



ELECTRÓNICA II – 4º INGENIERÍA INDUSTRIAL

Tema 3: Filtros

© Antonio Lázaro Blanco 2010-2013

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. Concepto de filtro.

- a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
- b) Selección de determinadas frecuencias.

2. Generalidades de filtros

- a) Tipos de filtros
- b) Aplicaciones de filtros
- c) Filtros ideales y reales
- d) Modificación de la fase.

3. Filtros pasivos.

- a) Primer orden. Paso bajo.
- b) Primer orden. Paso banda
- c) Segundo orden. Filtros L-C.
- d) Problema de adaptación de impedancias.

4. Filtros de primer orden con operacionales

- a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
- b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
- c) Filtros de primer orden con topología inversora .
- d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora

5. Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).

- a) Q máximo en un filtro con realimentación negativa

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

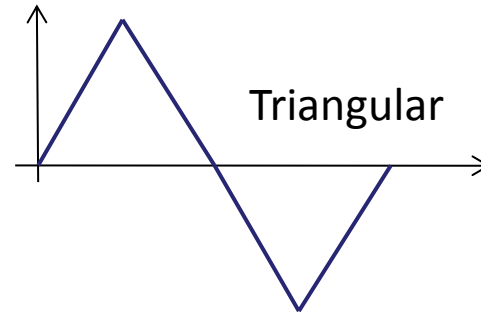
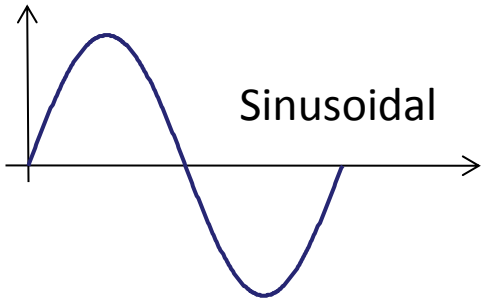
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Tipos de Señales eléctricas (I)

En circuitos eléctricos y electrónicos hay señales (tensiones y corrientes) con formas de onda muy diferentes. No todas ellas son continuas o sinusoidales



Formas de onda periódicas



Cartagena99

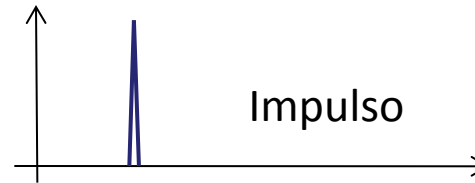
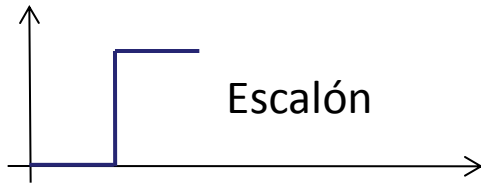
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

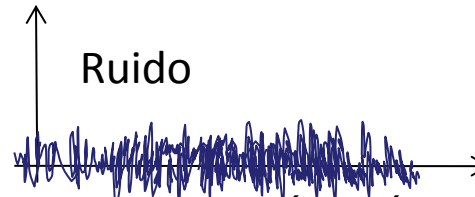
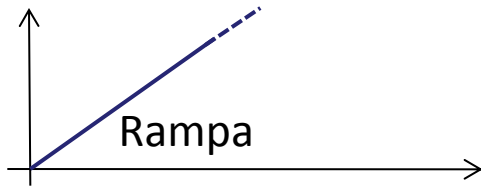


Tipos de Señales eléctricas (II)

En circuitos eléctricos y electrónicos hay señales (tensiones y corrientes) con formas de onda muy diferentes. No todas ellas son continuas o sinusoidales



Formas de onda No periodicas



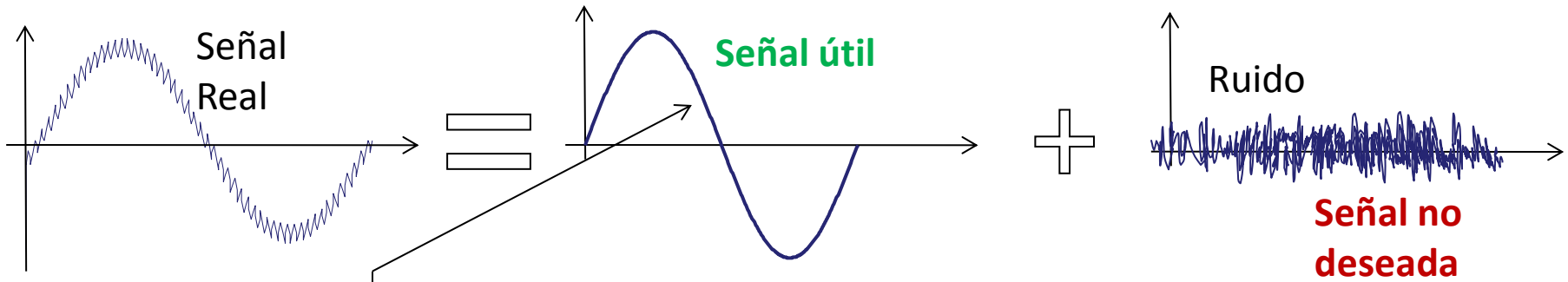
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Tipos de Señales eléctricas (III)

En circuitos eléctricos y electrónicos es muy común encontrar señales que son combinación de distintas formas de onda



- Transferencia de energía (redes eléctricas, electrónica de potencia, etc.)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

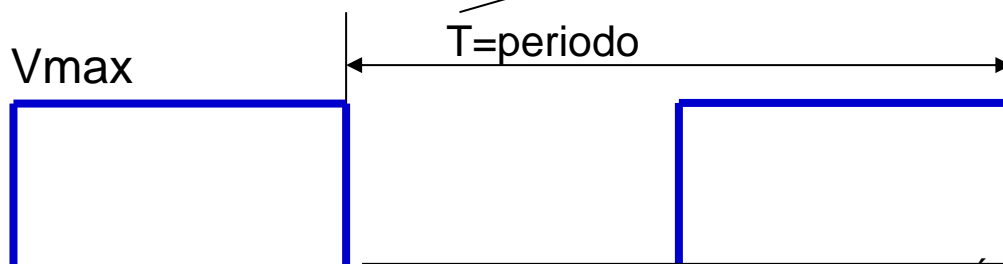


Representación de las señales en el dominio de la frecuencia (I)

Existe alguna otra forma de representar matemáticamente una señal eléctrica que varía en el tiempo.

Veamos el caso de las funciones periódicas:

Propiedad de una onda periodica $f(t+T) = f(t)$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Representación de las señales en el dominio de la frecuencia (II)

Concepto de armónico

Componente continua

$$V_m + V_1 \text{sen}(\omega t)$$

+

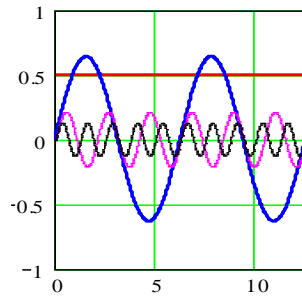
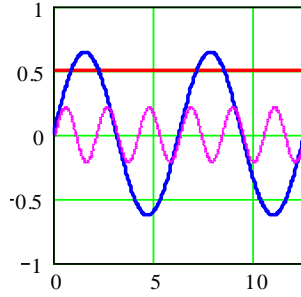
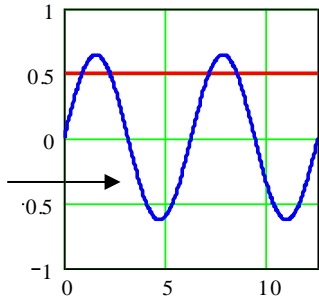
$$V_m + V_1 \text{sen}(\omega t) + V_3 \text{sen}(3\omega t)$$

+

$$V_m + V_1 \text{sen}(\omega t) + V_3 \text{sen}(3\omega t) + V_5 \text{sen}(5\omega t)$$

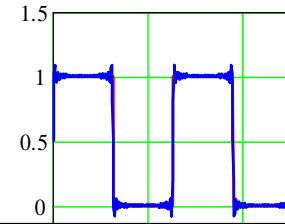
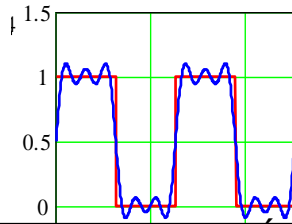
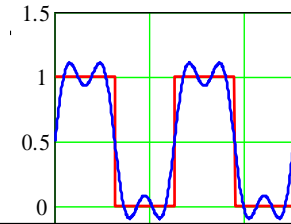
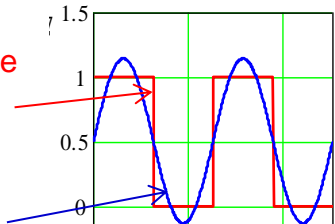
+

Primer armónico



Y finalmente sumando 20 armónicos, este es el resultado:

Forma de onda objetivo



Cartagena99

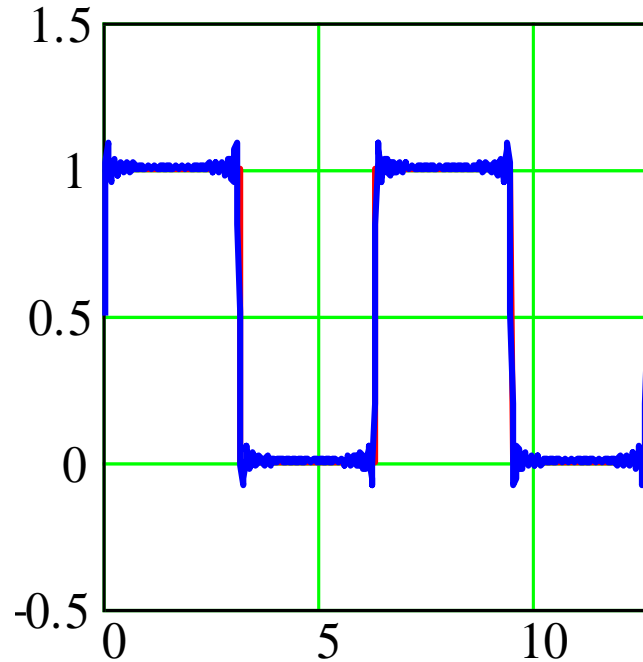
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

http://www.chem.uoa.gr/applets/Applet_index2.html



Representación de las señales en el dominio de la frecuencia (II)



Conclusiones:

- *Sumando funciones sinusoidales de distintas frecuencias, puedo reconstruir cualquier forma de onda periódica.*
- *Otra forma de expresarlo es considerar que las ondas periódicas se pueden descomponer en armónicos.*

Matemáticamente, la descomposición en armónicos de una señal periódica

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Representación de las señales en el dominio de la frecuencia (III)

Serie de Fourier

Número infinito de funciones sinusoidales

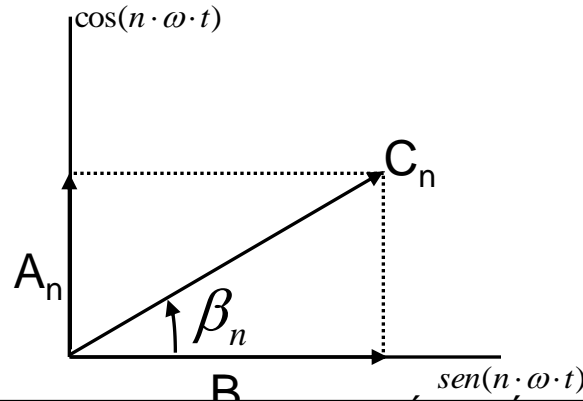
$$f(t) \approx \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \text{sen}(n \cdot \omega \cdot t)$$

Componente continua o valor medio

Frecuencia del primer armónico o armónico fundamental

$$A_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \text{sen}(n \cdot \omega \cdot t)$$



O bien:

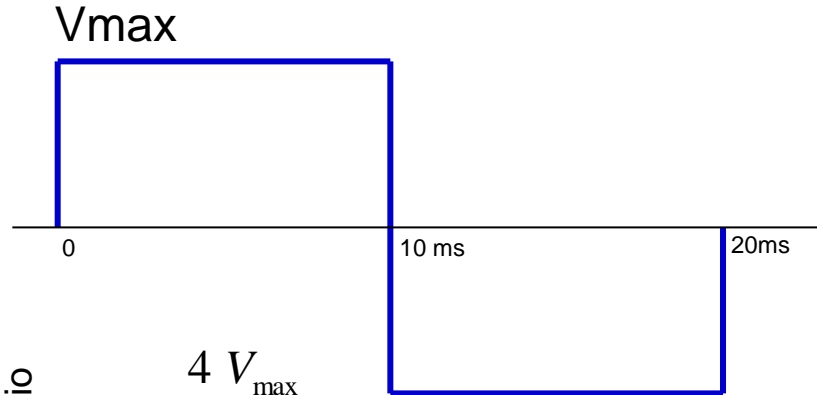
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Representación de las señales en el dominio de la frecuencia (II)



Componente continua nula, ya que su valor medio es nulo

$$\frac{4 V_{\max}}{\pi} 1$$

Primer armónico

$$\frac{4 V_{\max}}{\pi} 3$$

$$\frac{4 V_{\max}}{\pi} 5$$

$$\frac{4 V_{\max}}{\pi} 7$$

Amplitud de cada armónico

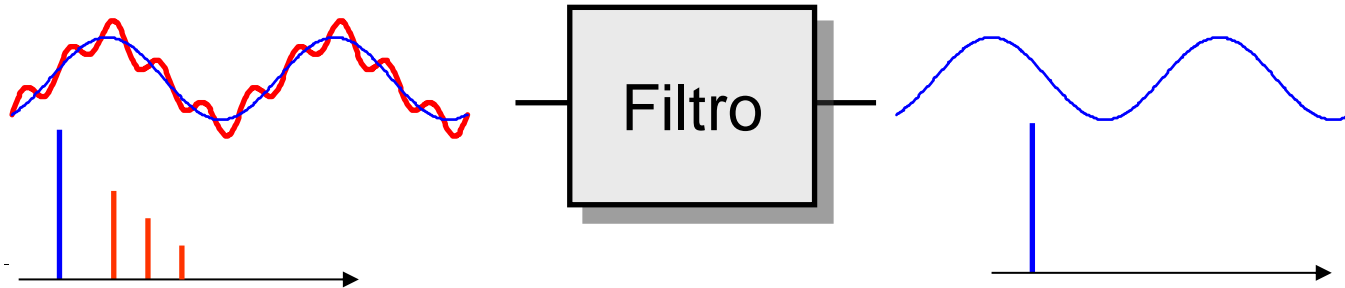
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

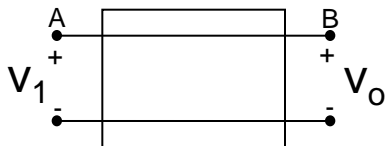
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

¿Qué hace un filtro?

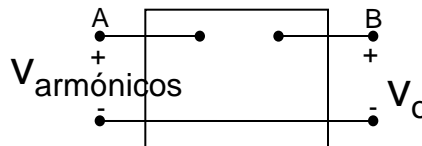
Deja pasar ciertas frecuencias o armónicos y atenúa otras



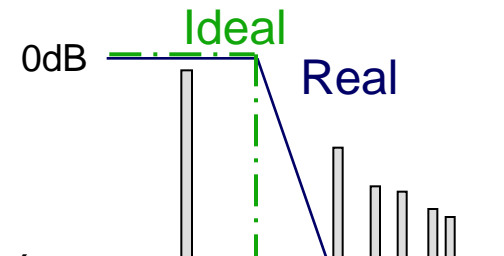
1 Banda de paso



2 Banda rechazada



Respuesta en frecuencia



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Idealmente

1. Concepto de filtro.

- a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
- b) Selección de determinadas frecuencias.



2. Generalidades de filtros

- a) Tipos de filtros
- b) Aplicaciones de filtros
- c) Filtros ideales y reales
- d) Modificación de la fase.

3. Filtros pasivos.

- a) Primer orden. Paso bajo.
- b) Primer orden. Paso banda
- c) Segundo orden. Filtros L-C.
- d) Problema de adaptación de impedancias.

4. Filtros de primer orden con operacionales

- a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
- b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
- c) Filtros de primer orden con topología inversora .
- d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora

5. Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).

- a) Q máximo en un filtro con realimentación negativa

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

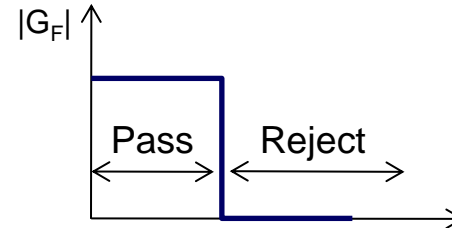
Cartagena99



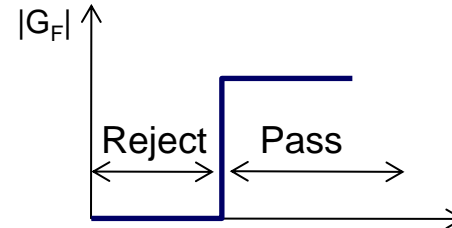
Tipos de filtros según funcionalidad

Filtros ideales

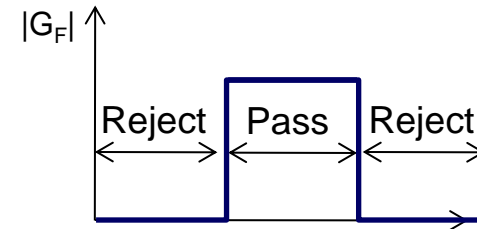
Filtro paso bajo



Filtro paso alto



Filtro paso banda



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



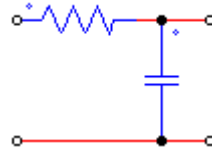
Tipos de filtros según implementación (I)

Filtros pasivos

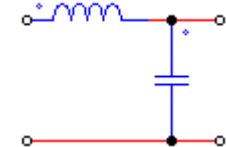
Realizados solo con resistencias, condensadores y bobinas

Ejemplos:

Filtro paso bajo primer orden



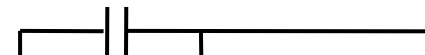
Filtro paso bajo 2º orden



Filtros activos

Utilizan amplificadores operacionales y aprovechan sus propiedades, impedancias, realimentación negativa, etc.

