Prof. Maurizio Mattesini

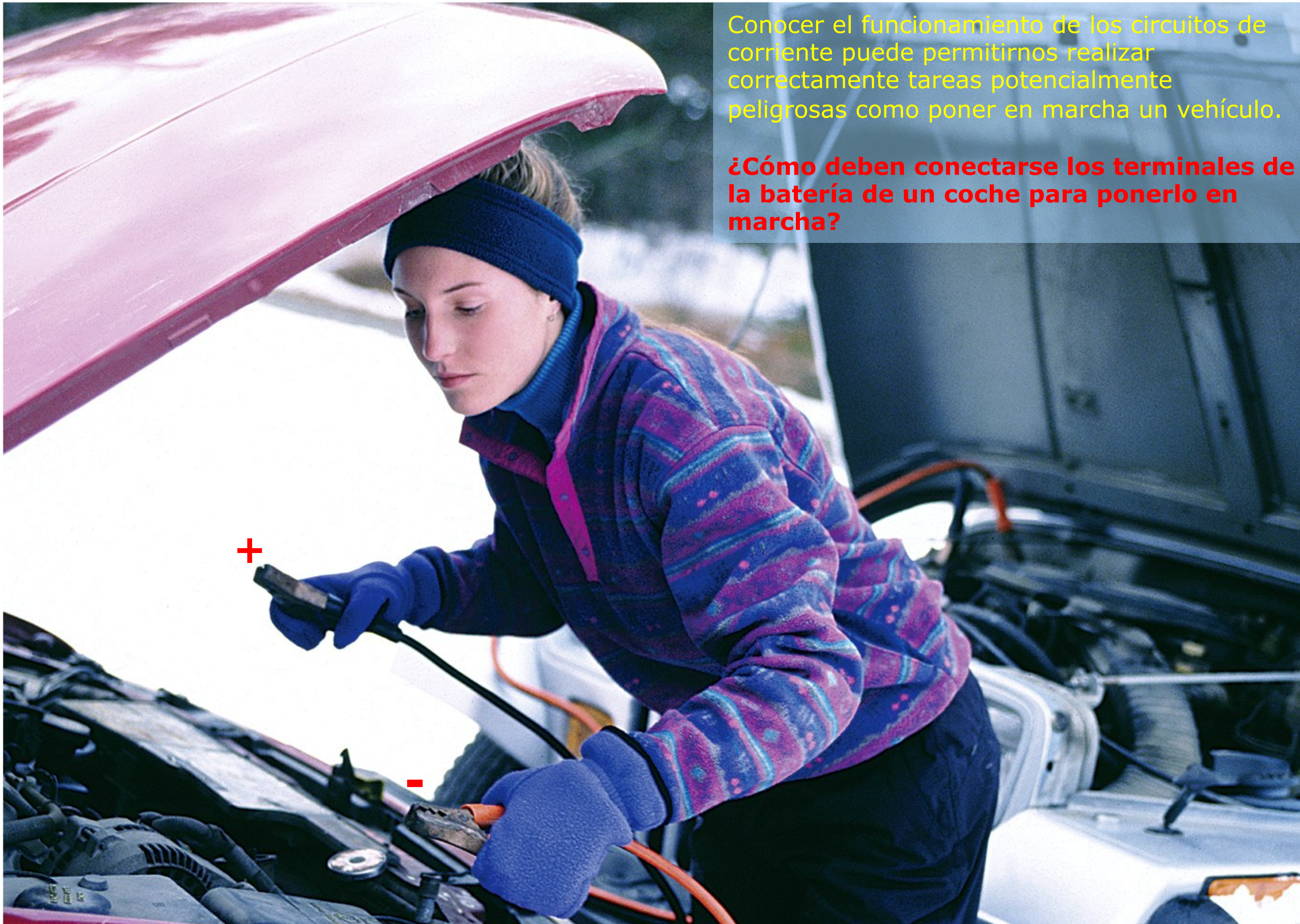
ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Capítulo 25

Corriente eléctrica y circuitos de corriente continua

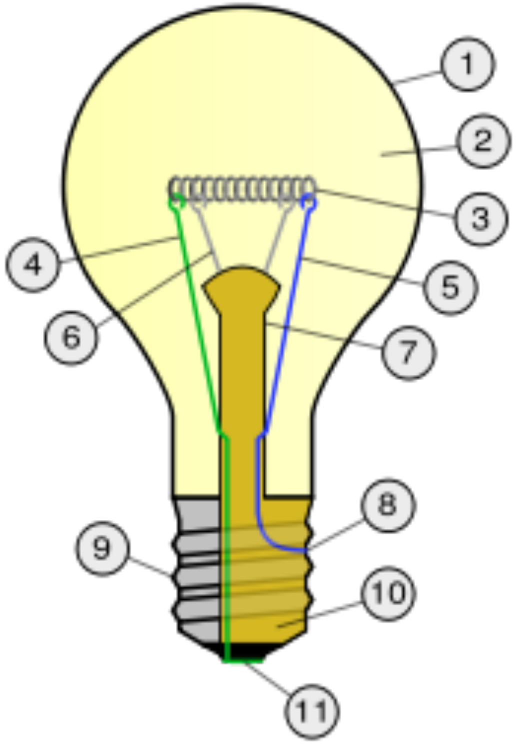
Conocer el funcionamiento de los circuitos de corriente puede permitirnos realizar correctamente tareas potencialmente peligrosas como poner en marcha un vehículo.

¿Cómo deben conectarse los terminales de la batería de un coche para ponerlo en marcha?



Cuando se enciende la luz, conectamos el **filamento metálico** de la bombilla a través de una diferencia de potencial, lo cual hace fluir la carga eléctrica por el filamento de un modo parecido a como la diferencia de presión en una manguera de riego hace fluir el agua por su interior.

El flujo de cargas constituye la corriente eléctrica.



Lámpara incandescente (bombilla)

1. *Envoltura-Ampolla de vidrio-Bulbo*
2. *Gas inerte*
3. *Filamento de tungsteno*
4. *Alambre de contacto (va al pie)*
5. *Alambre de contacto (va a la base)*
6. *Alambres de soporte*
7. *Soporte de vidrio*
8. *Base de contacto*
9. *Casquillo metálico - culote*
10. *Aislamiento*
11. *Pie de contacto eléctrico*

Cuando el sentido de la corriente en un elemento de un circuito no varía, se dice que el circuito es de **corriente continua** (**cc**). La corrientes continuas están producidas usualmente por **baterías** conectadas a **resistencias** y **condensadores**.

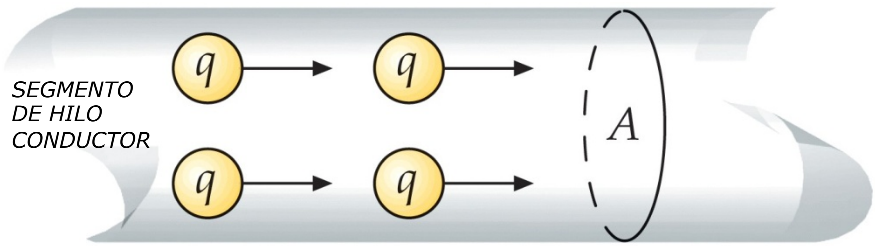
En el capítulo 29 estudiaremos los circuitos de **corriente alterna** (**ca**), en los cuales la dirección de la corriente cambia alternativamente de sentido.

Cuando un interruptor cierra un circuito, una pequeña cantidad de carga se acumula en la superficie de los cables (y otros elementos del circuito), creando un campo eléctrico que pone en movimiento las cargas dentro de los materiales conductores. Rápidamente se alcanza un equilibrio (o estado estacionario) en donde la carga ya no se acumula en los distintos puntos del circuito y la corriente es estacionaria.

25-1
Corriente y movimiento de cargas

Corriente eléctrica

La **corriente** eléctrica se define como el flujo de cargas que, por unidad de tiempo, atraviesan un área transversal.



Si ΔQ es la cantidad de carga que fluye a través del área transversal A en el tiempo Δt, la corriente que atraviesa A posee la intensidad:

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}}$$

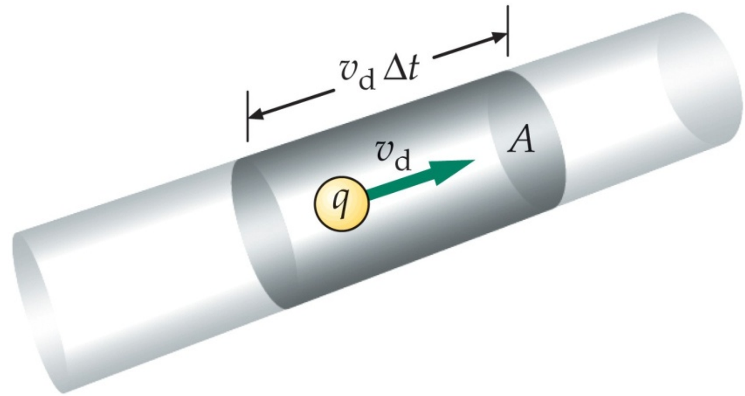
DEFINICIÓN-CORRIENTE ELÉCTRICA O INTENSIDAD DE CORRIENTE

La unidad del SI de intensidad es el **amperio** (A):

1 A=1 C/s

Convención: se toma como **sentido** de la corriente el del flujo de las **cargas positiva** aunque las partículas que realmente se mueven y producen la corriente son los electrones que se mueven en sentido *opuesto* a la corriente convencional.

Consideremos una corriente en un cable conductor de sección transversal A:



Sea n la **densidad numérica** de los portadores de carga (número de portadores por unidad de volumen), q la **carga transportada** y v_d la **velocidad de desplazamiento**. En el tiempo Δt todas las cargas contenida en el volumen $Av_d\Delta t$ pasan a través de A. Si existen n portadores de cargas por unidad de volumen, la carga total de este volumen es

$$\Delta Q = qnAv_d\Delta t$$

La intensidad de corriente es, por lo tanto

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnAv_d}$$

RELACIÓN ENTRE LA INTENSIDAD Y LA VELOCIDAD DE DESPLAZAMIENTO

Transporte de carga en un alambre

Cuando un interruptor cierra un circuito, una pequeña cantidad de carga se acumula en la superficie de los cables creando un campo eléctrico que pone en movimiento los electrones.

Movimiento real de los electrones en el cable:

i) Si en el cable **no existe campo eléctrico** los electrones se mueven con **direcciones aleatorias y velocidades grandes** (**10^6 m/s**) chocando repetidamente con los iones reticulares del alambre. Como los vectores velocidad de los electrones están orientados al azar, la **velocidad vectorial *media* es cero**.

ii) Cuando **se aplica un campo eléctrico**, un electrón libre experimenta una aceleración debida a la fuerza $-e\mathbf{E}$ y adquiere una velocidad adicional en sentido opuesto al campo. Sin embargo, la energía cinética se disipa por choques con los iones fijos hasta que los electrones adquieren una pequeña velocidad media de desplazamiento.

*Las velocidades de desplazamiento típicas son del orden de **0.01 mm/s**, muy pequeñas para ser detectadas por medios macroscópicos.*

Si los electrones se mueven tan lentamente por el cable, **¿cómo puede ser que la luz eléctrica surja instantáneamente al cerrar el interruptor?**

Analogía con el **agua de una manguera de riego**:

i) Si la **manguera es larga e inicialmente vacía**, hay que esperar varios segundos para que el agua se desplace desde la llave hasta el extremo opuesto de la manga. La porción de líquido más próxima viene impulsada a la porción vecina y así sucesivamente hasta que el agua se derrama por la boquilla. Esta **onda de presión** se desplaza por la manguera con la velocidad del sonido y el agua alcanza rápidamente un flujo estacionario.

ii) Sin embargo, si la **manguera está ya llena de agua**, ésta emerge casi instantáneamente.

