1. (5 puntos)

(a) Sea $f : S^1 \rightarrow S^1$ la simetría que transforma (x, y) en $(x, -y)$ para todo $(x, y) \in S^1$.
Pruebe que el homomorfismo inducido por la aplicación continua f,

$$f_* : \pi(S^1 ; (1, 0)) \rightarrow \pi(S^1 ; (1, 0)) ,$$

es el homomorfismo opuesto de la identidad de $\pi(S^1 ; (1, 0))$.
Recuerde que $S^1 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$.

(b) Determine los grupos fundamentales $\pi(R - Q ; a)$ y $\pi(S^n \times I^n ; (b, c))$, siendo $R - Q$ el subespacio de (R, T_u) definido por los números irracionales, a un número irracional,
$S^n = \{ (x_1, ..., x_{n+1}) \in R^{n+1} \mid x_1^2 + ... + x_{n+1}^2 = 1 \}$,
$I = [0, 1]$, $I^n = I \times ..^{(n}.. \times I$, $b \in S^n$, $c \in I^n$.

Justifique sus respuestas.

2. (5 puntos)

Sea $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow R^n$ una aplicación continua e inyectiva, con $n > 1$, y sea $Y = f ([0, 1] \times [0, 1])$.

(a) Pruebe que Y es un poliedro curvilíneo compacto.

(b) Determine el grupo de homología simplicial $H_1(Y)$.

Justifique sus respuestas. Observe que $[0, 1] \times [0, 1]$ es el cuadrado unidad en R^2.