Ejemplo:



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



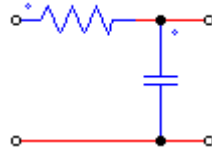
Tipos de filtros según implementación (II)

Filtros primer orden

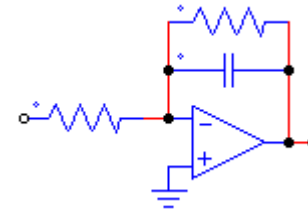
Su función de transferencia es de primer orden

Ejemplos:

Filtro pasivo paso bajo primer orden



Filtro activo paso bajo primer orden



Filtros segundo orden

Su función de transferencia es de segundo orden

Ejemplos:

Filtro pasivo paso bajo 2º orden

Filtro paso banda 2º orden

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Ejemplos de aplicaciones de los filtros

Telecomunicaciones

Filtros paso banda (0kHz a 20 kHz)

- *Modems*
- *Procesamiento de la voz*

Filtros paso banda de alta frecuencia (> 50 MHz)

- *Selección del canal en centrales de telefonía*
- *Dial de una radio*

Sistemas de instrumentación

Filtros paso bajo

- *Para eliminar ruido en el acondicionamiento de señal de sensores de temperatura, presión, vibraciones, etc.*

Filtros paso alto

- *Para eliminar componentes de offset en Sensores de temperatura, presión, vibraciones, etc.*

Sistemas de adquisición de datos

Filtros paso bajo

- *Filtros anti-aliasing*

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

• Filtros EMI para reducir las perturbaciones electromagnéticas conducidas

Cartagena99

Filtro paso bajo ideal

El filtro es tanto más selectivo (mayor pendiente de la caída de la ganancia) conforme aumenta el orden del filtro.

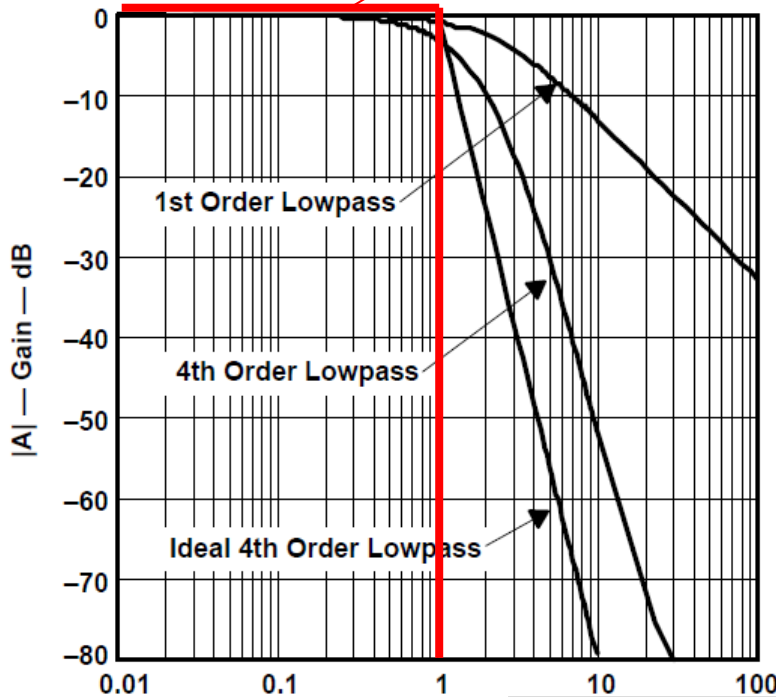
Otros aspectos a tener en cuenta en la implementación real:

Pasivos

- Coste y tamaño de los componentes (L y C)
- Efectos de carga

Activos

- Ancho de banda limitado
- "Slew-rate limitado"

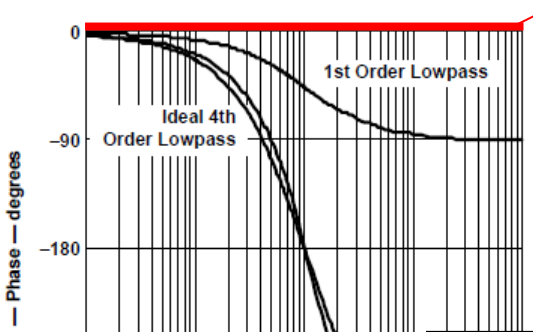
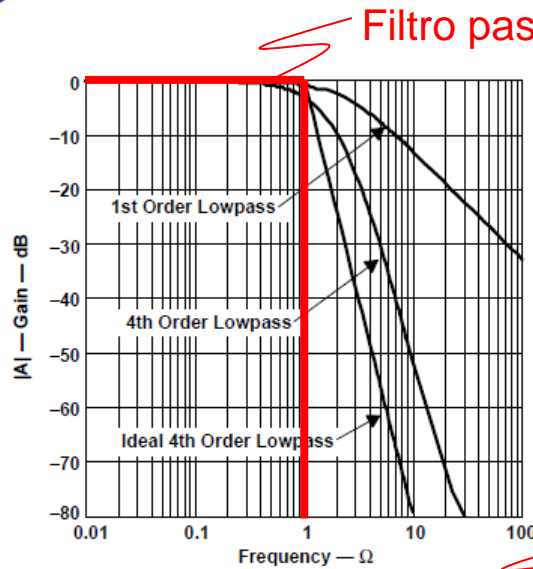


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Filtro real: modificación de la fase



El filtro real tiene efecto sobre la fase. Tanto más desfase entrada – salida conforme aumenta el orden del filtro.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

1. Concepto de filtro.

- a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
- b) Selección de determinadas frecuencias.

2. Generalidades de filtros

- a) Tipos de filtros
- b) Aplicaciones de filtros
- c) Filtros ideales y reales
- d) Modificación de la fase.



3. Filtros pasivos.

- a) Primer orden. Paso bajo.
- b) Primer orden. Paso banda
- c) Segundo orden. Filtros L-C.
- d) Problema de adaptación de impedancias.

4. Filtros de primer orden con operacionales

- a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
- b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
- c) Filtros de primer orden con topología inversora .
- d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora

5. Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).

- a) Q máximo en un filtro con realimentación negativa

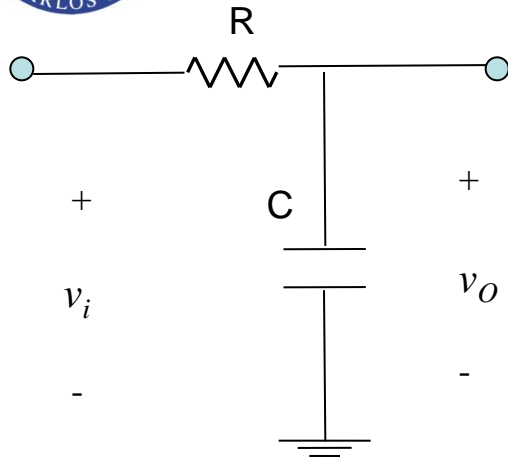
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Filtro paso bajo de primer orden pasivo (I)



Función de transferencia

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{R \cdot C \cdot s}} = \frac{R \cdot C \cdot s}{1 + R \cdot C \cdot s}$$

Respuesta en frecuencia

$$\frac{v_o}{v_i}(j\omega) = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot j\omega} = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot j \cdot 2\pi f} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_p}}$$

$$\Rightarrow R \cdot C \cdot 2\pi = \frac{1}{f_p} \Rightarrow f_p = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Otra expresión habitual:

v_o / v_i ω 1 1 1
Cartagena99

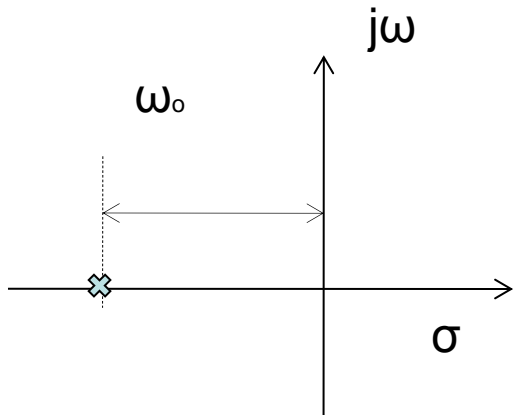
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro paso bajo de primer orden pasivo (II)

Representación de los polos en el plano de LAPLACE:



$S \rightarrow$ tiene unidades de ω

1 \rightarrow polo en $-\omega_0$

1 = 2

$$\frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_0} \cdot s} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_0}$$

3 = 4

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_0} \cdot s} = \frac{1}{1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C} = \frac{1}{1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$\frac{1}{1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C}$



Filtro paso bajo de primer orden pasivo (III)

Repaso diagrama de Bode

$$\text{Módulo} = \frac{1}{\sqrt{1 + j \frac{f}{f_p}}}$$

¿Cuánto vale el módulo de la ganancia para $f=f_p$?

$$\left| \frac{v_o}{v_i} \right| (f = f_p) = \frac{1}{\sqrt{1 + j \cdot 1}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$$

