TEMA2. Dinámica I
Capitulo2. Cantidad de movimiento

TEMA 2: Dinámica I

- Capítulo 2: Cantidad de movimiento

  - Teorema de la cantidad de movimiento
  - Teorema del centro de masas

Cantidad de movimiento

$$\boxed{\vec{p} \equiv m \cdot \vec{v}}$$

- Cantidad de movimiento o **momento lineal (ímpetu)**
  - Es una medida de la resistencia para llevar una partícula en movimiento al reposo.
  - La 2ª Ley de Newton realmente se escribe como:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(m \cdot \vec{v}\right) = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Conservación de la cantidad de movimiento

- Colisión de dos cuerpos

3ª Ley Newton

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{F_A} &= \frac{d\left(m_A \cdot \overrightarrow{v_A}\right)}{dt} \\ \overrightarrow{F_B} &= \frac{d\left(m_B \cdot \overrightarrow{v_B}\right)}{dt}\end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\overrightarrow{F_A} = -\overrightarrow{F_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\left(m_A \cdot \overrightarrow{v_A}\right)}{dt} + \frac{d\left(m_B \cdot \overrightarrow{v_B}\right)}{dt} = 0$$

$$\boxed{m_A \cdot \overrightarrow{v_A} + m_B \cdot \overrightarrow{v_B} = cte}$$

- **La cantidad de movimiento permanece constante**
  - **La cantidad de movimiento total** (suma de las cantidades de movimiento de todas las partículas) **antes de interaccionar es la misma que después de la interacción**

Energía cinética de un sistema

La energía cinética de un sistema de partículas puede escribirse como la suma de dos términos: (1) la energía cinética asociada con el movimiento del centro de masas, $1/2Mv_{cm}^2$, en donde *M* es la masa total del sistema; y (2) la energía cinética asociada con el movimiento de las partículas del sistema respecto al centro de masas, $\sum 1/2m_i u_i^2$, siendo $\mathbf{u}_i$ la velocidad de la partícula *i* relativa al centro de masas.

$$E_c = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_{cm}^2 + \sum_i \frac{1}{2} m_i u_i^2 = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + E_{c_{rel}}$$

Energía cinética de las partículas *relativas al centro de masas*.

Tipos de Colisiones

- Perféctamente **inelásticas.** Después de la colisión quedan unidos.
  - **NO** se conserva la energía cinética.
    Se transforma energía cinética a otro tipo de energía (potencial, térmica, etc.)
  - **SÍ** se conserva la energía total.

$$\boxed{v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}}$$

- Perfectamente **elásticas**
  - **SÍ** se conserva la energía cinética

$$E_{c,1i} + E_{c,2i} = E_{c,1f} + E_{c,2f}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1\left(v_{1i}^2 - v_{1f}^2\right) = m_2\left(v_{2f}^2 - v_{2i}^2\right) \\ m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f}\right)}$$

conocidos m$_1$, m$_2$, v$_{1i}$, v$_{2i}$: $\Rightarrow$

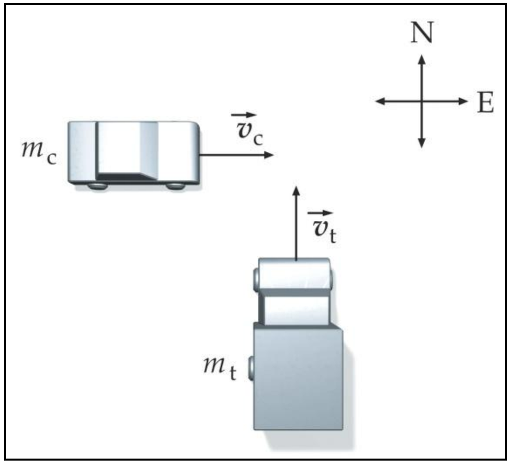
$$\boxed{\begin{array}{l} v_{1f} = \left(\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \\ v_{2f} = \left(\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \end{array}}$$