A diferencia de una manguera, un cable metálico no está nunca vació.

El transporte de carga en un alambre se verifica, no por causa de unas pocas cargas que se mueven rápidamente, sino por un gran número de cargas que se desplazan por el conductor lentamente.

Velocidad de desplazamiento

EJEMPLO 25.1

¿Cuál es la velocidad de desplazamiento de los electrones en un alambre de cobre típico de radio 0.815 mm que transporta una corriente de 1A, suponiendo que existe un electrón libre por átomo? (ρ_m=8.93 g/cm^3, M=63.5 g/mol, N_A=6.02x10^{23} átomos/mol)

1. La velocidad de desplazamiento está relacionada con la intensidad y la densidad numérica de los portadores de carga:

$$I = nqv_d A$$

2. Si existe un electrón libre por cada átomo, la densidad numérica de los electrones libres es igual a la densidad numérica de los átomos n_a:

$$n = n_a$$

3. La densidad numérica de los átomos n_a está relacionada con la densidad de masa, ρ_m, el número de Avogadro, N_A, y la masa molar M:

$$n_a = \frac{\rho_m N_A}{M} = \frac{(8.93\ g/cm^3)(6.02\times10^{23}\ \acute{a}tomos/mol)}{63.5\ g/mol} = 8.47\times10^{22}\ \acute{a}tomos/cm^3$$

$$n_a = 8.47\times10^{28}\ \acute{a}tomos/m^3$$

4. El valor absoluto de la carga es e y el área está relacionada con el radio r del cable:

$$A = \pi r^2$$

5. Aplicando los valores numéricos resulta:

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{1}{n_a e \pi r^2} = \frac{1\ C/s}{(8.47\times10^{28}\ m^{-3})(1.6\times10^{-19}\ C)\pi(8.15\times10^{-4}\ m)^2} = 3.54\times10^{-5}\ m/s = \boxed{3.54\times10^{-2}\ mm/s}$$

Observaciones: Vemos que la velocidad de desplazamiento típicas son del **orden de 0.01 mm/s**, es decir, muy pequeñas para ser detectadas por medios macroscópicos.

Tiempo de desplazamiento

EJERCICIO
¿Cuánto tiempo tardará un electrón en desplazarse de la batería del coche hasta el motor de arranque, una distancia de 1 m, si su velocidad de desplazamiento es $3.5x10^{-5}$ m/s?

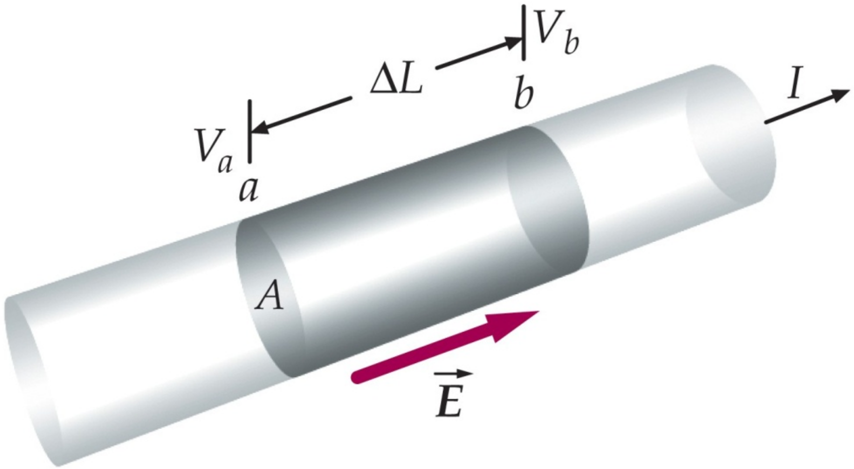
$$v_d = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v_d} = \frac{1\,m}{\left(3.5\times10^{-5}\ m/s\right)3600} = \boxed{7.9\,h}$$

25-2
Resistencia y ley de Ohm

Definición de Resistencia

Segmento de cable de longitud ΔL, sección *A* y portador de una corriente I:



La diferencia de potencial está relacionada con el campo **E** (constante) por la expresión

$$V = V_a - V_b = E\,\Delta L$$

El cociente entre la caída de potencial y la intensidad de la corriente se llama **resistencia** del segmento:

$$\boxed{R = \frac{V}{I}}$$

DEFINICIÓN-RESISTENCIA

La corriente en un conductor viene impulsada por un campo eléctrico **E** dentro del conductor que ejerce una fuerza q**E** sobre las cargas libres.

i) Como **E** posee la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una **carga positiva**, ésta es la dirección de la corriente.

ii) Como el campo **E** está siempre dirigido de las regiones de mayor potencial hacia las regiones de menor potencial, el potencial en el punto *a* es mayor que en punto *b*. Si consideramos la corriente como flujo de cargas positivas, estas cargas se mueven en la dirección y el sentido en que el potencial decrece.

La **unidad del SI** de resistencia, el voltio por amperio, se llama **ohmio** (Ω):

1Ω=1 V/A

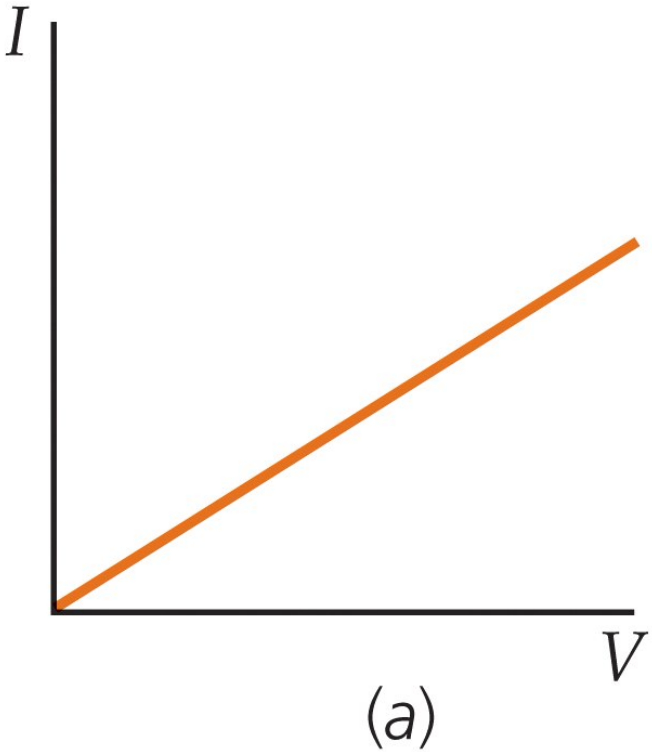
Para la mayor parte de los materiales la resistencia no depende de la caída de potencial o de la intensidad. Estos materiales se llaman **materiales óhmicos**:

$$\boxed{V = IR, \quad R \text{ constante}}$$

LEY DE OHM

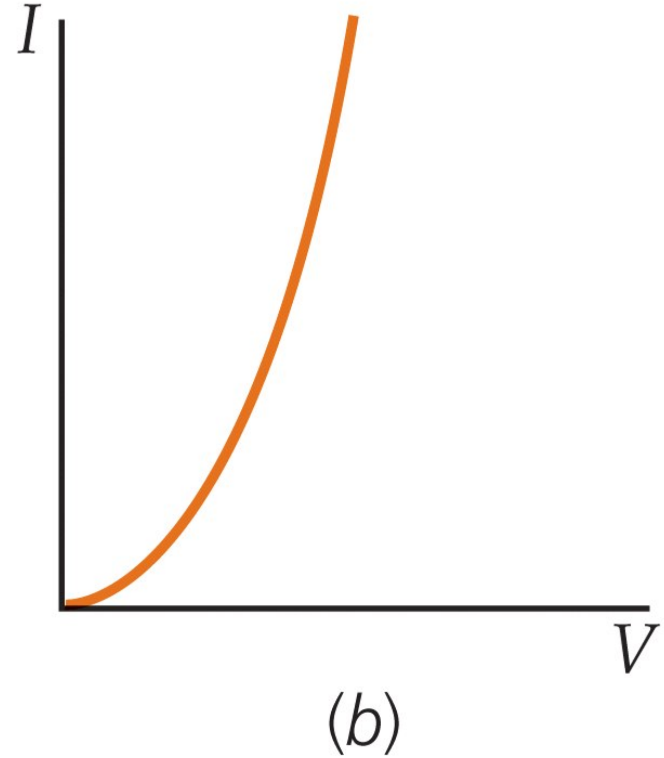
Diferentes tipos de materiales

MATERIALES ÓHMICOS
(relación lineal)



La resistencia $R=V/I$ es independiente de I para materiales óhmicos, como indica la **pendiente constante** de la línea (a).

MATERIALES NO ÓHMICOS
(relación no lineal)



La resistencia depende de la corriente I, de modo que V no es proporcional a I.

La **ley de Ohm** no es una relación fundamental de la naturaleza, como la ley de Newton o las leyes de la termodinámica, sino más bien una **descripción empírica** de una propiedad compartida por muchos materiales.

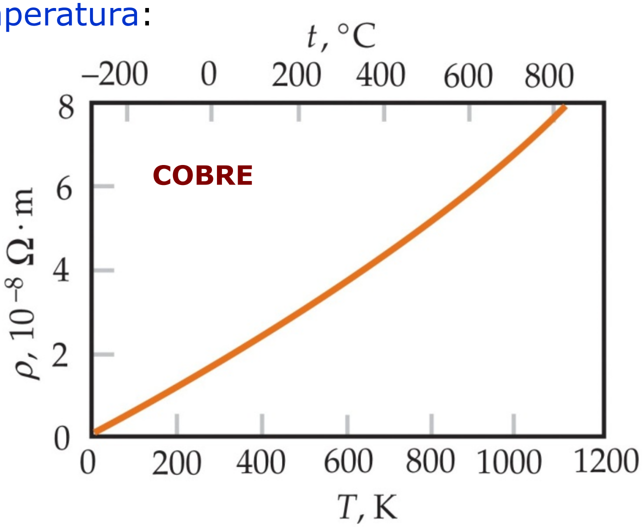
Resistividad de un material

La resistencia de un alambre conductor es ∝ a su longitud e 1/∝ a su área transversal:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

siendo ρ una constante de proporcionalidad llamada **resistividad** del material conductor. La unidad de resitividad es **ohmio-metro** ($\Omega \cdot$m).

La resistividad de cualquier material depende de la temperatura:



En el caso del cobre este grafico es casi una línea recta, lo cual significa que ρ varía casi linealmente con la T.

$$R = \boxed{\rho} \frac{L}{A}$$

TABLE 25-1

Resistivities and Temperature Coefficients

Material	Resistivity ρ at 20°C, $\Omega \cdot$m	Temperature Coefficient α at 20°C, K^{-1}
Silver	1.6×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Copper	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Aluminum	2.8×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsten	5.5×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Lead	22×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Mercury	96×10^{-8}	0.9×10^{-3}
Nichrome	100×10^{-8}	0.4×10^{-3}
Carbon	3500×10^{-8}	-0.5×10^{-3}
Germanium	0.45	-4.8×10^{-2}
Silicon	640	-7.5×10^{-2}
Wood	$10^{8} - 10^{14}$	
Glass	$10^{10} - 10^{14}$	
Hard rubber	$10^{13} - 10^{16}$	
Amber	5×10^{14}	
Sulfur	1×10^{15}	

El **carbono** que posee una resistividad alta, se utiliza normalmente en las resistencias de los equipos electronicos.