En dB:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro paso bajo de primer orden pasivo (IV)

Repaso diagrama de Bode

¿Por qué cae 20 dB por década?

$$20 \cdot \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_p}\right)^2}} \cong 20 \cdot \log \frac{1}{f/f_p} = 20 \cdot \log f_p/f$$

Para $f/f_p > 10 \cdot 1$

$$f = 10 f_p \Rightarrow \left| \frac{v_o}{v_i} \right|_{dB} = 20 \log 0,1 = -20$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



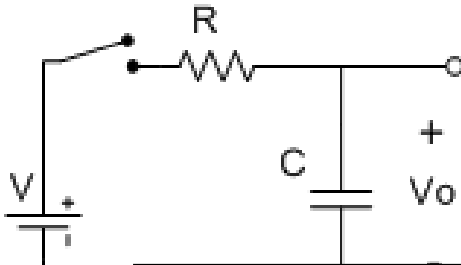
Filtro paso bajo de primer orden pasivo (V)

Respuesta transitoria ante entrada en escalón

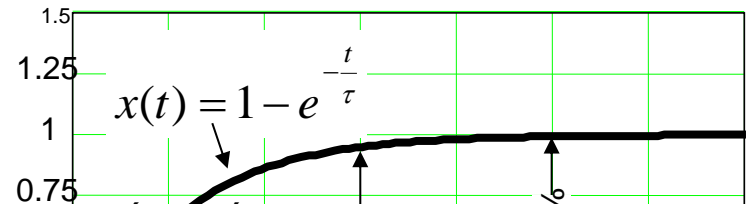
$$v_0(t) = \left[1 - e^{-t/\tau} \right] \longrightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow v_0(t) = 0 \\ t = \infty \Rightarrow v_0(t) = 1 \end{cases}$$

$$x(t) = x_{\infty}(t) + [x(0) - x_{\infty}(0)] \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\begin{cases} x_{\infty}(t) = v \\ x(0) = 0 \\ x_{\infty}(0) = v \end{cases}$$



$$v_0 = v + [0 - v]e^{-t/\tau}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

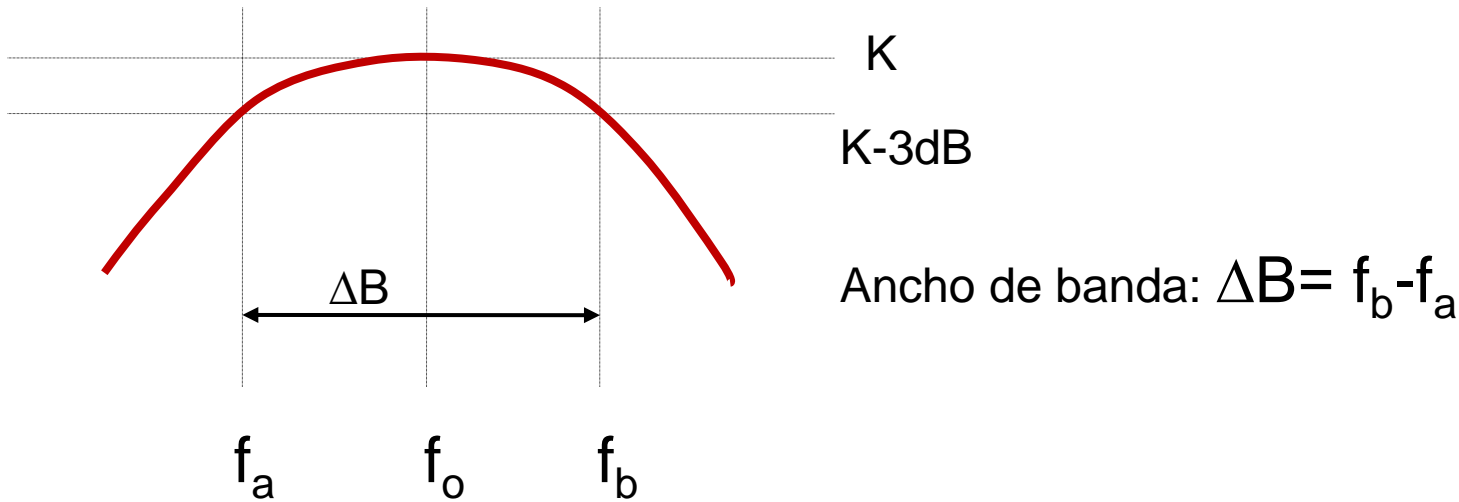
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

t



Filtro de primer orden paso banda pasivo (I)

Concepto de **selectividad** del filtro



Ancho de banda: $\Delta B = f_b - f_a$

Factor de calidad del filtro: $Q = f_o / \Delta B$

Filtro muy selectivo: $Q \gg 1$ (En filtros paso banda es necesario $Q \gg 1$)

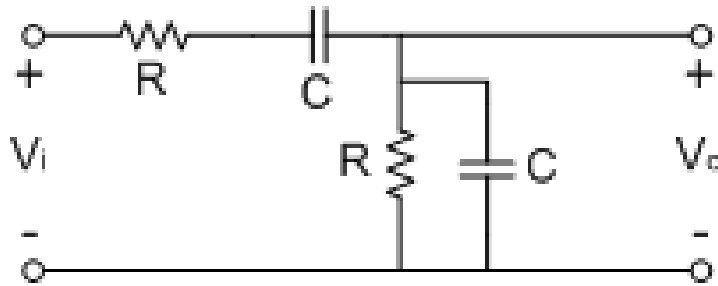
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro de primer orden paso banda pasivo (II)



Función de transferencia

$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{\frac{R}{1 + RCS}}{\frac{R}{1 + RCS} + R + \frac{1}{CS}} = \frac{\frac{RCS}{1 + RCS}}{\frac{RCS}{1 + RCS} + RCS + 1} = \frac{RCS}{RCS + RCS(1 + RCS) + (RCS + 1)}$$

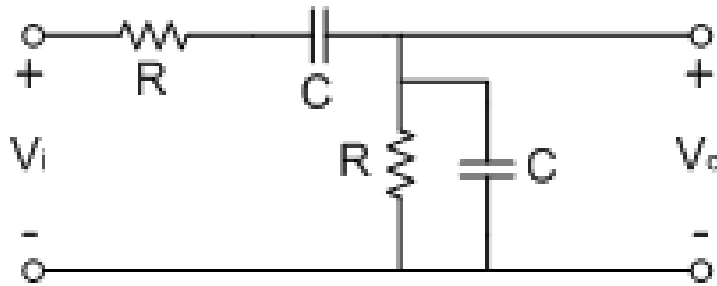
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro de primer orden paso banda pasivo (III)



¿Cuál es el máximo factor de calidad que se puede obtener con un filtro pasivo compuesto por dos etapas R-C?

Ecuación bi-cuadrática paso banda

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{K \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q} \cdot s + \omega_o^2}$$

Formato normalizado para funciones de transferencia paso banda de segundo orden

Identificando términos,

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro de primer orden paso banda pasivo (IV)

Identificando términos,

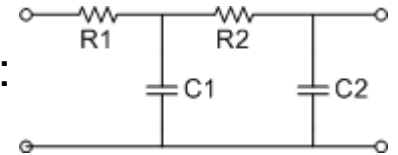
$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{3}{RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0 = 3 \cdot \omega_0 \cdot Q \Rightarrow Q = 1/3 < 0.5$$

*El máximo factor de calidad que se puede obtener con un **filtro pasivo** compuesto por dos etapas R-C es **0,5***

Ejercicio propuesto: Calcular el Q_{\max} para el filtro paso bajo:



Nota: Ecuación bi-cuadrática paso bajo

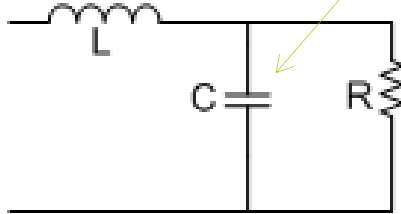
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

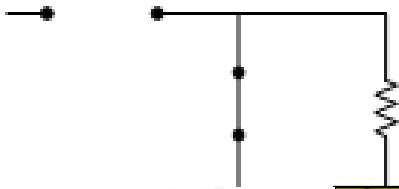
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (I)

Dos elementos que almacenan energía



En alta frecuencia aparece un doble efecto para atenuar



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (I)

Función de transferencia

$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{1}{s^2 LC + \frac{L}{R} s + 1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} =$$

$$= \frac{1}{s^2 \frac{1}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{1}{\omega_0} s + 1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

Identificando términos,

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \frac{L}{R} = 2\xi \frac{1}{\omega_0} \quad ; \quad \xi = \frac{L}{R} \omega_0 \frac{1}{2} \quad \xi = \frac{\sqrt{L} \cdot \sqrt{L}}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{L}\sqrt{C}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{L/C}}{2 \cdot R}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (II)

Coefficiente de amortiguamiento del filtro

$$\xi = \frac{Z_0}{2 \cdot R}$$



Significado físico en los paso bajo y alto.

donde $2 \cdot \xi \cdot \omega_0 = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow$

Factor de calidad del filtro

$$Q = \frac{1}{2 \cdot \xi}$$



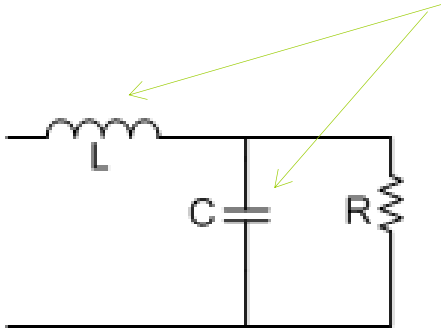
Significado físico en los paso banda.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (III)



La presencia de estos dos elementos almacenadores de energía, supone que entre ellos se produzca el fenómeno de la resonancia.