  - **SÍ** se conserva la energía total

Aproximación y retroceso en una **colisión elástica**

$$\boxed{v_{1i} - v_{2i} = -\left(v_{1f} - v_{2f}\right)}$$

Ejercicio: colisiones inelásticas



Un coche pequeño (1200 Kg) circula hacia el este cuando choca en una intersección con un camión de 3000 Kg que circula a 40 Km/h. El coche y el camión se acoplan como un solo cuerpo a consecuencia del choque. El conductor del camión esgrime que la culpa es del otro conductor que iba a una velocidad superior a la permitida. El conductor del coche busca evidencias para desmontar ese argumento.

a) No hay marcas de frenado, por lo tanto ninguno de los dos vehículos se dio cuenta antes de chocar

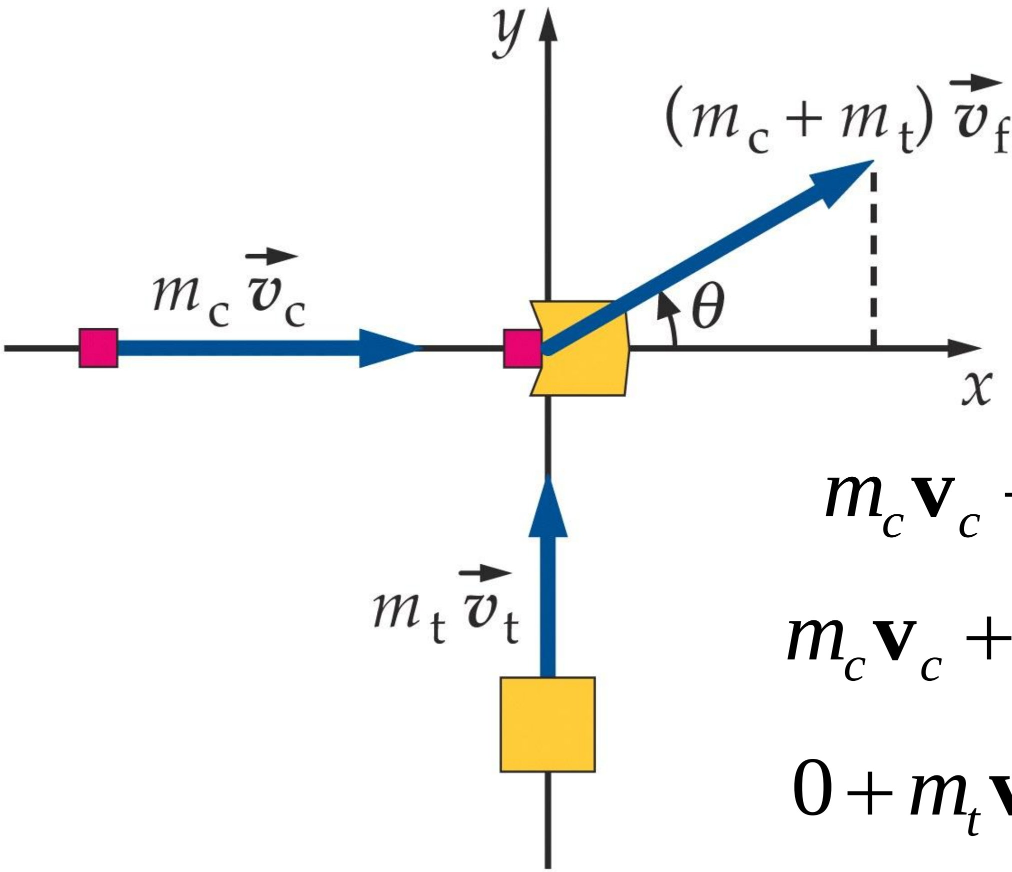
b) Hay una señal de límite de velocidad a 80 Km/h

c) El velocímetro del camión después del choque indica 50 Km/h justo después de la colisión

Los restos de la colisión salieron disparadas con un ángulo de 59º nordeste.

¿Quién tiene razón?

