1. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x,\ y) \in R^2 \mid x \cdot y = 0 \},$$

con su topología relativa de la topología usual de R^2.
Estudiar si X es un espacio contractible a un punto.

Determinar el grupo fundamental de homotopía $\pi(X,\ (0,\ 0))$.

2. Sea X el subespacio topológico de R^2 definido por

$$X = \{ (x,\ y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \} \cup (B - \{ (3,\ 0) \}),$$
$$\text{siendo } B = \{ (x,\ y) \in R^2 \mid (x-2)^2 + y^2 = 1 \}.$$

Se considera X con su topología relativa de la topología usual de R^2.
Determinar el grupo fundamental de homotopía $\pi(X,\ (1,\ 0))$.

3. En el plano R^2 se consideran los puntos

$$A = (0,\ 0),\ B = (1,\ 0),\ C = (0,\ 1),\ D = (-1,\ 0),\ E = (0,\ -1),$$

y sea K el c. s. g. o. definido por

$$K = \left\{ \begin{array}{c} < A >,\ < B >,\ < C >,\ < D >,\ < E >, \\ < A,\ B >,\ < B,\ C >,\ < C,\ A >, \\ < A,\ D >,\ < D,\ E >,\ < E,\ A >, \\ < A,\ B,\ C > \end{array} \right\}.$$

Calcular la característica de Euler - Poincaré de K.

Determinar el grupo de homología simplicial $H_1(K)$.

Nota: Justifique sus respuestas.
Nota: Cada pregunta se calificará sobre 10 puntos, y después se calculará