

**1.**

Sea  $X = \mathbb{Z}^+ = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n > 0 \}$ . Definimos una topología  $T$  en  $X$  cuyos conjuntos abiertos son  $\emptyset$ ,  $X$ , y todos los subconjuntos de  $X$  de la forma  $G_n = \{ x \in X \mid x \geq n \} = \{ n, n + 1, n + 2, \dots \}$ , con  $n \in X$ .

(a) Pruébese que  $T$  es una topología en  $X$ .

(b) Determínese el interior, la adherencia y la frontera, en  $(X, T)$ , del conjunto  $A = \{ 3, 5 \}$ .

Justifique su respuesta.

**2.**

Sea  $T$  la topología generada en  $\mathbb{R}$  (conjunto de los números reales) por la base  $B = \{ [a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}, a < b \}$ .

Estudie si  $(\mathbb{R}, T)$  es compacto y estudie si es localmente compacto.

Justifique su respuesta.

**3.**

Sea el intervalo abierto  $X = (0, 1)$ , y sea  $T$  la topología sobre  $X$  cuyos conjuntos abiertos son  $\emptyset$ ,  $X$ , y todos los intervalos de la forma

$$(0, 1 - \frac{1}{n}), \text{ con } n \in \mathbb{Z}, n \geq 2.$$

Estudie si  $(X, T)$  es conexo.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large, faint '99' watermark.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**