Diámetros y secciones transversales de alambres típicos de cobre

$$R = \rho \frac{L}{\boxed{A}}$$

Número de calibrado: los números más elevados corresponden a diámetros menores.

El hilo de cobre de **calibre 14** se utiliza comúnmente en circuitos de baja intensidad.

TABLE 25-2

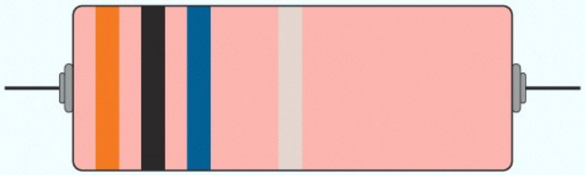
Wire Diameters and Cross-Sectional Areas for Commonly Used Copper Wires

Gauge Number	Diameter at 20°C, mm	Area, mm²
4	5.189	21.15
6	4.115	13.30
8	3.264	8.366
10	2.588	5.261
12	2.053	3.309
14	1.628	2.081
16	1.291	1.309
18	1.024	0.8235
20	0.8118	0.5176
22	0.6438	0.3255

Código de color para la resistencias

TABLE 25-3

The Color Code for Resistors and Other Devices



Colors		Numeral
Black	=	0
Brown	=	1
Red	=	2
Orange	=	3
Yellow	=	4
Green	=	5
Blue	=	6
Violet	=	7
Gray	=	8
White	=	9

Tolerance		
Brown	=	1 %
Red	=	2 %
Gold	=	5 %
Silver	=	10 %
None	=	20 %

The color bands are read starting with the band closest to the end of the resistor. The first two bands represent an integer between 1 and 99. The third band represents the number of zeros that follow. For the resistor shown, the colors of the first three bands are, respectively, orange, black, and blue. Thus, the number is 30,000,000 and the resistance is 30 MΩ. The fourth band is the tolerance band. If the fourth band is silver, as shown here, the tolerance is 10 percent. Ten percent of 30 is 3, so the resistance is (30 ± 3) MΩ.

- Las bandas de colores se leen comenzando con la que está más próxima al extremo de la resistencia.
- Las **dos primeras bandas** determinan un número entre 1 y 99.
- La **tercera banda** representa el número de ceros que se han de añadir a la derecha del número formado por las dos primeras.
- La **cuarta banda** representa la tolerancia.

Ejemplo de la resistencia mostrada en la figura:

Colores de las tres primeras bandas:

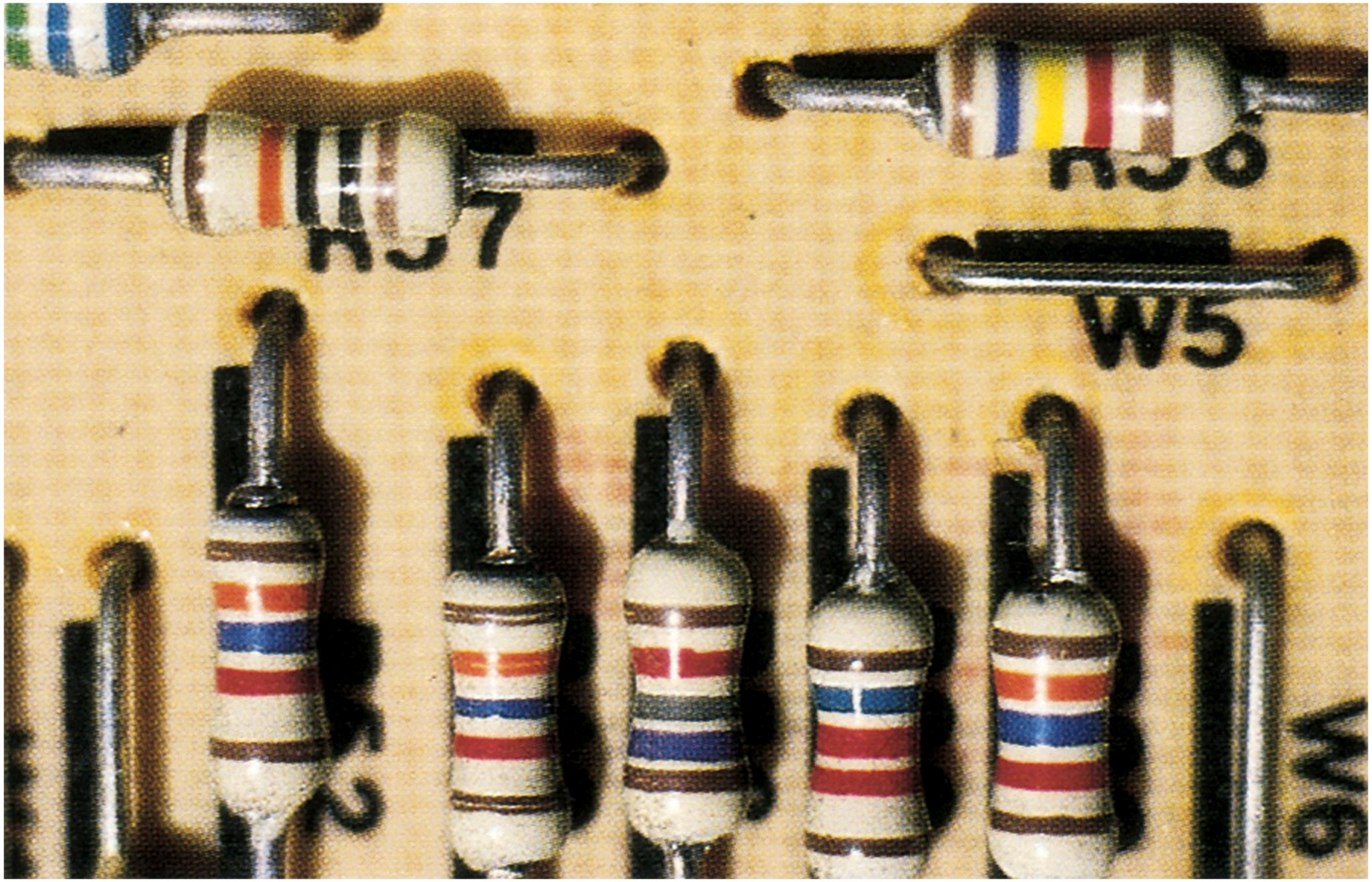
naranja (**3**), **negro** (**0**) y **azul** (**000000**)

por lo que el número es **30000000** (30MΩ).

La cuarta banda es **plateada**, así que la tolerancia es del **10%**. El 10% de 30 es 3, por lo que la resistencia del dibujo es

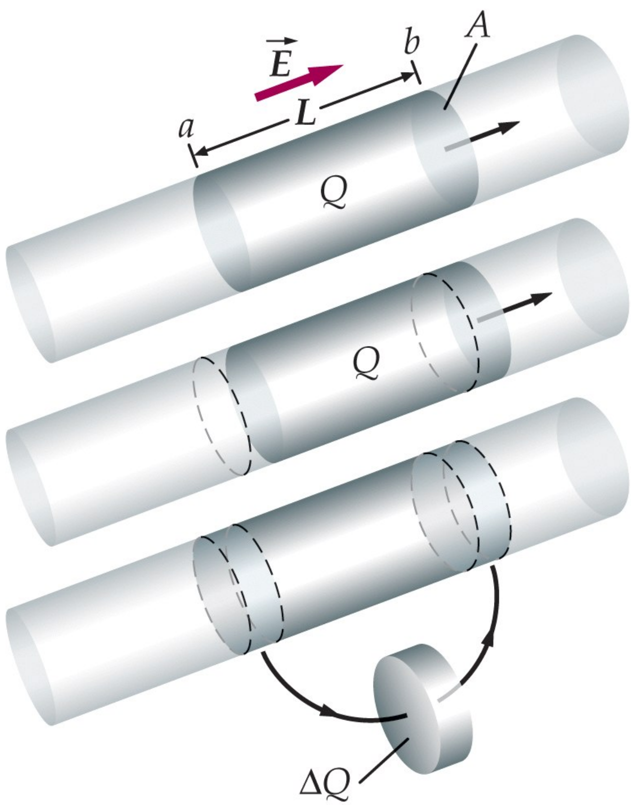
$\boxed{R=30\pm3\ M\Omega}$

Resistencias de carbono con el código de color



25-3
La energía en los circuitos eléctricos

El efecto Joule



Cuando se establece un campo eléctrico en un conductor, el *gas de electrones*, incrementa su energía cinética aunque pronto se alcanza un estado estacionario ya que esta energía adicional se convierte rápidamente en energía térmica por las colisiones entre los electrones y los iones reticulares del material. El mecanismo por el que el incremento de energía interna del conductor da lugar a un aumento de su temperatura se denomina **efecto Joule**.

En el intervalo Δt, una carga ΔQ atraviesa el área A en el punto donde el potencial es V_a, y durante ese mismo tiempo una cantidad de carga igual atraviesa la sección A por el punto V_b. El efecto neto en este intervalo Δt es la pérdida de una cantidad de energía potencial ΔQV_a y la ganancia de ΔQV_b. Como $V_a > V_b$, el **resultado es una pérdida neta de energía potencial**:

$$\Delta U = \Delta Q\left(V_b - V_a\right) = -\Delta Q V$$

$$-\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV$$

La energía perdida por unidad de tiempo es la **potencia disipada P** en el segmento conductor:

$$\boxed{P = IV}$$

POTENCIA DISIPADA EN UN CONDUCTOR POR UNIDAD DE TIEMPO

El **vatio** o **watt** (amperio·voltio) es la unidad de potencia del Sistema Internacional de Unidades y su símbolo es **W**. La potencia suministrada al circuito es el producto de la caída de potencial por la intensidad de corriente:

$$\boxed{P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}}$$

POTENCIA DISIPADA EN UNA RESISTENCIA

En un conductor, la energía potencial se disipa como energía térmica.

Fuerza electromotriz y baterías

Un aparato que suministra energía eléctrica recibe el nombre de **fuente de fem** (*fuerza electromotriz*).

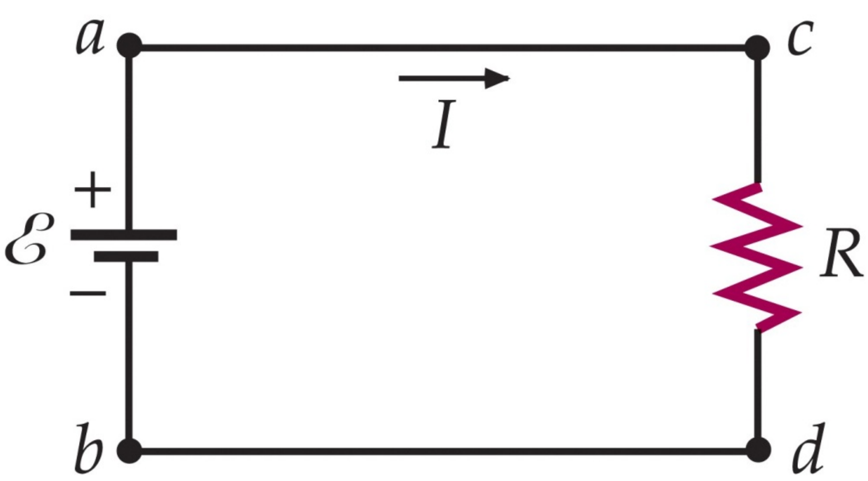
Ejemplos de fuentes:

Baterías o **pilas** que convierten la energía química en energía eléctrica.