Solución



Expresamos el momento de cada objeto en forma vectorial y aplicamos el principio de conservación del momento:

$$m_c \mathbf{v}_c + m_t \mathbf{v}_t = (m_c + m_t)\mathbf{v}_f$$

$$m_c \mathbf{v}_c + 0 = (m_c + m_t)\mathbf{v}_f \cos\theta$$

$$0 + m_t \mathbf{v}_t = (m_c + m_t)\mathbf{v}_f sen\theta$$

$$\frac{m_t \mathbf{v}_t}{m_c \mathbf{v}_c} = \frac{sen\theta}{\cos\theta} = tg\theta \qquad \mathbf{v}_c = \frac{m_t \mathbf{v}_t}{m_c tg\theta} = 75.1\,\mathrm{km/h}$$

Impulso mecánico

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \vec{F}\cdot dt = \overrightarrow{dp}$$

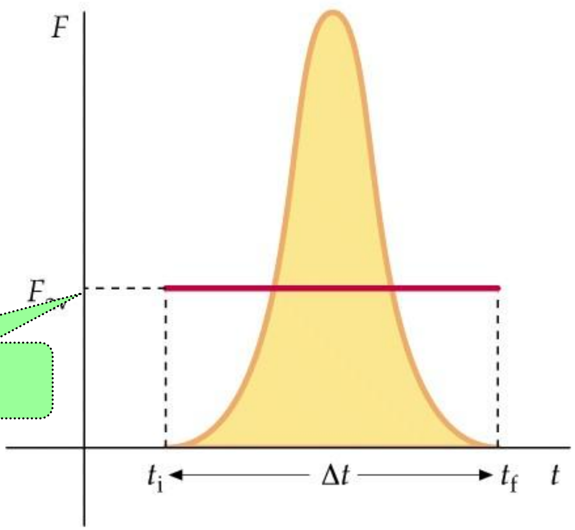
$$\boxed{\overrightarrow{I_P} \equiv \int_{t_0}^{t} \vec{F}\cdot dt}$$

Se define el *Impulso mecánico,*

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}\cdot dt = p_t - p_{t_0} = \Delta\vec{p}$$

$$\boxed{\overrightarrow{I_P} = \Delta\vec{p}}$$

colisión



Cantidad de movimiento para un sistema de partículas

- Para un conjunto de N partículas, la cantidad de movimiento total se define como la **suma de todos los momentos**

$$\boxed{\overrightarrow{p_T} \equiv \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{p_i}}$$

$$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{p_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d\overrightarrow{p_i}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F_i} \Rightarrow \boxed{\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \sum \overrightarrow{F}_i}$$

La variación de la cantidad de movimiento total del sistema respecto al tiempo es igual a la suma de todas las fuerzas **exteriores** que actúan sobre el sistema

