

1. Sea  $R$  el conjunto de los números reales y sea  $T$  la topología en el conjunto  $R$  definida mediante

$$T = \{ \emptyset, \{0\}, R \}.$$

Estudiar si el espacio topológico  $(R, T)$  es *regular*.  
*Justifique sus respuestas.*

2. Sea  $R$  el conjunto de los números reales, sea  $T_u$  la topología usual del conjunto  $R$ , y sea  $T$  la topología del conjunto  $R$  definida mediante

$$T = \{ R, \emptyset \} \cup \{ V \in T_u \mid Q \subset V \},$$

siendo  $Q$  el conjunto de todos los números racionales.  
Estudiar si el espacio topológico  $(R, T)$  es *compacto*.  
*Justifique sus respuestas.*

3. Sea  $X$  el subconjunto de  $R^2$  definido mediante

$$X = (R \times \{0\}) \cup \left( \bigcup_{n \in Z^+} B_n \right),$$

siendo, para cada número entero positivo  $n$ ,

$$B_n = R \times \left\{ \frac{1}{n} \right\},$$

y siendo  $Z^+$  el conjunto de todos los números enteros positivos.

Sea  $T_u^2$  la topología usual de  $R^2$ , y sea  $T$  la topología de  $X$  relativa de la topología  $T_u^2$  de  $R^2$ .

- a) Estudiar si el espacio topológico  $(X, T)$  es *conexo*.  
b) Determinar las *componentes conexas del espacio topológico*  $(X, T)$ .

*Justifique sus respuestas.*

*Nota 1: Cada problema se calificará sobre 10 puntos y después se calculará la media aritmética de las tres calificaciones así obtenidas.*

*Nota 2: Material autorizado: Ninguno.*

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than 'Cartagena'. The text is set against a background of a light blue triangle pointing downwards and an orange triangle pointing upwards, both with a slight gradient.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70