Generador que convierte la energía mecánica en energía eléctrica.

Una fuente de fem realiza un trabajo sobre la carga que pasa a su través, elevando la energía potencial de la carga. El trabajo por unidad de carga recibe el nombre de **fem**, ξ, de la fuente. La unidad de fem es el **voltio**, la misma que la unidad de la ΔV.

Un **batería ideal** es una fuente de fem que mantiene una diferencia de potencial constante entre sus dos terminales, independientemente del flujo de carga que exista entre ellos.

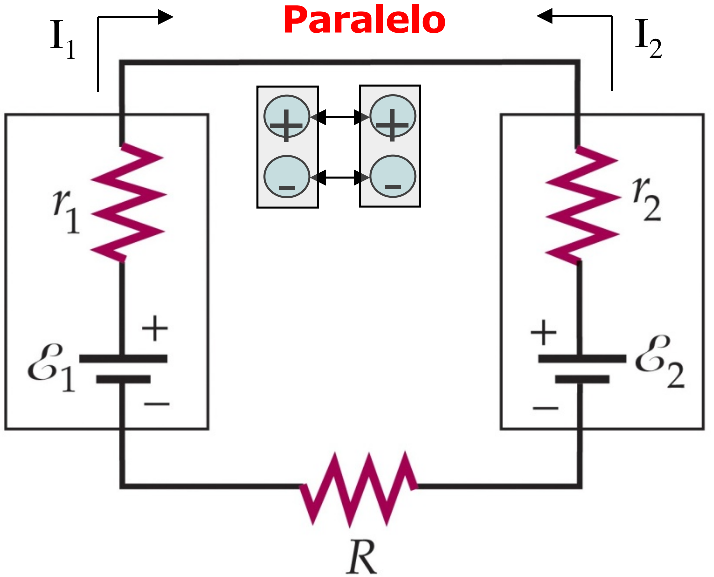


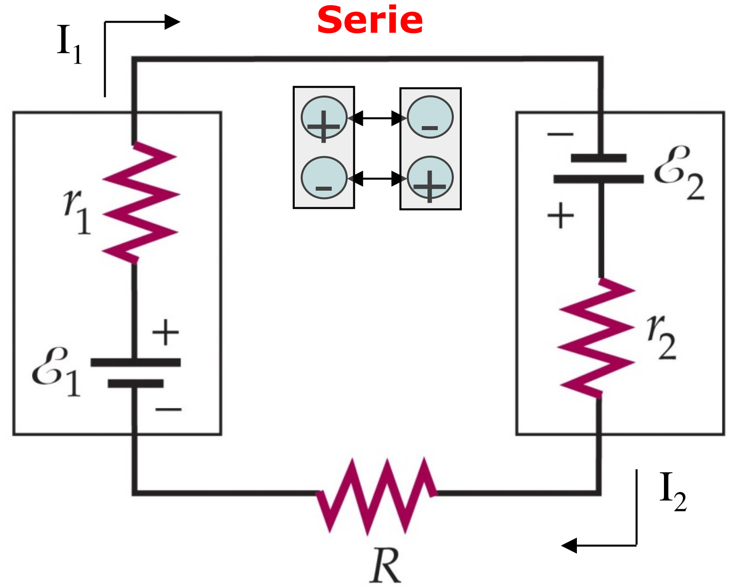
En la figura se muestra un **circuito** sencillo compuesto por una **resistencia** conectada a una **batería ideal**.
Las líneas rectas del circuito indican cables de conexión de resistencia despreciable.

La fuente de fem mantiene una diferencia de potencial constante entre los punto *a* y *b*, en donde el punto *a* corresponde al potencial mayor. **No existe ninguna diferencia de potencial entre los puntos *a* y *c* o entre los puntos *d* y *b***. La diferencia de potencial entre *c* y *d* también es la fuente de *fem* y la intensidad de corriente que circula por la resistencia es $I=\xi/R$. **La corriente circula en el mismo sentido que las agujas del reloj**.

La **raya** tiene dos **órganos eléctricos** en ambas partes de su cabeza, donde la corriente pasa desde la superficie de debajo de su cuerpo a la de arriba. Estos órganos se componen de columnas que contienen cada una de ellas entre 4000 y un millón de placas gelatinosas. En las rayas de **agua salada**, estas baterías se conectan en **paralelo**, mientras que en las de **agua dulce** se conectan en **serie**, produciendo descargas de más alto voltaje. El agua dulce tiene una mayor resistividad que la salada, de tal forma que para ser eficaz es preciso un mayor voltaje. Con estas baterías pueden generar descargas eléctricas de unos 50 A a 50 V, con las que pueden **electrocutar** a otros peces.

Baterías en serie y paralelo





$$I_{tot} = I_1 - I_2$$

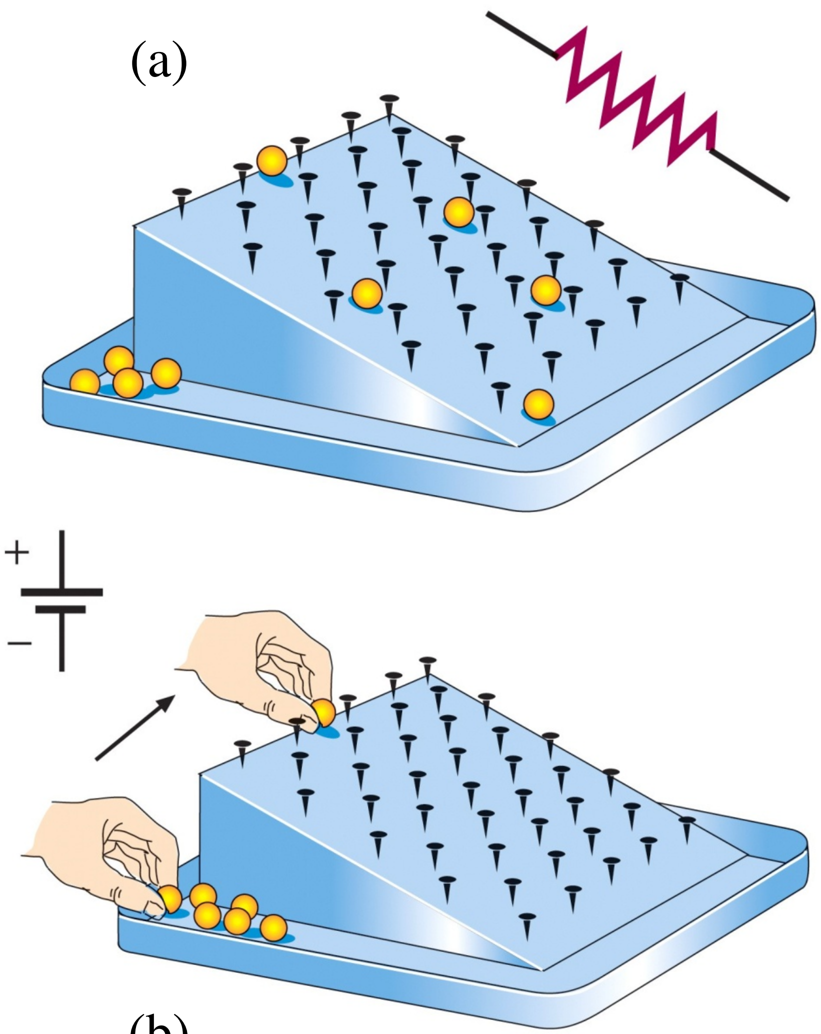
$$V^{paralelo} = I_{tot}R = (I_1 - I_2)R$$

$$I_{tot} = I_1 + I_2$$

$$V^{serie} = I_{tot}R = (I_1 + I_2)R$$

$$\boxed{V^{serie} > V^{paralelo}}$$

Analogía mecánica de un circuito simple y una fuente de fem



*Una **fuente de fem** puede considerarse como una especie de **bomba de carga** que eleva la carga eléctrica desde una región de baja energía potencial a otra región de alta energía potencial.*

(**a**) La bolitas parten de una altura *h* sobre el fondo y se aceleran entre las colisiones con los clavos por acción del campo gravitatorio. Los clavos son análogos a los iones reticulares de la resistencia. Durante los choques, las bolitas transfieren la energía cinética que ganan entre las colisiones a los clavos. Debido a las múltiples colisiones, las bolitas poseen solo una pequeña y aproximadamente constante velocidad de desplazamiento hacia el fondo.

(**b**) Cuando llegan al fondo, un muchacho las recoge y las devuelve a su altura original *h*, comenzando de nuevo el proceso. El muchacho, que realiza el trabajo *mgh* sobre cada bolita, es una analogía de la fuente de fem. La fuente de energía en este caso es la energía interna química del muchacho.

Obsérvese que *dentro* de la fuente de fem, la carga fluye de una región de bajo potencial a otra de mayor potencial, de modo que aumenta su energía potencial. Cuando una batería se carga por medio de otra batería, la carga fluye desde una región de alto potencial a otra de bajo potencial, perdiendo así energía potencial electrostática. La energía perdida se transforma en energía química y se almacena en la batería a cargar.

Baterías reales

Cuando una carga ΔQ fluye a traves de la fuente fem ξ, su energia potencial se ve aumentada en la cantidad $\Delta Q\xi$:

$$\boxed{P = \frac{\Delta Q \xi}{\Delta t} = \xi I}$$

POTENCIA SUMINISTRADA POR UNA FUENTE DE FEM

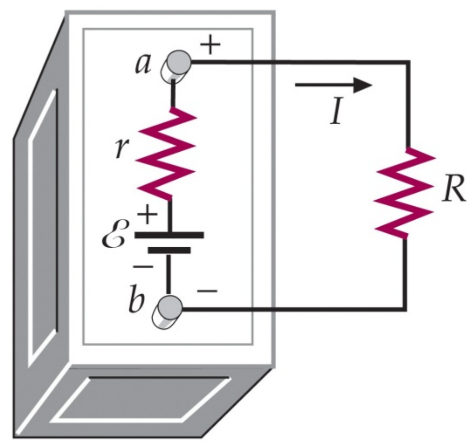
Frecuentemente las baterías se especifican en **amperio-horas** (A·h), lo que indica la carga total que pueden suministrar:

1 A·h=(1 C/s) (3600 s)= 3600 C

La **energía total almacenada** en la batería es la carga total multiplicada por la fem:

$$W = Q\xi$$

En una **batería real** la diferencia de potencial entre los bornes de la batería, denominada **tensión en los bornes** <u>no es simplemente igual al valor de la fem de la batería</u>.



