

1. Sea $X = S^1 \times S^1$, y sea a un punto de X .

Determinar el grupo fundamental $\pi(X, a)$.

Estudiar si X es homeomorfo al subespacio topológico de R^3

$$Y = \{ (x, x^2, 0) \mid x \in R \}.$$

(3 puntos)

2. En el plano R^2 se considera el subespacio topológico $S^1 \cup B$ siendo

$$S^1 = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \},$$

$$B = \{ (x, y) \in R^2 \mid y = 1 + x^2 \}.$$

Determinar el grupo fundamental $\pi(S^1 \cup B, (0, 1))$.

(3 puntos)

3. En el plano R^2 se considera el subespacio topológico $C \cup D$ siendo

$$C = \text{Frontera}([0, 1] \times [0, 1]),$$

siendo la *frontera* en R^2 con su topología usual,

$$D = [1, 2] \times [1, 2].$$

Comprobar que $C \cup D$ es un poliedro geométrico.

Calcular el primer grupo de homología simplicial $H_1(C \cup D)$.

(4 puntos)