A la frecuencia de resonancia, las parte imaginarias de las impedancias de la bobina y el condensador se anulan apareciendo un máximo en la tensión de salida.

Si la resistencia, R , fuese muy elevada, la tensión de salida sería virtualmente infinita.

En términos de la selectividad del filtro o de la calidad de éste, la resonancia consigue:

$$\xi < 1 \quad \text{depende de la relación } Z_0/R = 2\xi$$

$$Q > 0,5 \quad Q = \frac{1}{2 \cdot \xi}$$

Cartagena99

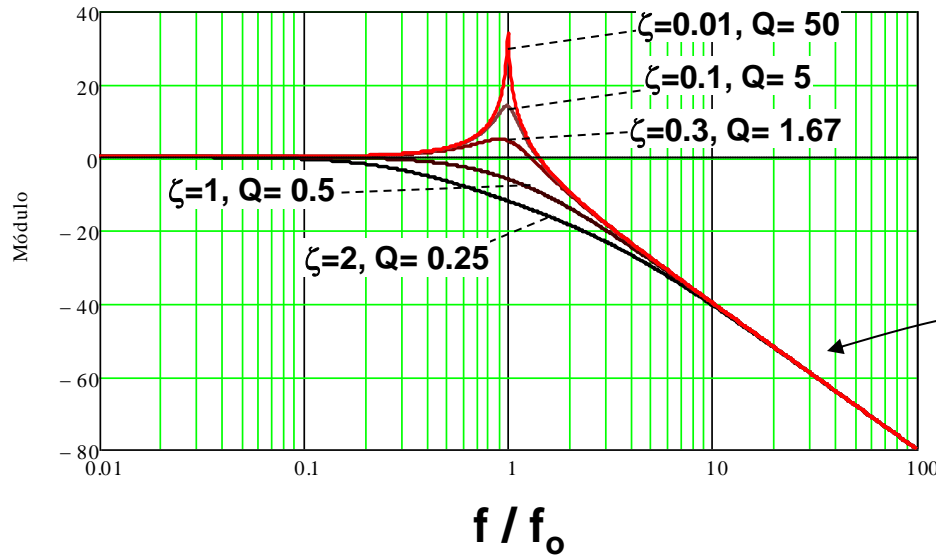
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

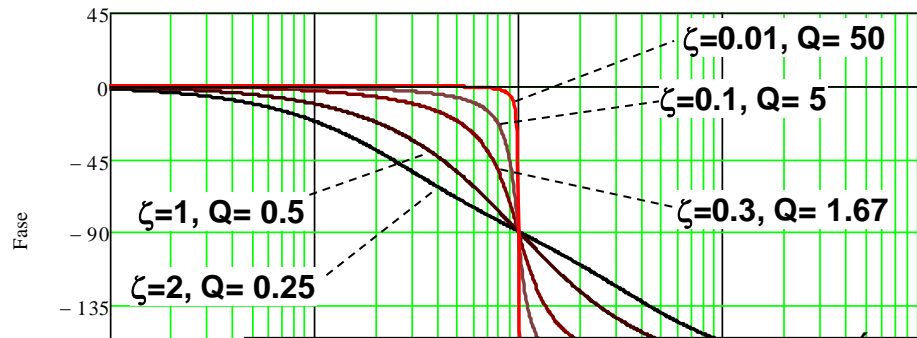
$\Rightarrow Q \rightarrow \infty$



Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (IV)



Pendiente de
- 40dB/dec



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Filtro de segundo orden paso bajo pasivo (IV)

Ventajas de un filtro de segundo orden L-C:

- Respecto a los de primer orden, mayor atenuación (-40 dB/dec).
- Menor caída de la ganancia en las proximidades de f_0 .
- Fase más abrupta.
- Respuesta ante escalón.

Desventajas de un filtro de segundo orden L-C:

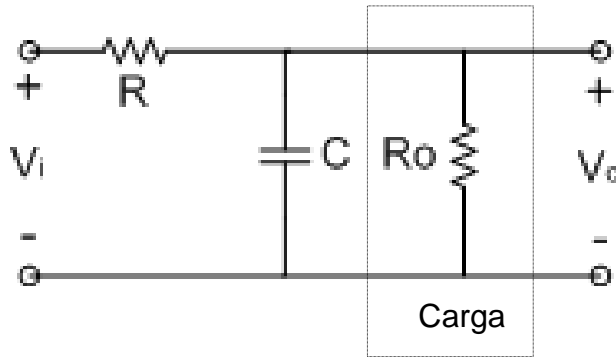
- Tamaño y coste de la bobina para baja frecuencia

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Filtros pasivos, problema adaptación impedancias (I)



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{R_o}{R_o + R} \cdot \frac{1}{1 + (R_o \parallel R) CS}$$

- La ganancia depende de la carga R_o .
- La frecuencia de corte depende de la carga R_o .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

1. Concepto de filtro.

- a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
- b) Selección de determinadas frecuencias.

2. Generalidades de filtros

- a) Tipos de filtros
- b) Aplicaciones de filtros
- c) Filtros ideales y reales
- d) Modificación de la fase.

3. Filtros pasivos.

- a) Primer orden. Paso bajo.
- b) Primer orden. Paso banda
- c) Segundo orden. Filtros L-C.
- d) Problema de adaptación de impedancias.

4. Filtros de primer orden con operacionales

- a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
- b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
- c) Filtros de primer orden con topología inversora .
- d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora

5. Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).

- a) Q máximo en un filtro con realimentación negativa

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente

Impedancia de entrada

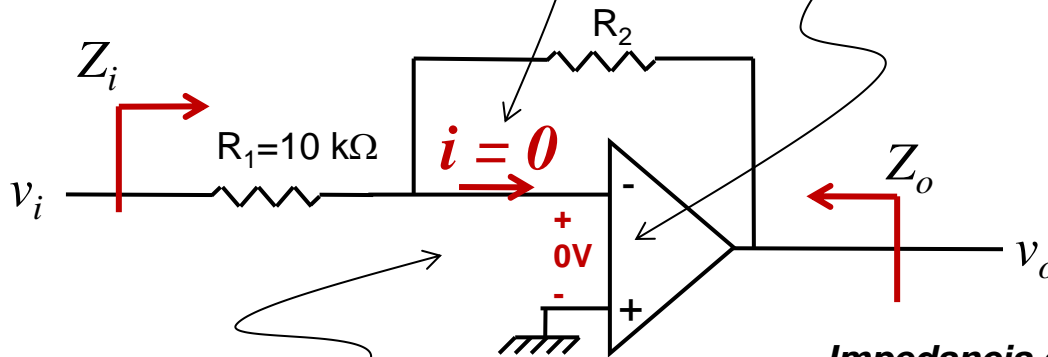
La impedancia de entrada en bucle cerrado, depende de la topología. La R_i infinita del AO ayuda, pero no impone que Z_i sea también infinita. En este caso $Z_i = R_1$

Corriente de entrada al AO nula

La R_i del AO es idealmente infinita por tanto no absorbe corriente en sus entradas.

$A(j\omega)$ Ancho de banda muy elevado

Se supondrá que a la frecuencias de interés del filtro, el operacional no tiene limitado su ancho de banda



Impedancia de salida nula

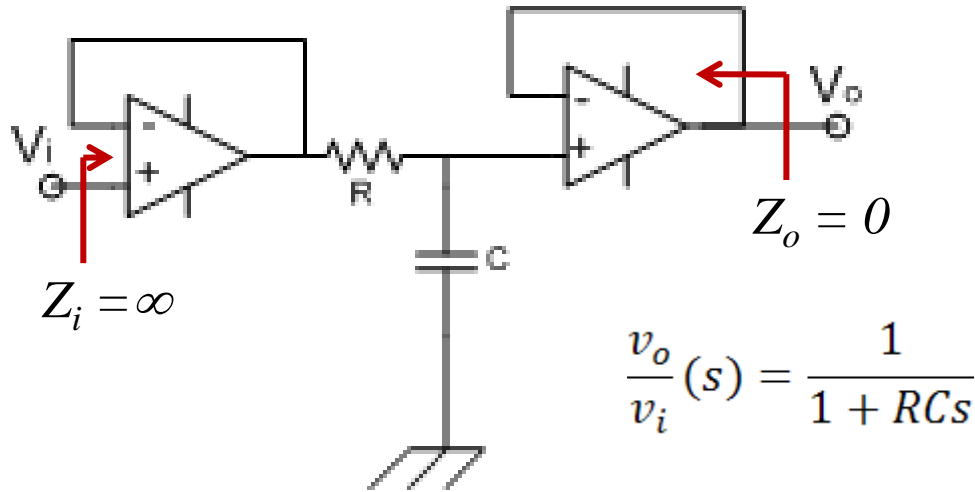
La R_o del AO es idealmente cero, pero además el circuito tiene una realimentación paralelo a la salida, que la disminuye todavía más.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión



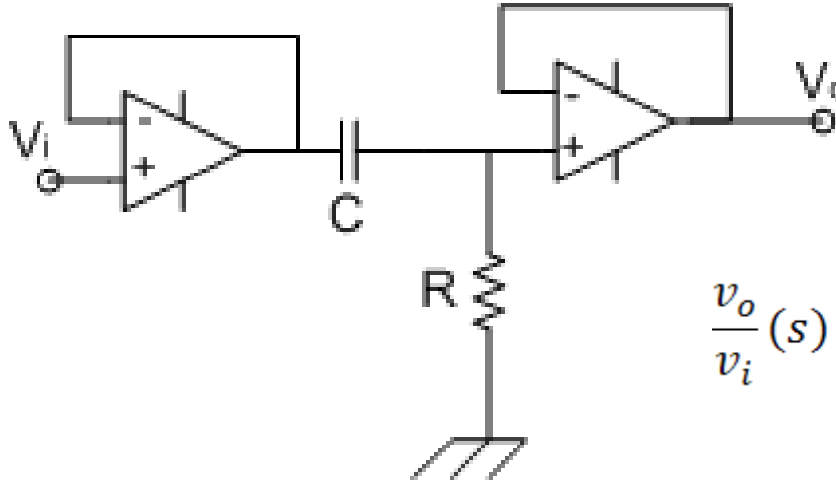
1. Impedancias de entrada y salida ideales
2. Idéntica función de transferencia que el filtro pasivo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Filtro paso alto de 1er orden con seguidores de tensión



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

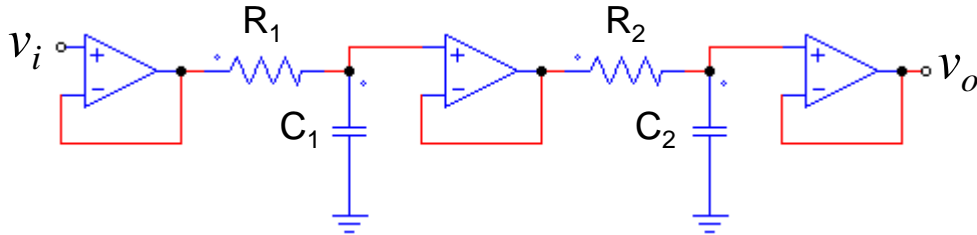
1. Impedancias de entrada y salida ideales
2. Idéntica función de transferencia que el filtro pasivo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

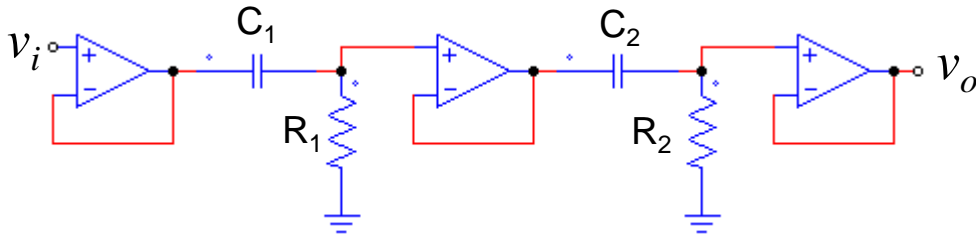
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

filtro paso bajo 2º orden con $Q < 0,5$



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{1}{(1 + R_1 C_1 s) \cdot (1 + R_2 C_2 s)}$$

filtro paso alto 2º orden con $Q < 0,5$



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = \frac{R_1 C_1 s \cdot R_2 C_2 s}{(1 + R_1 C_1 s) \cdot (1 + R_2 C_2 s)}$$

filtro paso banda con $Q < 0,5$

C_1

R_1

C_2

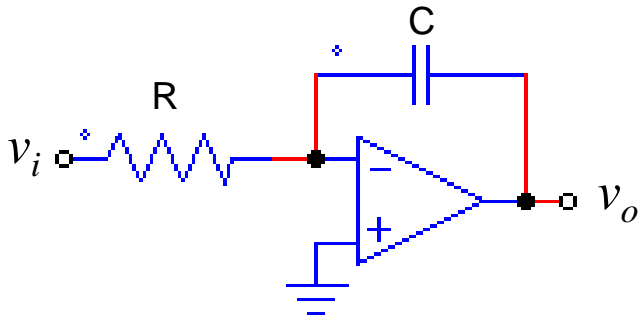
R_2

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

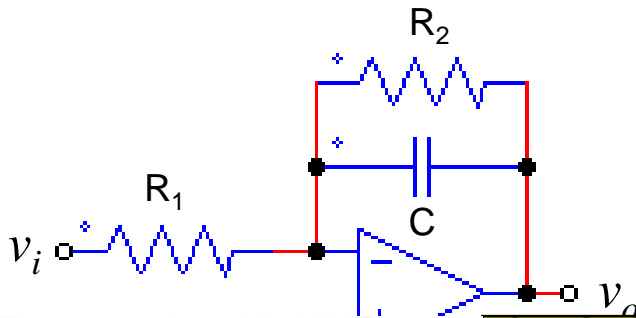
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Filtro paso bajo orden 1 - inversor.



Integrador PURO

$$\frac{v_o}{v_i}(s) = -\frac{1}{RCs} = -\frac{1}{RCs}$$



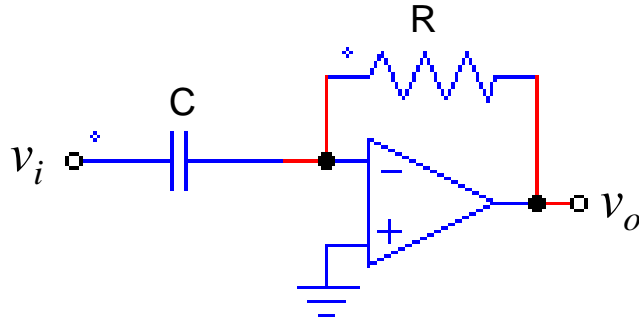
Integrador REAL filtro paso bajo inversor

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

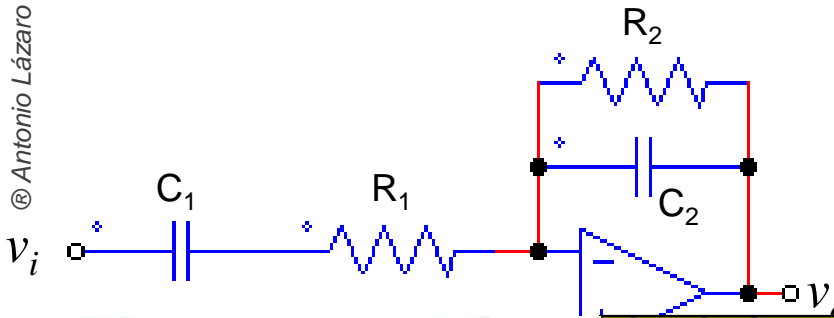
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Filtro paso alto orden 1 - inversor.



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = -RCs$$

Filtro paso banda orden 1 - inversor.



$$\frac{v_o}{v_i}(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{C_1 s}{(1 + R_2 C_2 s)(1 + R_1 C_1 s)}$$

Cartagena99

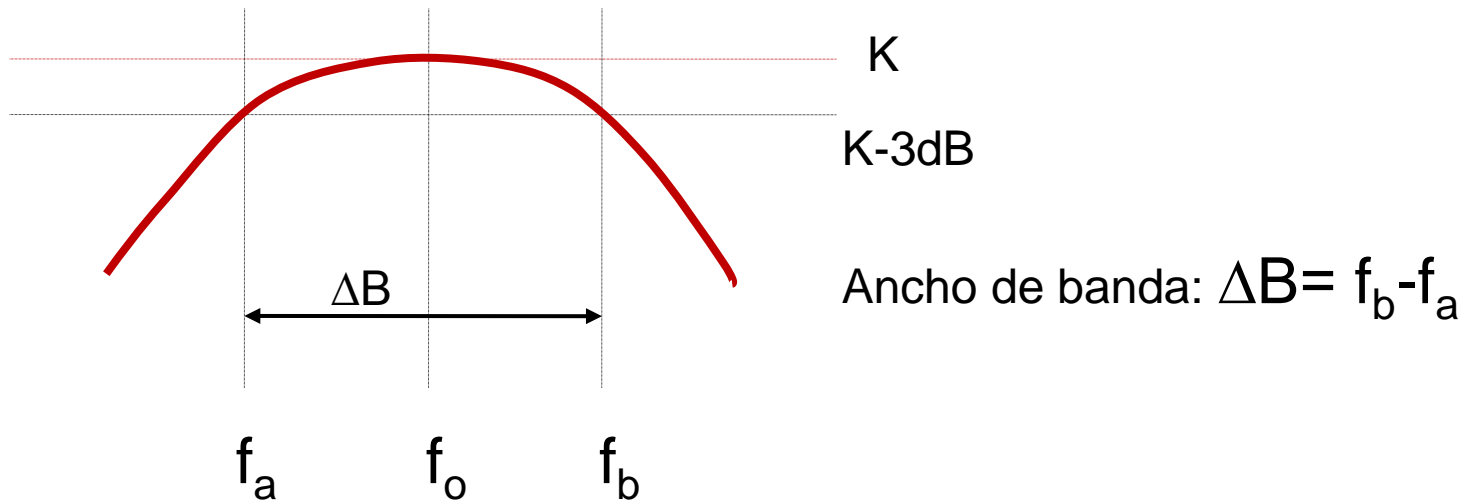
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (I)