$$V_a = V_b + \xi - Ir$$

$$V_a - V_b = \xi - Ir$$

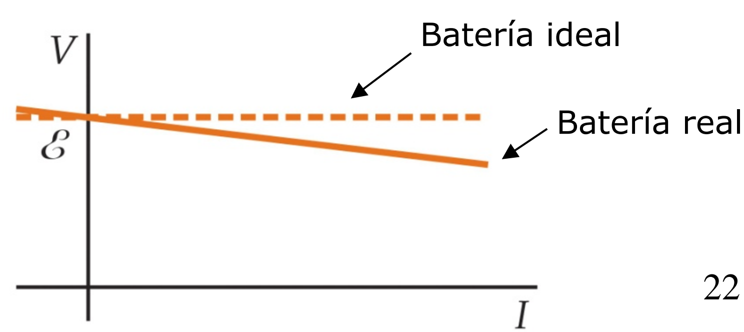
$$IR = V_a - V_b = \xi - Ir$$

$$IR + Ir = \xi$$

$$I(R + r) = \xi$$

$$\boxed{I = \frac{\xi}{R + r}}$$

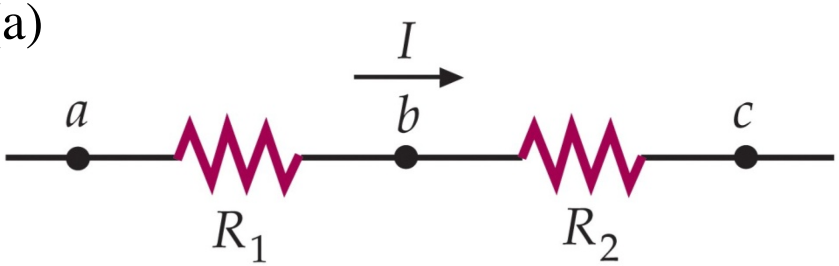
Intensidad de corriente en una batería real



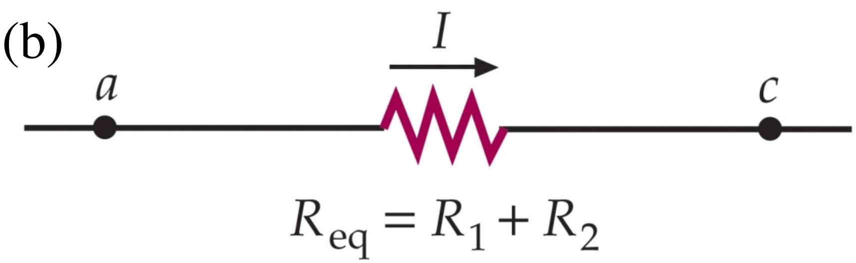
25-4
Combinaciones de resistencias

Resistencias en serie

(a)



(b)



(**a**) Cuando dos o más resistencias están conectadas de modo que <u>a través de ellas circula la misma corriente I</u>, se dice que las resistencias están conectadas en **serie**.

(**b**) Las resistencias de figura (a) pueden sustituirse por una sola **resistencia equivalente** $R_{eq}=R_1+R_2$, que proporciona la misma caída de potencial total cuando circula la misma corriente que en (a).

La caída de potencial a través de R_1 es IR_1, y a través de R_2 es IR_2. La caída de potencial a través de las dos resistencias es la **suma** de las caídas de potencial a través de las resistencias individuales:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots}$$

RESISTENCIA EQUIVALENTE PARA RESISTENCIAS EN SERIE

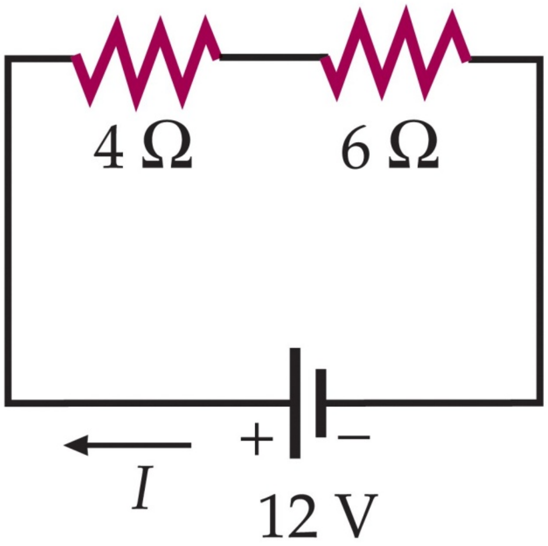
$$V = IR_1 + IR_2 = I\left(R_1 + R_2\right)$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Resistencias en serie

EJEMPLO 25.10

Una resistencia de 4 Ω y otra de 6 Ω se conectan en serie con una batería de fem 12 V y resistencia interna despreciable. Determinar (*a*) la resistencia equivalente, (*b*) la intensidad que circula por el circuito, (*c*) la caída de potencial a través de cada resistencia, (*d*) la potencia disipada en cada resistencia y (*e*) la potencia total disipada.



(a) $R_{eq} = 4\ \Omega + 6\ \Omega = 10\ \Omega$

(b) $I = \dfrac{V}{R_{eq}} = \dfrac{12\ V}{10\ \Omega} = 1.2\ A$

(c) Utilizar la ley de Ohm $V = IR$

$$V_4 = IR_4 = (1.2\ A)\cdot(4\ \Omega) = 4.8\,V$$

$$V_6 = IR_6 = (1.2\ A)\cdot(6\ \Omega) = 7.2\,V$$

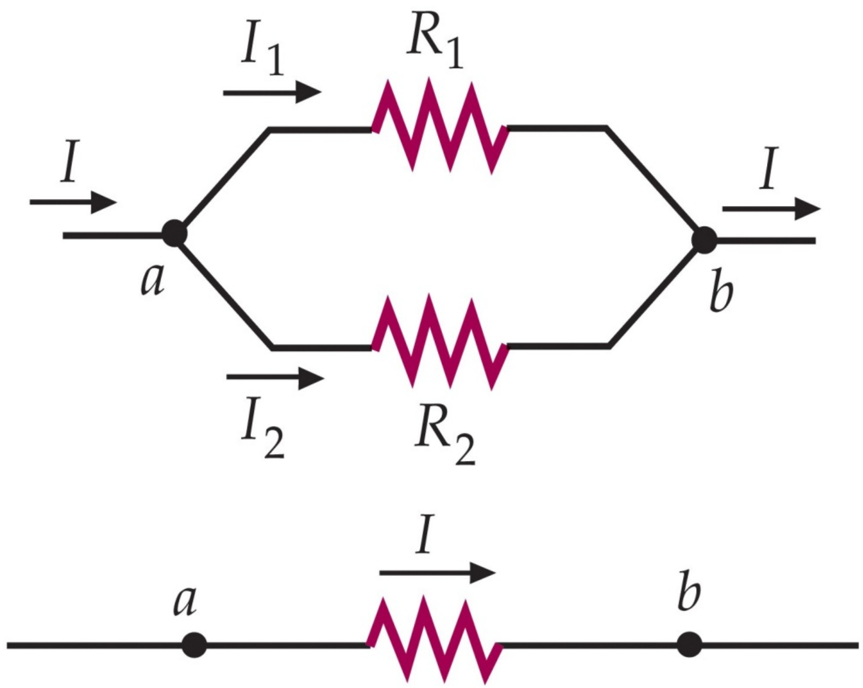
(d) Utilizar $P = I^2 R$ y comprobar el resultado con $P = VI$.

$$P_4 = I^2 R_4 = (1.2\ A)^2\cdot(4\ \Omega) = 5.76\,W$$

$$P_6 = I^2 R_6 = (1.2\ A)^2\cdot(6\ \Omega) = 8.64\,W$$

$$P_{tot} = P_4 + P_6 = 5.76 + 8.64 = \boxed{14.4\,W}$$

Resistencias en paralelo



$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots}$$

RESISTENCIA EQUIVALENTE PARA RESISTENCIAS EN PARALELO

(**a**) Dos resistencias están combinadas en **paralelo** cuando se conectan juntas en ambos extremos, de modo que la caída de potencial es la misma a través de cada una de ellas.

(**b**) Las dos resistencias del apartado (a) pueden sustituirse por una **resistencia equivalente** R_{eq} relacionada con R_1 y R_2 por $1/R_{eq}=1/R_1+1/R_2$.

En el punto *a* la corriente se divide en dos partes, I_1 y I_2. Las dos **derivaciones de corriente** suman la intensidad de la corriente que fluye por el punto *a*: $I=I_1+I_2$. En el punto *b* las dos derivaciones de corriente se unen, de tal forma que la corriente que continúa por el hilo a partir de este punto es $I=I_1+I_2$.

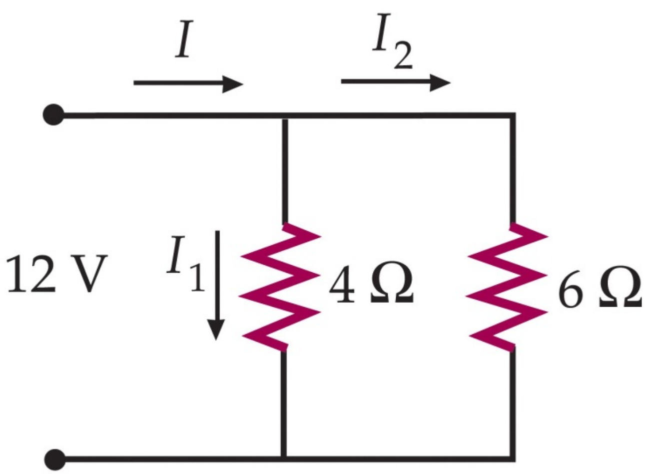
La resistencia equivalente de una combinación de resistencias en paralelo se define como aquella resistencia R_{eq} para la cual la misma corriente total I produce la misma caída de potencial V:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Resistencias en paralelo

EJEMPLO 25.9
Una batería que genera una diferencia de potencial de 12 V se conecta a una combinación de resistencias de 4 Ω y 6 Ω, respectivamente, dispuestas en paralelo como muestra la figura. Determinar (*a*) la resistencia equivalente, (*b*) la intensidad total de corriente, (*c*) la corriente que circula por cada resistencia, (*d*) la potencia disipada en cada resistencia y (*e*) la potencia suministrada por la batería.



(*a*) $$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega} = \left(\frac{3}{12\ \Omega} + \frac{2}{12\ \Omega}\right) \Rightarrow R_{eq} = \frac{12\ \Omega}{5} = \boxed{2.4\ \Omega}$$

Obsérvese que la resistencia equivalente de dos resistencias en paralelo es menor que la resistencia de cualquiera de ellas por separado.

(*b*) $$I_{tot} = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12\ V}{2.4\ \Omega} = 5\ A$$

(*c*) $$I_1 = \frac{12\ V}{4\ \Omega} = 3\ A;\quad I_2 = \frac{12\ V}{6\ \Omega} = 2\ A$$

(*d*) Utilizar $P = I^2 R$ para la potencia disipada.

$$P_1 = I_1^{\,2} R_4 = (3\ A)^2 \cdot (4\ \Omega) = 36\ W$$

$$P_2 = I_2^{\,2} R_6 = (2\ A)^2 \cdot (6\ \Omega) = 24\ W$$

$$P_{tot} = P_1 + P_2 = 36 + 24 = \boxed{60\ W}$$

(*e*) Utilizar $P = VI$ para determinar la potencia suministrada por la batería.

$$P = VI = (12\ V)(5\ A) = \boxed{60\ W}$$

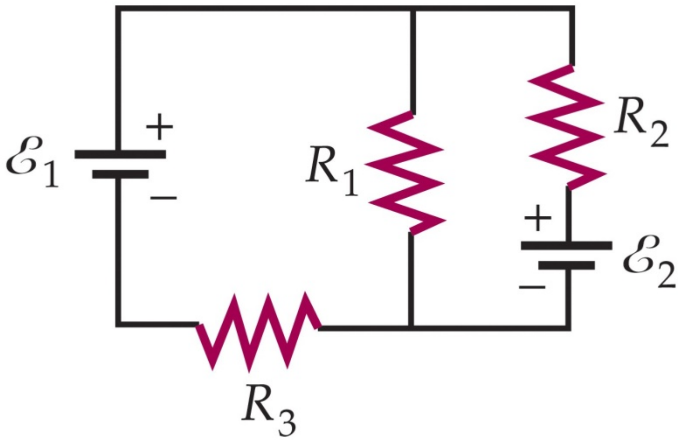
La potencia suministrada por la batería es igual a la potencia disipada en la dos resistencias.

