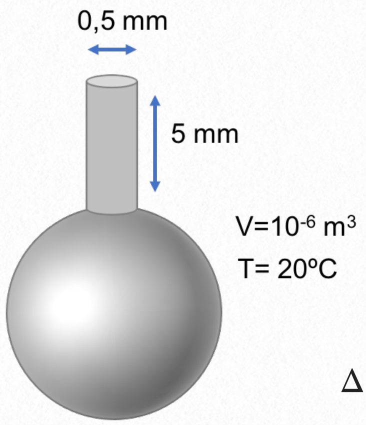


El área encerrada bajo ambas curvas es la misma.

1 pto por grafica de cada modelo.
Total :2 ptos

Entregrable 2.- Un volumen de mercurio de 10^{-6} m^3 a 20ºC está contenido en una ampolla de cristal que está unida a un capilar de 0.5 mm de diámetro por el que el mercurio puede dilatarse. Lo que se desea es que el mercurio se expanda hasta completar un circuito eléctrico que activa un dispositivo refrigerador.

- Si el contacto del circuito se encuentra a 5mm por encima del nivel de mercurio a 20ºC, ¿a qué temperatura se activará el circuito?. La expansividad térmica en volumen del mercurio líquido es de 18.2×10^{-5} K^{-1}.
- Diseñe un posible circuito eléctrico con este dispositivo para conseguir la refrigeración y explique su funcionamiento.



Apartado a.-

$$\beta = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow \Delta V = \pi(0{,}5)^2 \cdot 5 = 3{,}92mm^3 = 3{,}92x10^{-9}m^3$$ 2,5 ptos

Por tanto

$$\Delta T = \frac{3{,}92x10^{-9}m^3}{10^{-6}\cdot 18{,}2x10^{-5}} = 0{,}21x10^{-2} = 21 \Rightarrow \quad T_f = T_i + \Delta T = 41^oC$$

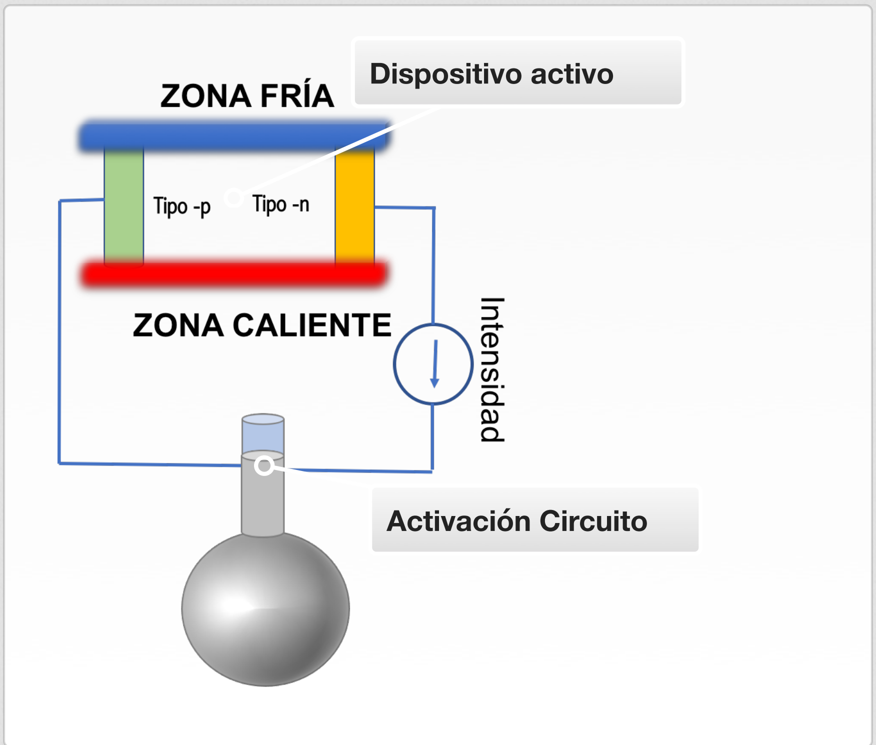
2,5 ptos

Apartado b.-

El circuito debe incluir una célula Peltier, que funcione con el efecto inverso al de Seebeck, es decir a partir de una corriente, se genera una diferencia de temperatura entre dos uniones Peltier... (Véase el siguiente esquema)