Concepto de **selectividad** del filtro



K

$K-3dB$

Ancho de banda: $\Delta B = f_b - f_a$

Factor de calidad del filtro: $Q = f_o / \Delta B$

Filtro muy selectivo: $Q \gg 1$ (En filtros pasa-banda es $Q \gg 1$)

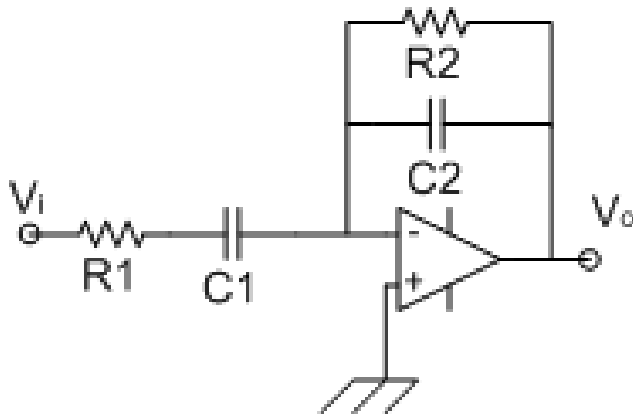
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (II)

Máximo factor de calidad en filtros de primer orden.



$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s}$$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{C_1 s}$$

$$G = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 C_1 s}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}$$

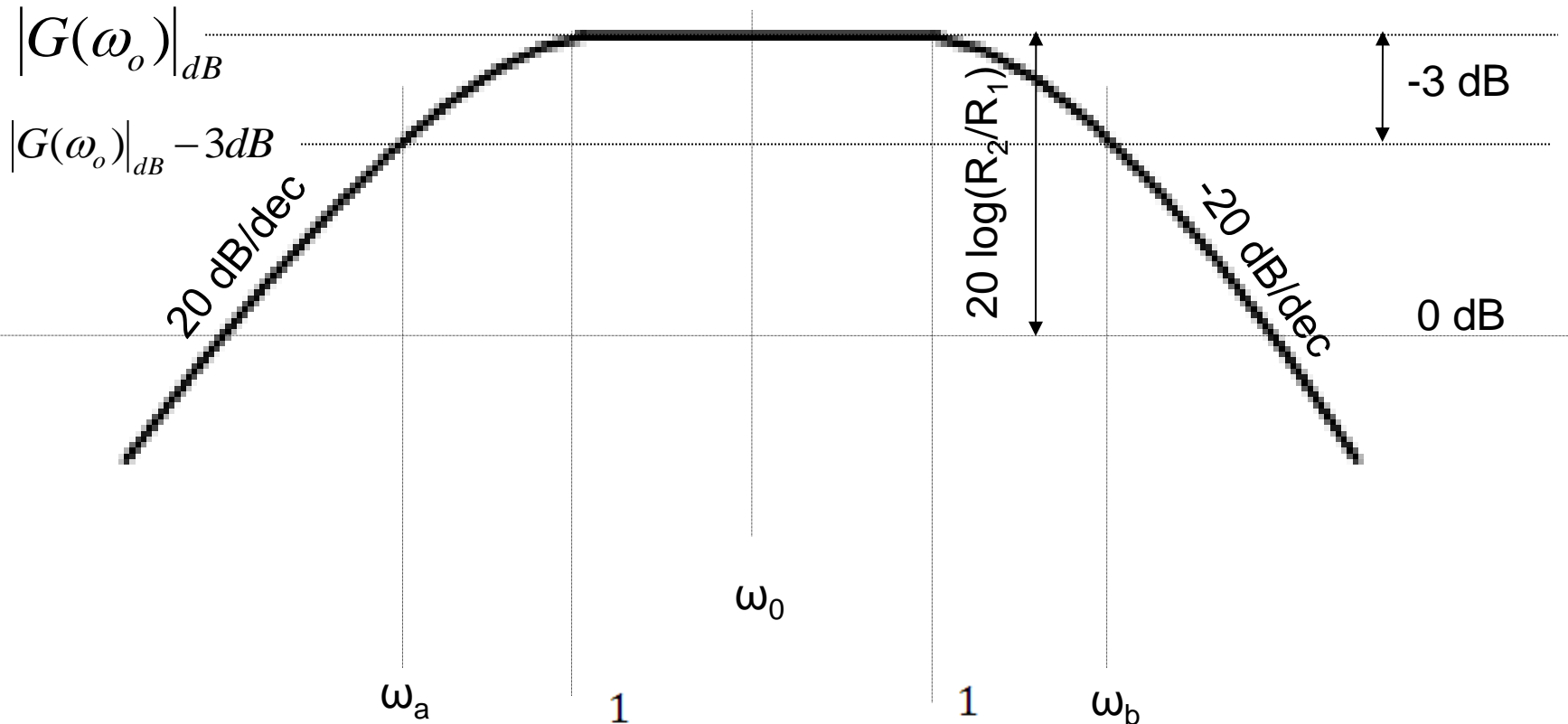
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (III)



© Antonio Lázaro Blanco 2010-2013

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (IIV)

Q aumenta si ω_2 y ω_1 se acercan.

El caso extremo es $\omega_2 = \omega_1 = \omega_p = 1/RC$

En este caso la función de transferencia puede escribirse como:

$$G = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_1}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} = -\frac{R}{R} \cdot \frac{sRC}{(1 + sRC)^2} = -\frac{sRC}{(1 + sRC)^2}$$

$$|G(\omega_p)| = \left| \frac{1}{(1 + j1)^2} \right| = \frac{1}{2} \quad (\text{Polo doble en } \omega_p)$$

$$|G(\omega_a)|_{dB} = |G(\omega_b)|_{dB} = |G(\omega_p)|_{dB} - 3dB \quad \text{O bien:}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (V)

$$|G(\omega_a)| = |G(\omega_b)| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

¿Cómo se calcula $|G(\omega_a)|$?

$$\begin{aligned}
|G(\omega_a)| &= \left| \frac{j \frac{\omega}{\omega_a}}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_a}\right)^2} \right| = \left| \frac{jx}{(1 + jx)^2} \right| = \left| \frac{x}{1 + 2jx - x^2} \right| = \\
&= \left| \frac{x}{1 - x^2 + 2jx} \right| = \frac{x}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + (2x)^2}} = \frac{x}{\sqrt{(1 + x^2)^2}} \\
&= \frac{x}{\sqrt{(1 + x^2)^2}} = \frac{x}{1 + x^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad x = \begin{cases} -1 + \sqrt{2} \\ +1 + \sqrt{2} \end{cases}
\end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\omega_b = \omega_p(1 + \sqrt{2})$$



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (VI)

$$Q = \frac{\omega_o}{\Delta B}$$

El caso que se está analizando es el más favorable, ya que el ancho de banda será menor y por tanto máximo el Q que se obtenga. Finalmente para el mejor caso se obtiene:

$$Q = \frac{\omega_p}{\omega_b - \omega_a} = \frac{\omega_p}{\omega_p [1 + \sqrt{2} - (-1 + \sqrt{2})]} = \frac{1}{2}$$

Por tanto, con un **filtro de primer orden**, aún con operacionales, sólo se puede conseguir un **$Q_{\max} = 1/2$**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (VII)

¿Dónde están situados los polos del filtro en bucle cerrado?

$$\begin{aligned} G &= -\frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_1 C_1 s}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)} = -A_v \frac{\frac{s}{\omega_1}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)} = \\ &= -A_v \frac{s}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} = -A_v \frac{s}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \cdot \omega_2} = \\ &= -A_v \frac{s}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} = -A_v \frac{s}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \end{aligned}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



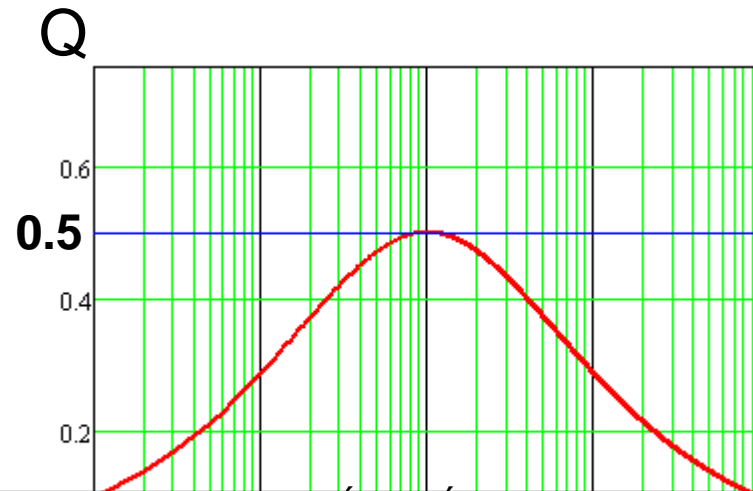
Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (VIII)