En el circuito en <u>paralelo</u> se disipa mucha más potencia (**60 W**) que en el correspondiente circuito en <u>serie</u> (**14.4 W**).

Gustav Robert Kirchhoff, físico alemán
(12 de marzo de 1824 - 17 de octubre de 1887)

25-5
Reglas de Kirchhoff

Regla de las mallas y de los nudos



Existen muchos circuitos simples que no pueden analizarse meramente reemplazando combinaciones de resistencias por una equivalente. Por ejemplo, R_1 y R_2 de este circuito parecen estar en paralelo, pero no es así. La caída de potencial no es la misma a través de ambas resistencias, debido a la presencia de la fuente de fem ξ_2. Ademas R_1 y R_2 no transportan la misma corriente y, por lo tanto, tampoco éstan en serie.

Existen dos reglas, llamadas **reglas de Kirchhoff**, que se aplican a éste y a cualquier otro circuito:

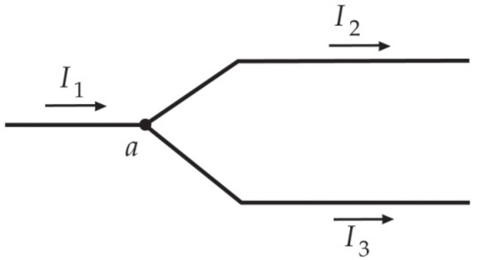
1. *La suma algébrica de las variaciones de potencial a lo largo de cualquier bucle o malla del circuito debe ser igual a cero (**Regla de las mallas**).*

2. *En un punto o nudo de ramificación de un circuito en donde puede dividirse la corriente, la suma de las corrientes que entran en el nudo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen del mismo (**Regla de los nudos**).*

La **regla de los nudos** se deduce de la **conservación de la carga**, mientras que la **regla de las mallas** es una consecuencia directa de que el **campo eléctrico es conservativo** (conservación de la energía)[1]:

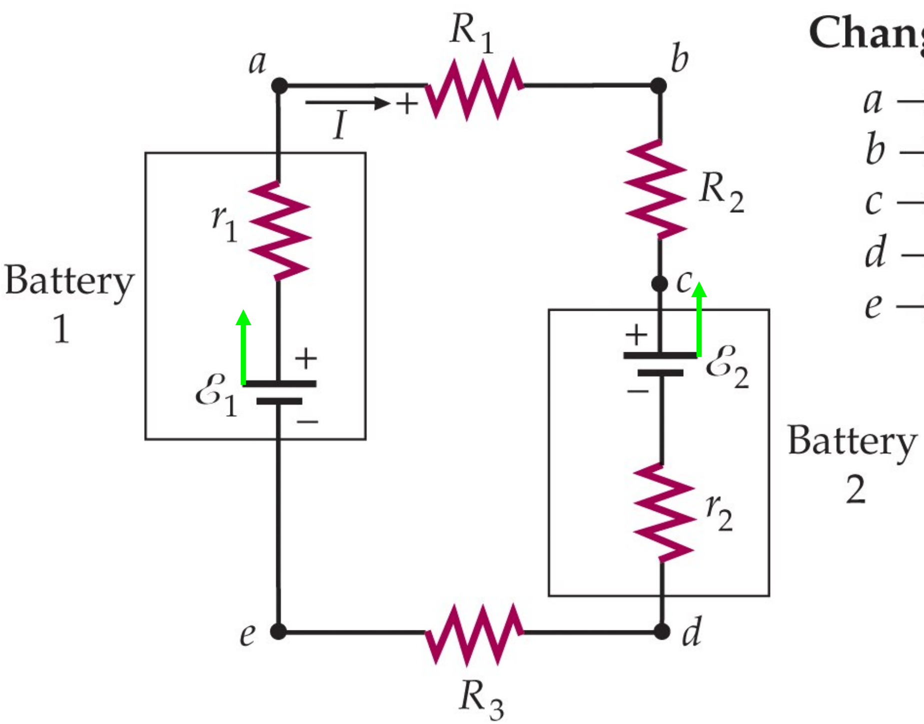
$$\oint_C E \cdot dr = 0; \quad \Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b E \cdot dr$$

REGLAS DE KIRCHHOFF



[1]Supongamos que recorremos las diferencias de potencial a través de los diferentes elementos del circuito. Cuando llegamos al punto de inicio (a=b), la *suma algébrica* de las diferencias medidas debe ser cero; de otro modo, no podríamos decir que el potencial en este punto tiene un valor definido.

Circuitos de una sola malla



Changes in Potential

$a \rightarrow b$	Drop IR_1
$b \rightarrow c$	Drop IR_2
$c \rightarrow d$	Drop $\mathcal{E}_2 + I_{r2}$
$d \rightarrow e$	Drop Ir_3
$e \rightarrow a$	Increase $\mathcal{E}_1 - I_{r1}$

Obsérvese que hay una **caída** de potencial al atravesar ***c→d*** y un **incremento** de potencial al atravesar ***e→a***.

Deseamos determinar la corriente en función de las fems y resistencias del circuito:

Elegimos el sentido de las agujas del reloj como positivo, según está indicado en la figura, y aplicamos la **regla de Kirchhoff de las mallas** recorriendo el circuito en el sentido positivo, comenzando por el punto *a*:

$$-IR_1 - IR_2 - \xi_2 - Ir_2 - IR_3 + \xi_1 - Ir_1 = 0$$

$$I = \frac{\xi_1 - \xi_2}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2}$$

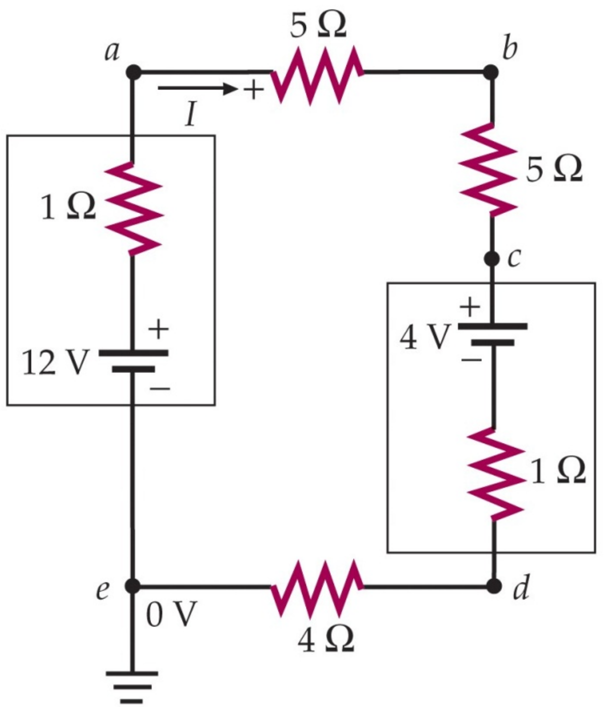
Si ξ_2 es mayor que ξ_1, se obtiene un numero negativo para la corriente I, indicando que ésta circula en sentido opuesto al movimento de las agujas del relos.

En las baterías la carga fluye del potencial más alto (+) al más bajo (-) siguiendo los cables del circuito. Por lo tanto, si supongamos que $\xi_1 > \xi_2$ observamos que **la batería 2 está carganodose** convertiendo energía electrica en energía química.

Determinación del potencial

EJEMPLO 25.14

Supongamos que los elementos del circuito en figura tiene los valores ξ_1=12 V, ξ_2=4 V, $r_1=r_2$=1 Ω, $R_1=R_2$=5 Ω, y R_3=4 Ω. (*a*) Hallar los potenciales en los puntos *a* hasta *e* indicados en la figura admitiendo que el potencial en el punto *e* es cero[1]. (*b*) Determinar la potencia de entrada y de salida del circuito.



$$(a)\; I=\frac{\xi_1-\xi_2}{R_1+R_2+R_3+r_1+r_2}=\frac{12\,V-4\,V}{5\,\Omega+5\,\Omega+4\,\Omega+1\,\Omega+1\,\Omega}=0.5\,A$$

$$V_a=V_e+\xi_1-Ir_1=0+12\,V-(0.5\,A)(1\,\Omega)=11.5\,V$$

$$V_b=V_a-IR_1=11.5\,V-(0.5\,A)(5\,\Omega)=9\,V$$

$$V_c=V_b-IR_2=9\,V-(0.5\,A)(5\,\Omega)=6.5\,V$$

$$V_d=V_c-\xi_2-Ir_2=6.5\,V-4\,V-(0.5\,A)(1\,\Omega)=2.0\,V$$

$$V_e=V_d-IR_3=2.0\,V-(0.5\,A)(4\,\Omega)=0\,V$$

$$(b)\; P_{\xi_1}=\xi_1 I=(12\,V)(0.5\,A)=6\,W$$

$$P_R=I^2R_1+I^2R_2+I^2R_3+I^2r_1+I^2r_2$$

$$=(0.5\,A)^2(5\,\Omega+5\,\Omega+4\,\Omega+1\,\Omega+1\,\Omega)=4.0\,W$$

$$P_{\xi_2}=\xi_2 I=(4\,V)(0.5\,A)=2\,W$$

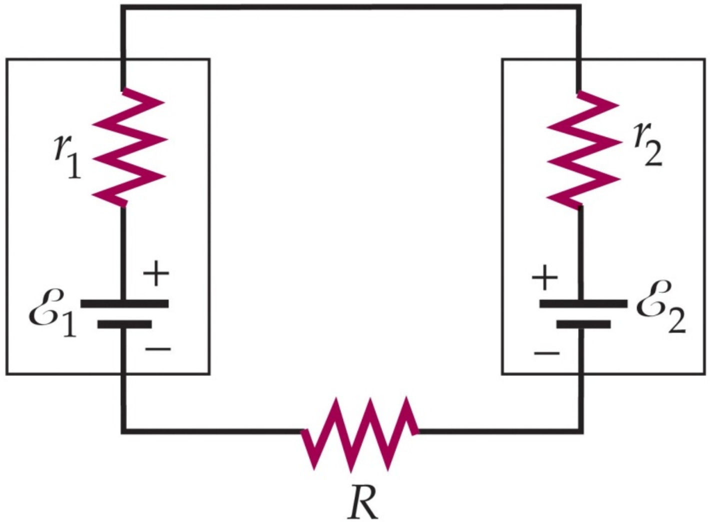
$$P=P_R+P_{\xi_2}=6\,W$$

$P_{\xi 1}$:potencia suministrada por la fuente ξ_1
P_R: potencia disipada en las resistencias
$P_{\xi 2}$:potencia destinada a cargar la batería 2
P :energía potencial consumida por el circuito

[1]La Tierra puede considerarse como un conductor muy extenso con una provisión casi ilimitada de carga, lo cual significa que el potencial de la Tierra permanece esencialmente constante. En la práctica, los circuitos eléctricos suelen conectarse a Tierra a través de un punto del circuito.