5 puntos

Imagen interactiva 1.3 Esquema propuesto como solución al ejercicio



Entregable 3.-

a) Defínase el concepto de masa efectiva y de movilidad. 2 ptos

b) ¿Cómo varían con la temperatura la movilidad y la conductividad de un semiconductor intrínseco?, ¿y de un metal?. 2 ptos

c) La movilidad de los electrones en GaAs es de 8500 cm²/V·s. Calcular el tiempo promedio entre colisiones. Calcular la distancia recorrida entre dos colisiones o recorrido libre medio y la conductividad del GaAs. Usar una velocidad promedio de electrones de 10^7 cm/s. Considérese que la temperatura es de 300K. 2 ptos

d) ¿Qué valor del campo eléctrico es necesario aplicar para que los electrones alcancen la velocidad promedio anterior?, ¿con qué diferencia de potencial lo conseguimos (considérese una distancia de 100 µm. 2 ptos

e) Calcular la resistencia de la oblea anterior si esta está dopada con una concentración de donores de 10^{17} cm^{-3}. 2 ptos

Datos: masa del electrón m_e=9.1x10^{-31} kg, carga del electrón e =1.6x10^{-19} C. E_g (GaAs) = 1.42 eV, m_e^* = 0.067m_0 , m_h^* = 0.082m_0

a) Se define la masa efectiva como

$$\left(m_{ij}^*\right)^{-1} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \rightarrow \quad \vec{F} = (m^*)\,\vec{a}$$

$$\vec{v} = \mu\vec{E}$$

2 ptos, desarrollando el concepto físico visto en clase

b) La movilidad varía con la temperatura debido a la dispersión de fonones y a las cargas eléctricas dentro del material. (Ver teoría de clase)

2 ptos, desarrollando el concepto físico visto en clase

En el caso de la conductividad téngase en cuenta que $\sigma(T) \propto n(T)\mu(T)$

c) GaAs con $\mu_e = 8500 cm^2/V \cdot s \quad ,, \quad \langle v \rangle = \quad 10^7 cm/s$

Supongamos el semiconductor intrínseco. Como la movilidad de los electrones es mayor que la de los huecos $\mu_e = 8500 cm^2/V \cdot s \quad ,, \quad \mu_h = 400 cm^2/V \cdot s$, consideraremos solo a contribución de los electrones. Por tanto:

0,25 ptos 0,25 ptos

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \approx ne\mu_e \Rightarrow n = n_i = 4.826x10^{21}\left(\frac{m_e^* \quad m_h^*}{m_0^2}\right)^{\frac{3}{4}} T^{3/2} e^{\left(-\frac{E_{Gap}}{2kT}\right)}$$

0,5 ptos 0,25 ptos

$$n_i = 2{,}34x10^{11}m^{-3} = 2{,}34x10^5 cm^{-3} \Rightarrow \sigma = (2{,}34x10^{11})(1{,}6x10^{-19})(0{,}85) = 3{,}1810^{-8}\Omega^{-1}m^{-1}$$

$$\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*} \Rightarrow \tau_e = \frac{m_e^*\mu_e}{e} = 3{,}24x10^{-13}s \Rightarrow \lambda_e = v\tau_e = 3{,}24x10^{-8}m$$

0,5 ptos 0,25 ptos

d)

1 pto 1 pto

$$v = \mu E \Rightarrow E = \frac{v}{\mu} = 1{,}17x10^5 Vm^{-1} \quad dado \quad que \quad E = \frac{\triangle V}{d} \Rightarrow \triangle V = Ed = 11.76V$$

e) $$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \approx ne\mu_e = (10^{17}cm^{-3})e\mu_e = 1{,}36x10^4\Omega^{-1}m^{-1} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\sigma} = 7{,}6x10^{-5}\Omega m$$ 1 pto

0,5 ptos 0,5 ptos

Entregable 4.-

El óxido de zinc tiene una estructura hexagonal con a_0=0,3250 nm y c_0=0,5207 nm y un volumen de la celda unidad de 47,63x10^{-27} m^3 . Las posiciones atómicas son:

- Zn: (1/3,2/3,0) y (2/3,1/3,1/2)
- O: (1/3,2/3,0.38) y (2/3,1/3, 0.58)

Hay dos fórmulas en cada celda unidad. Se pide:

a) Dibuje la celda unidad. 3 puntos

b) Estime la polarización espontánea máxima del ZnO, suponiendo que la estructura es iónica. 4 puntos

c) Si su coeficiente de piezoelectricidad es de 11pC/N, calcúlese la polarización de un disco de 10cm x 5cm x 0,5mm al colocar una masa de 300gr. sobre él. ¿A qué campo eléctrico corresponde, si la constante dieléctrica relativa es de 10,8? 3 puntos

Nota: el coeficiente piezoeléctrico relaciona la variación en la polarización con la tensión aplicada por unidad de superfice d=P/σ