

1. Sea R el conjunto de los números reales y sea $Y = \{1, 2\}$.
En el conjunto producto cartesiano $R \times Y$ se define la topología T mediante

$$T = \{ U \times Y \mid U \in T_u \},$$

(donde T_u representa la topología usual de R).

a) **Estudie** si el espacio $(R \times Y, T)$ es T_2 (o **Hausdorff**).

b) **Estudie** si el espacio $(R \times Y, T)$ es **separable**.

Recuerde que la **separabilidad** es un axioma de **numerabilidad**.

Razone sus respuestas.

(3 puntos)

2. Sea T la topología, en el conjunto R de los números reales, cuya base es el conjunto

$$B = \{ [a, b) \mid a, b \in R, a < b \}.$$

Estudie si el espacio (R, T) es **localmente compacto**.

Razone su respuesta.

(3 puntos)

3. Sea T_{CN} la topología definida en el conjunto R mediante

$$T_{CN} = \{ R, \emptyset \} \cup \{ A \subset R \mid R - A \text{ es un conjunto numerable} \}.$$

a) **Demuestre** que (R, T_{CN}) es un espacio **conexo**.

b) **Demuestre** que (R, T_{CN}) es **localmente conexo**.

Razone sus respuestas.

(4 puntos)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle geometric pattern.