Poniendo en marcha un coche

EJEMPLO 25.15
Una batería de automóvil totalmente cargada se conecta mediante cables a otra batería descargada para proceder a su carga. (*a*) ¿A qué borne de la batería débil debemos conectar el borne positivo de la batería cargada? (*b*) Suponer que ésta tiene una fem ξ_1=12 V mientras que la débil tiene una fem ξ_2= 11 V, que la resistencias internas de las baterías son $r_1=r_2$=0.02 Ω y que la resistencia de los cables es R=0.01 Ω ¿Cuál será la corriente de carga? (*c*) ¿Y si las baterías se conectan incorrectamente, cuál sería la corriente?



1. Mediante la regla de la mallas se determina la corriente de carga:

$$\xi_1 - Ir_1 - Ir_2 - \xi_2 - IR = 0$$

$$I = \frac{\xi_1 - \xi_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{12\,V - 11\,V}{0.05\,\Omega} = \boxed{20\,A}$$

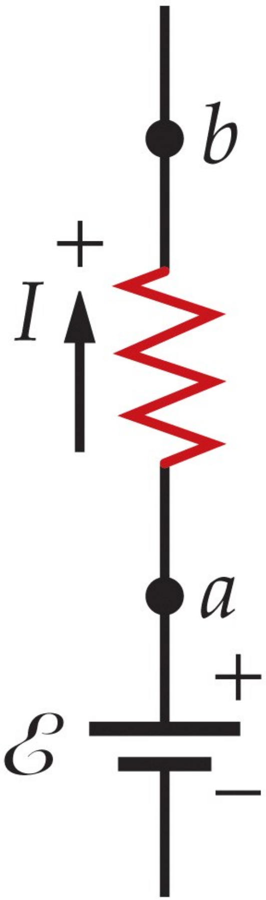
2. Si las baterías se conectan incorrectamente, terminales positivos con negativos, las fems se suman:

$$\xi_1 - Ir_1 - Ir_2 + \xi_2 - IR = 0$$

$$I = \frac{\xi_1 + \xi_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{12\,V + 11\,V}{0.05\,\Omega} = \boxed{460\,A}$$

<u>*Para cargar la batería débil se conectan entre sí los bornes positivos de ambas baterías así como los bornes negativos*</u> (**conexión en paralelo**).
Si las baterías se conectan incorrectamente la corriente es muy grande y **ambas baterías pueden explotar**, produciendo un chaparrón de ácido hirviendo.

Circuitos de mallas múltiples



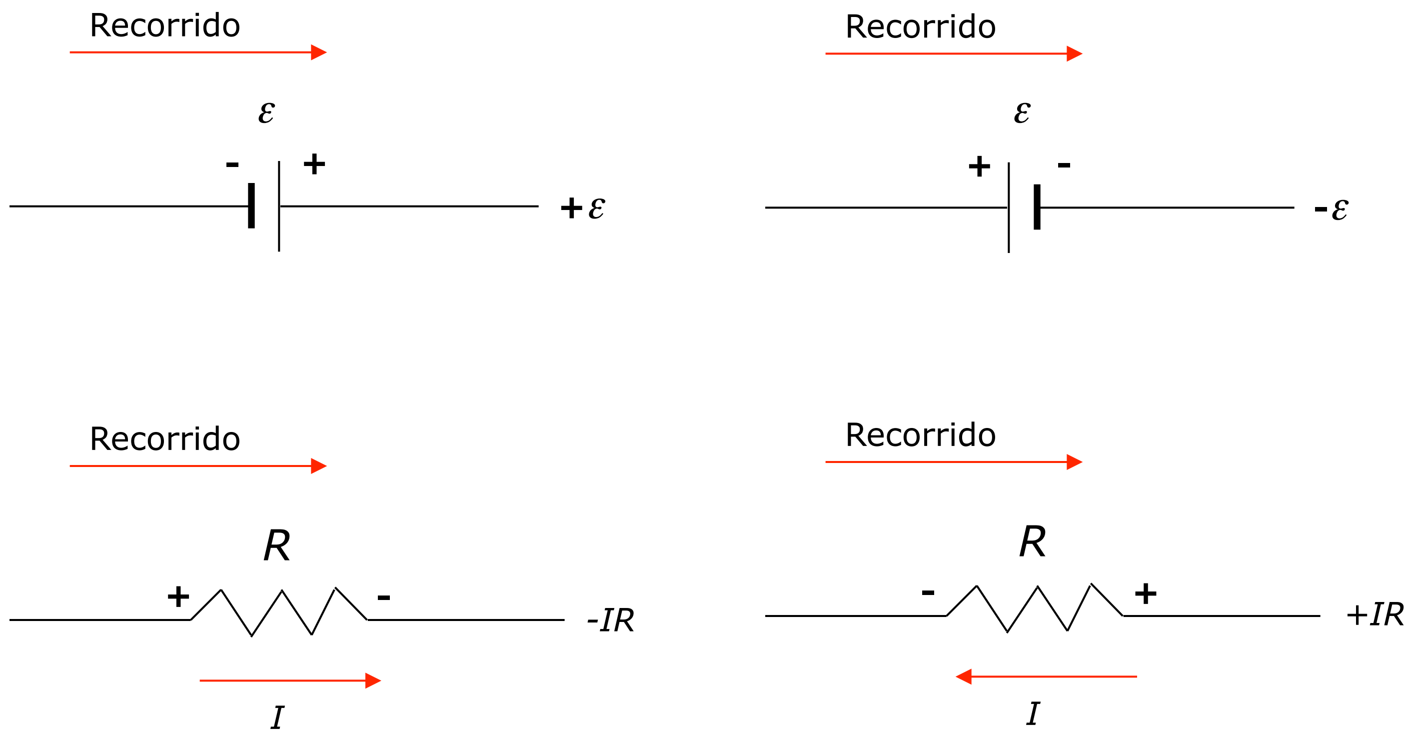
En circuitos con mallas múltiples, los sentidos de las corrientes de cada rama suelen ser desconocidos. Para resolver el problema debemos asignar un determinado sentido en cada rama que definiremos como positivo. Si cuando determinamos mediante las reglas de Kirchhoff cada una de las intensidades, la correspondiente a una rama determinada es negativa, esto implicará que el sentido es el contrario del inicialmente asignado, y si es positiva, el sentido será correcto.

Para cada rama del circuito, dibujamos una flecha indicando el sentido positivo de la corriente. La diferencia de potencial ΔV entre los extremos final e inicial de una determinada resistencia, definidos éstos por el sentido de la corriente, es igual a $-IR$, y entre el inicial y final es IR.

REGLA DEL SIGNO PARA LA DIFERENCIA DE POTENCIAL A TRAVÉS DE UNA RESISTENCIA

En principio, no tiene por qué saberse si la intensidad de corriente es positiva o negativa. En cualquier caso, $V_b-V_a=-IR$. Si la corriente I va en la dirección ascendente del dibujo, I es positiva y $-IR$ es una cantidad negativa, y por el contrario, si la corriente va hacia abajo, I es negativa y $-IR$ es positivo.

Convención de signos a seguir al recorrer una trayectoria cerrada



Método general para el análisis de circuitos con múltiples mallas

1. Dibujar un esquema del circuito
2. Reemplazar cualquier asociación de resistencias o capacidades en serie o paralelo por su resistencia equivalente.
3. Elegir un sentido para la corriente en cada rama del circuito e indicar el sentido positivo con una flecha. Especificar las corrientes de cada rama. Añadir los signos más y menos para indicar los extremos de los terminales de potencial mayor y menor de cada fuente de fem.
4. Aplicar la regla de los nudos a cada una de las uniones en donde la corriente se divide.
5. Aplicar la regla de las mallas a cada uno de los bucles cerrados hasta obtener tantas ecuaciones como incógnitas. Cuando se atraviesa una resistencia en sentido positivo, el cambio de potencial es $-IR$. Cuando se atraviesa una batería desde el terminal negativo al positivo, el cambio de potencial es $\xi - IR$.
6. Resolver las ecuaciones para deducir los valores de las incógnitas.
7. Comprobar los resultados asignando un potencial cero a un punto del circuito y utilizar los valores de las corrientes para determinar los potenciales en otros puntos del circuito.

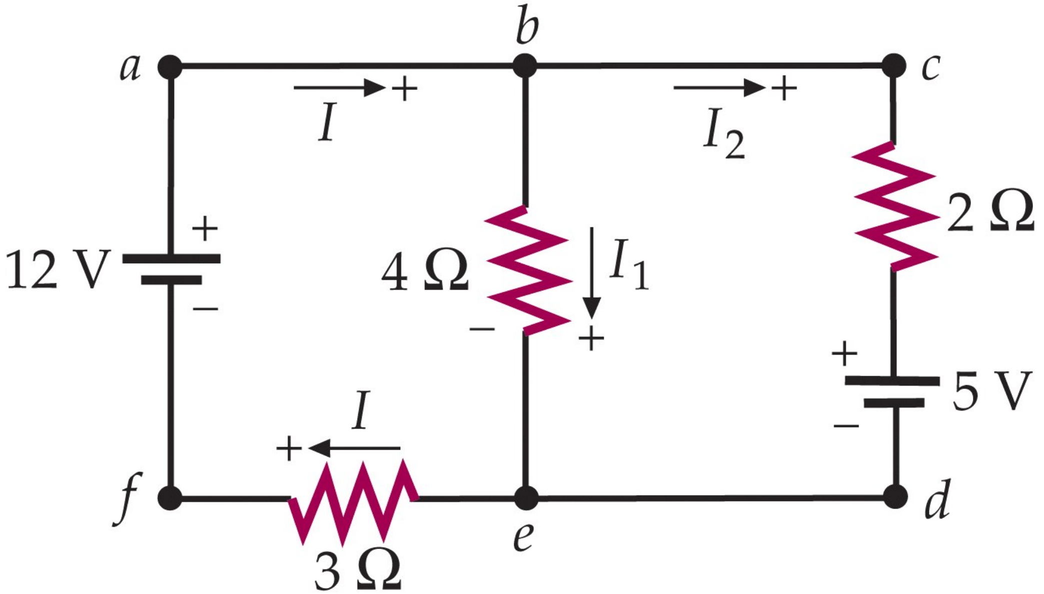
MÉTODO GENERAL PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS CON MÚLTIPLES MALLAS

Aplicación de las reglas de Kirchhoff

EJEMPLO 25.16
(*a*) Determinar la corriente en cada parte del circuito mostrado en la figura. (*b*) Calcular la energía disipada en 3 s en la resistencia de 4 Ω.

Planteamiento del problema: como existen **tres incógnitas** I, I_1 e I_2, necesitamos **tres relaciones**. Una relación procede de aplicar la regla de los nudos al punto *b* (igualmente podía aplicarse al punto *e*). Las otras dos relaciones se obtienen aplicando la regla de las mallas a dos de las tres mallas: *abefa*, *bcdeb* y *abcdefa*.

El sentido de la corriente en cada rama del circuito es por definición positivo. Si nuestro cálculo determina que la corriente en una rama tiene valor negativo, esto implicará que la corriente va en esta rama en sentido opuesto.



