

**1.** ( 3 puntos )

Demuestre que si  $A$  es un subconjunto numerable de  $\mathbb{R}^2$ , entonces  $(\mathbb{R}^2 - A, T)$  es conexo por caminos, siendo  $T = (T_u)_{\mathbb{R}^2 - A}$  la topología de  $\mathbb{R}^2 - A$  relativa de la topología usual de  $\mathbb{R}^2$ . Justifique su respuesta.

**2.** ( 4 puntos )

En el conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales, consideremos la topología

$T = T(B)$  generada por la base

$$B = \{ [a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}, a < b \}.$$

(a) Estudie si  $(\mathbb{R}, T(B))$  cumple el Primer Axioma de Numerabilidad.

(b) Estudie si  $(\mathbb{R}, T(B))$  es separable.

(c) Estudie si  $(\mathbb{R}, T(B))$  cumple el Segundo Axioma de Numerabilidad.

Justifique sus respuestas. No confunda separable con separado  $T_2$  o de Hausdorff.

**3.** ( 3 puntos )

Se considera, en el conjunto  $\mathbb{R}$  de los números reales, la topología

$$T = \{ M \subset \mathbb{R} \mid 0 \notin M \text{ o } \mathbb{R} - M \text{ es finito} \}.$$

Estudie si el espacio topológico  $(\mathbb{R}, T)$  es compacto.

Justifique su respuesta.