Conservación del momento para un sistema de partículas

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{p} = cte$$

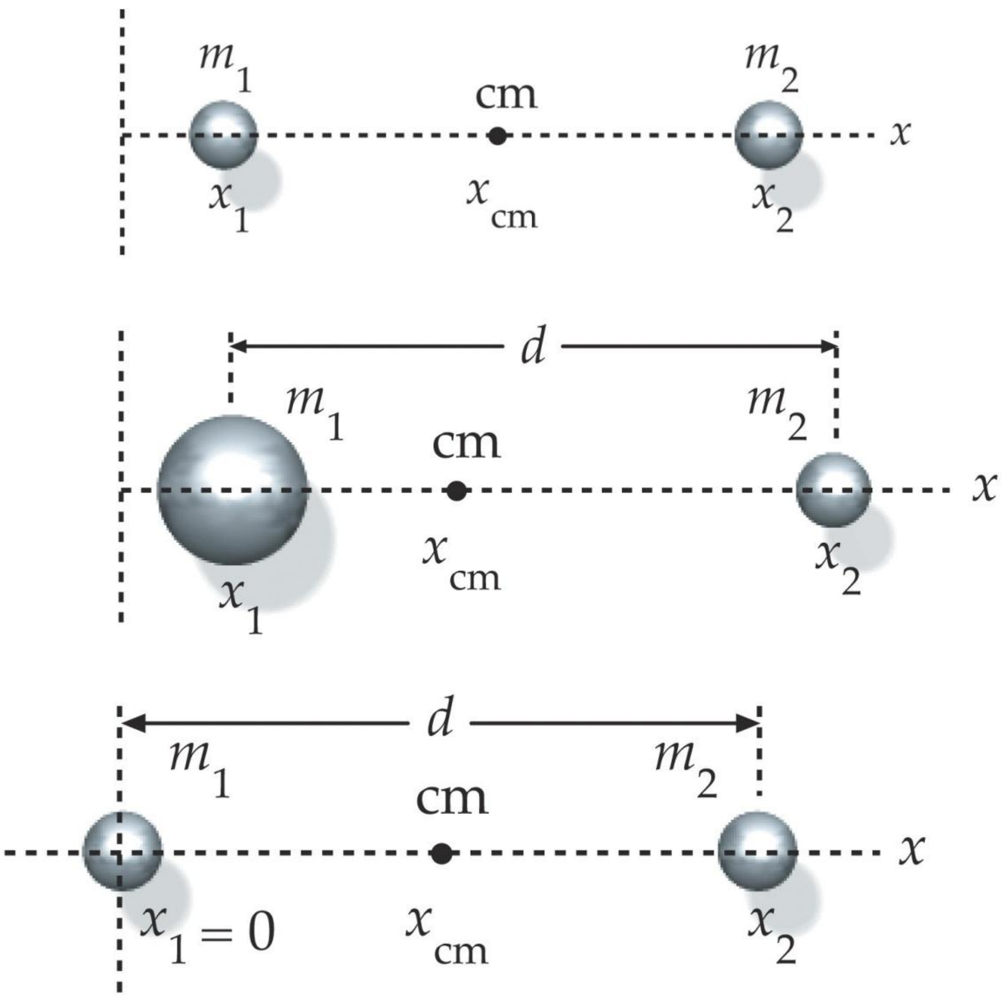
$$\boxed{\sum_{i}^{N} \overrightarrow{p_i} = cte}$$

- En ausencia de fuerzas externas, la suma de las cantidades de movimiento de un sistema permanece constante

✓Las **fuerzas internas** entre partículas no van a contribuir porque por la 3ª ley son iguales y de sentido contrario dos a dos, y al sumarlas todas se anulan.

Sistema de partículas: centro de masas

- Centro de masas ($M=m_1+m_2$)



$$Mx_{cm} = m_1 x_1 + m_2 x_2$$

$$Mx_{cm} = m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1(0) + m_2 d$$

$$x_{cm} = \frac{m_2}{M} d = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

Sistema de partículas: centro de masas

- Centro de masas

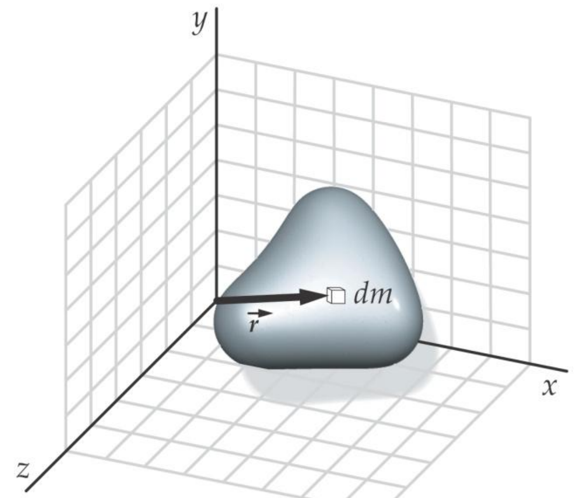
$$\overrightarrow{r_{CM}} \equiv \frac{\sum_{i}^{N} m_i \cdot \vec{r_i}}{\sum_{i}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i}^{N} m_i \cdot \vec{r_i}}{m_T}$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int \vec{r} dm}{\int dm}$$