(*a*) 1. Aplicar la regla de los nudos al punto b

$I = I_1 + I_2$

2. Aplicar la regla de las mallas al circuito exterior *abcdefa*

$12\ V - (2\ \Omega)I_2 - 5\ V - (3\ \Omega)(I_1 + I_2) = 0$

3. Dividir la ecuación anterior por 1 Ω, recordando que

$(1\text{V})/(1\Omega) = 1\text{A}$

$7\ A - 3I_1 - 5I_2 = 0$

4. Para la tercera condición aplicar la regla de las mallas a la malla derecha *bcdeb*

$-(2\ \Omega)I_2 - 5\ V + (4\ \Omega)I_1 = 0$

$-5\ A + 4I_1 - 2I_2 = 0$

5. Multiplicar el resulatdo de pasos 3 por 2 y el resultado del paso 4 por - 5 y sumar miembro a miembro las ecuaciónes

$$\left.\begin{array}{l} 14\ A - 6I_1 - 10I_2 = 0 \\ 25\ A - 20I_1 + 10I_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 39\ A - 26I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{39\ A}{26} = \boxed{1.5\ A}$$

6. Sustituir I_1 en los resultados de los pasos 3 o 4 para despejar I_2

$7\ A - 3(1.5\ A) - 5I_2 = 0$

$$I_2 = \frac{2.5\ A}{5} = \boxed{0.5\ A}$$

7. Finalmente, conocidas I_1 e I_2 se determina el valor de I

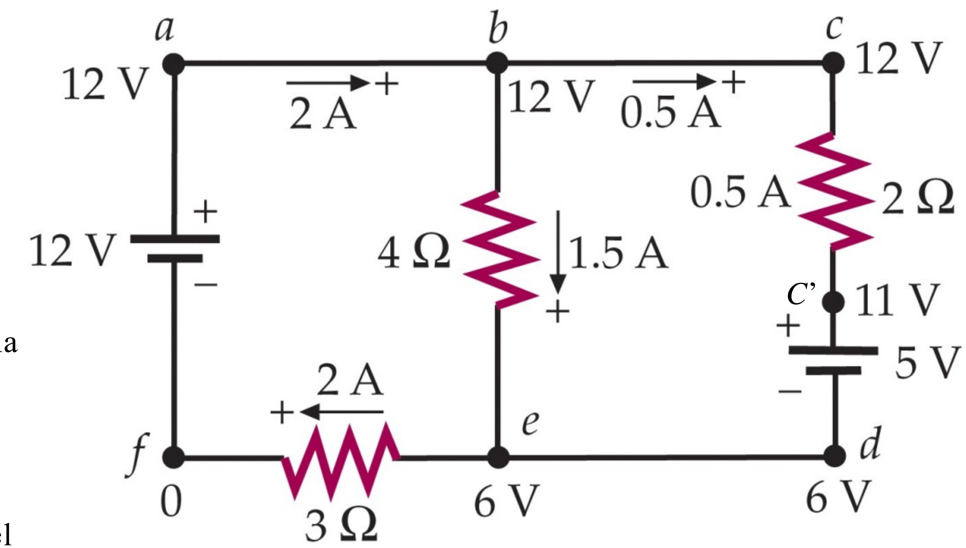
$I = I_1 + I_2 = 1.5\ A + 0.5\ A = \boxed{2.0\ A}$

(*b*) 1. La potencia disipada en la resistencia de 4 *Ω* se determina mediante $P = I_1^2 R$

$P = I_1^2 R = (1.5\ A)^2 (4\ \Omega) = 9\ W$

2. La energía total disipada en un tiempo Δt es $W = P\Delta t$

$W = P\Delta t = (9\ W)(3\ s) = \boxed{27\ J}$



Comprobar el resultado eligiendo el potencial nulo en el punto ***f*:**

$V_a = 0 + 12\ V$

$V_b = V_a = 12\ V$

$V_c = V_b = 12\ V$

$V_{c'} = 12\ V - (0.5\ A \cdot 2\ \Omega) = 12\ V - 1\ V = 11\ V$

$V_d = 11\ V - 5\ V = 6\ V$

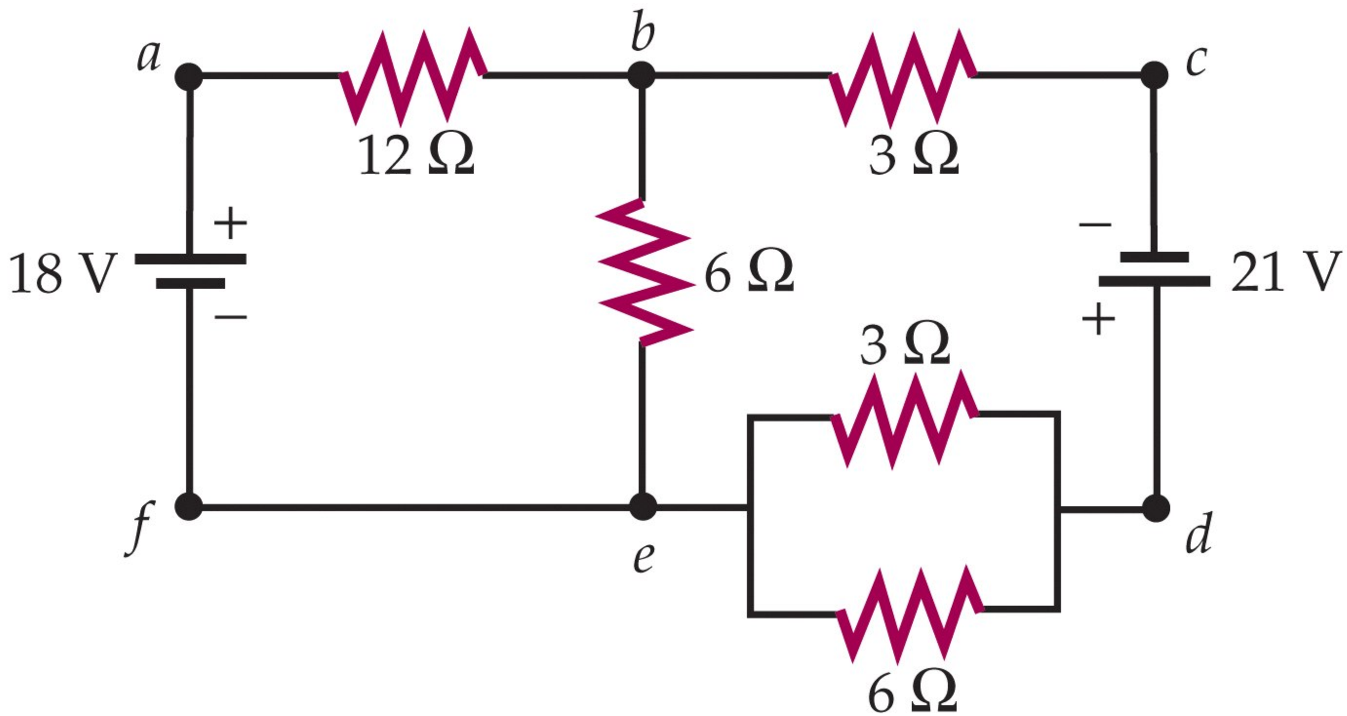
$V_e = V_d = 6\ V$

$V_f = 6\ V - (2\ A \cdot 3\ \Omega) = 0$

Circuito con tres ramas

EJEMPLO 25.17

(*a*) Determinar la intensidad de la corriente en cada parte del circuito mostrado en la figura. Dibujar el diagrama del circuito con los valores absolutos y los sentidos de la intensidad en cada una de su parte. (*b*) Asignar V=0 en el punto *c* y después especificar el potencial en cada uno de los puntos de *a* a *f* respecto de aquel.



(a) 1. Determinar la resistencia equivalente de las resistencias de 3 y 6 Ω:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{6\,\Omega} \Rightarrow R_{eq} = 2\,\Omega$$

2. Sea I la corriente a través de la batería de 18 V, I_1 la corriente de b a e e I_2 la corriente de b a c. Aplicar la regla de los nudos a los puntos b y e:

$$I = I_1 + I_2 \quad \text{o} \quad (I_1 = I - I_2)$$

3. Aplicar la regla de las mallas a la malla *abefa*:

$$18\,V - (12\,\Omega)I - (6\,\Omega)I_1 = 0$$

3. Dividir la ecuación anterior por 6 Ω, sustituir I_1 por $I - I_2$ y simplificar:

$$3\,A - 2I - I_1 = 0$$
$$3\,A - 2I - (I - I_2) = 0$$
$$3\,A - 3I + I_2 = 0$$

4. Aplicar la regla de las mallas a la malla *bcdeb* y dividir por 1 Ω:

$$-(3\,\Omega)I_2 + 21\,V - (2\,\Omega)I_2 + 6\,\Omega(I - I_2) = 0$$
$$21\,A + 6I - 11I_2 = 0$$

5. Multiplicar el resulatdo de pasos 3 por 11 y sumar con la ecuación del paso 4:

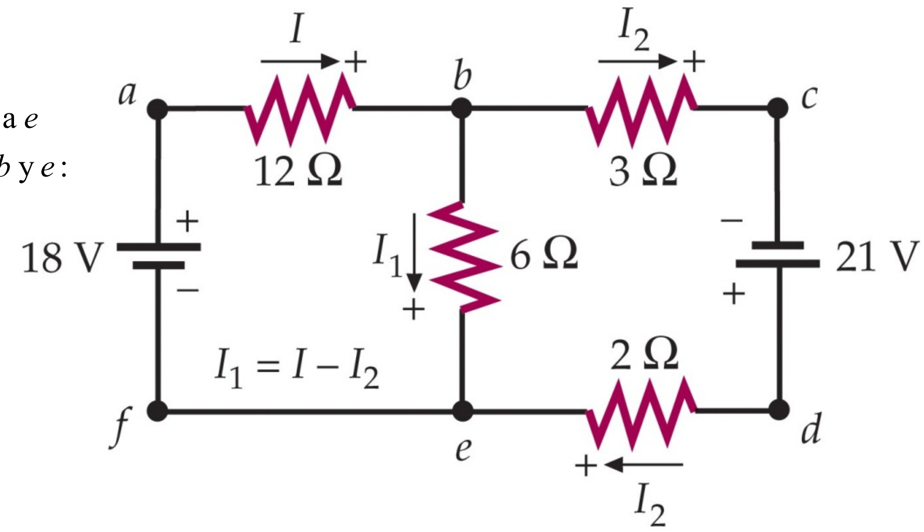
$$\left.\begin{array}{l} 11\cdot(3\,A - 3I + I_2) = 0 \\ 21\,A + 6I - 11I_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 54\,A - 27I = 0$$

$$I = \frac{54\,A}{27} = \boxed{2\,A}$$

$$I_2 = \frac{21\,A + (6\cdot 2\,A)}{11} = \boxed{3\,A}$$

6. Determinar la corriente a través de la resistencia de 6 Ω:

$$I_1 = I - I_2 = 2\text{ A-}3\,A = \boxed{\text{-}1\,A}$$



7. Determinar la caída de potencial y la corriente en las resistencias en paralelo de 3 y 6 Ω:

$$V = I_2 R_{eq} = (3\,A)(2\,\Omega) = 6\,V$$

$$I_{3\,\Omega} = \frac{6\,V}{3\,\Omega} = 2\,A$$

$$I_{6\,\Omega} = \frac{6\,V}{6\,\Omega} = 1\,A$$

(b) 1. *E*specificar el potencial en cada uno de los puntos:

$$V_d = V_c + 21\,V = 0 + 21\,V = 21\,V$$
$$V_e = V_d - (3\,A)(2\,\Omega) = 21\,V - 6\,V = 15\,V$$
$$V_f = V_e = 15\,V$$
$$V_a = V_f + 18\,V = 15\,V + 18\,V = 33\,V$$
$$V_b = V_a - (2\,A)(12\,\Omega) = 33\,V - 24\,V = 9\,V$$