  - <u>Posición media del sistema, ponderada por la masa</u>

$$M\mathbf{r}_{cm} = \int \mathbf{r}\, dm$$

CENTRO DE MASAS DE UN OBJETO CONTINUO



Cantidad de movimiento del centro de masas

$$m_T \cdot \overrightarrow{r_{CM}} = \sum_i^N m_i \vec{r_i}$$

$$m_T \frac{d\overrightarrow{r_{CM}}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum m_i \vec{r_i} = \sum m_i \vec{v_i} = \sum \vec{p_i}$$

- Luego la cantidad de movimiento total del sistema es la cantidad de movimiento del centro de masas

$$\boxed{m_T \cdot \overrightarrow{v_{CM}} = \vec{p}}$$

Teorema del centro de masas

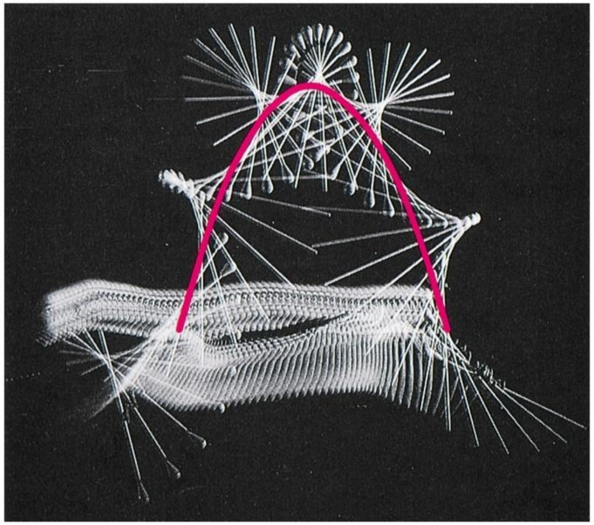
- Volviendo a derivar

$$m_T \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt} = \frac{d\,\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Teorema de la cantidad de movimiento

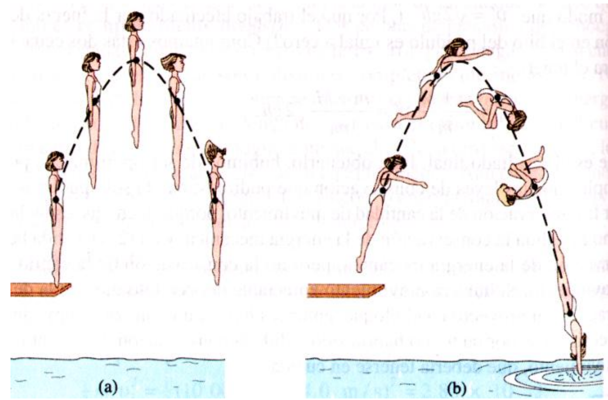
•Un sistema sometido a fuerzas externas se comporta como si toda la masa estuviera concentrada en el *centro de masas* y sobre él actuasen todas las fuerzas

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = m_T \cdot \overrightarrow{a_{CM}}}$$

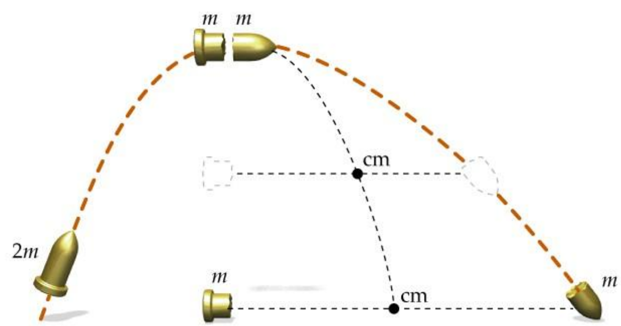


Teorema del centro de masas

- Ejemplos
  - Tiro parabólico



  - Explosiones en el aire



  - Salto de pértiga