Identificando términos

$$\omega_o^2 = \omega_1 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$$

$$\frac{\omega_o}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}}{\omega_1 + \omega_2}$$

Por tanto, con un **filtro de primer orden**, aún con operacionales, sólo se puede conseguir un $Q_{\max} = 1/2$ y se



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ω_2

© Antonio Lázaro Blanco 2010-2013

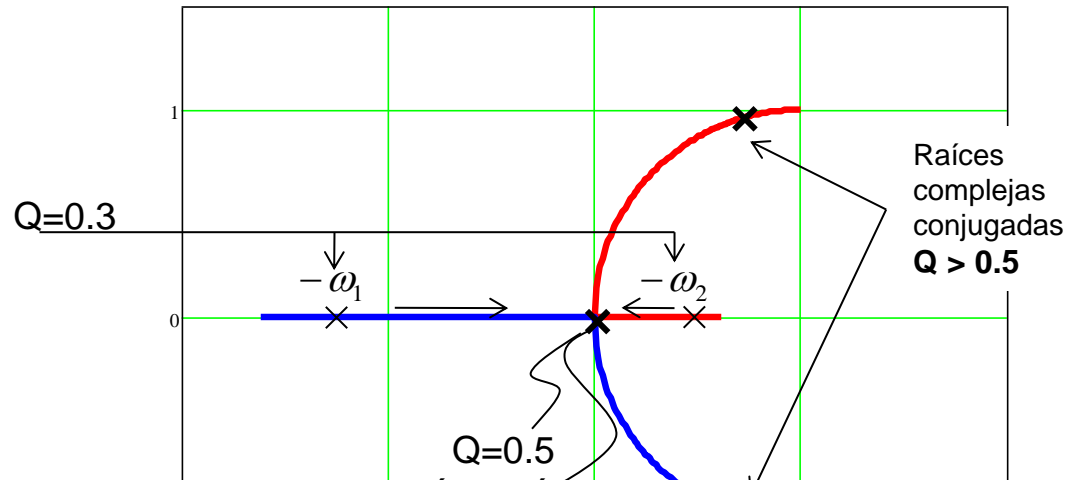
Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora (IX)

Por tanto, con un **filtro de primer orden**, sólo se logran raíces reales y $Q < 0.5$. Para conseguir obtener $Q > 0.5$ es necesario que las raíces sean complejas conjugadas.

Esto se consigue:

- En filtro pasivos LC por efecto de la resonancia.
- En filtros activos, por medio de la realimentación negativa.

Lugar de las raíces



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

1. Concepto de filtro.

- a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
- b) Selección de determinadas frecuencias.

2. Generalidades de filtros

- a) Tipos de filtros
- b) Aplicaciones de filtros
- c) Filtros ideales y reales
- d) Modificación de la fase.

3. Filtros pasivos.

- a) Primer orden. Paso bajo.
- b) Primer orden. Paso banda
- c) Segundo orden. Filtros L-C.
- d) Problema de adaptación de impedancias.

4. Filtros de primer orden con operacionales

- a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
- b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
- c) Filtros de primer orden con topología inversora .
- d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora

5. Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).

- a) Q máximo en un filtro con realimentación negativa

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

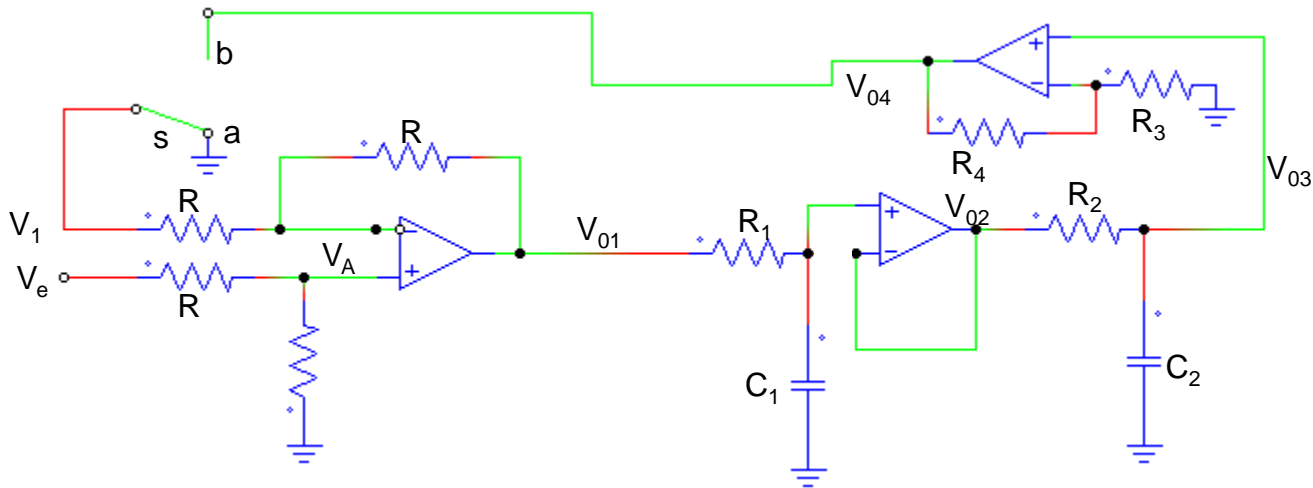
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Q máximo en un filtro con realimentación negativa (I)

Posición a, sin realimentación. ¿Cuál es el ζ mínimo o el Q máximo?

Interruptor S en la posición a



© Antonio Lázaro Blanco 2010-2013

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (II)

Amplificador diferencial

$$\left. \begin{aligned} v_o &= -\frac{R}{R} v_1 + \left(1 + \frac{R}{R}\right) v_A \\ v_A &= v_e \cdot \frac{R}{2R} = 0.5 v_e \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_o &= -v_1 + 2 \cdot 0.5 v_e \\ \boxed{v_o} &= \boxed{v_e - v_1} \end{aligned}$$

Redes paso bajo

Sus funciones de transferencia dependen solo de las resistencias y condensadores, ya que ambas redes trabajan sin carga de la siguiente etapa.

$$\frac{v_{02}}{v_{01}} = \frac{\omega_1}{s + \omega_1} \qquad \frac{v_{03}}{v_{02}} = \frac{\omega_2}{s + \omega_2} \qquad v_{03} \text{ es la salida del filtro}$$

Red de realimentación negativa con ganancia de voltaje 0

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (III)

Ganancia en bucle abierto

$$\frac{v_{o3}}{v_e} = A_{(s)} = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2}$$

Identificando términos con la ecuación bi-cuadrática paso bajo

$$A = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2} = \frac{\omega_o^2}{s^2 + 2\zeta \omega_o \cdot s + \omega_o^2}$$

$$\omega_o^2 = \omega_1 \cdot \omega_2; \quad \omega_o = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (IV)

$$\omega_o^2 = \omega_1 \cdot \omega_2; \quad \omega_o = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$$

$$2\zeta \cdot \omega_o = \omega_1 + \omega_2 \Rightarrow \zeta = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}}$$

$$2\zeta = \frac{1}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}}{\omega_1 + \omega_2}$$

¿Qué factor de amortiguamiento, ζ , y que factor de calidad, Q , se ha llegado a conseguir?

Sea $\omega_2 = n \cdot \omega_1$ n mide las veces que ω_2 es mayor que ω_1

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

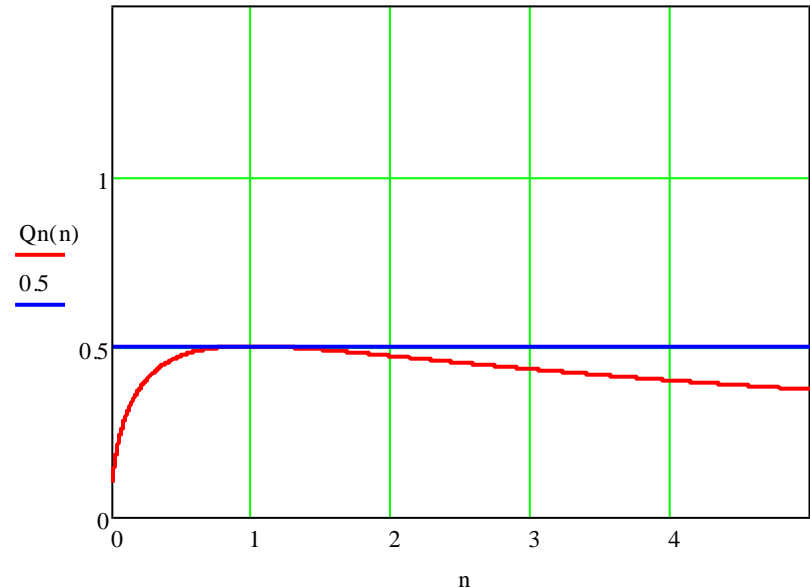
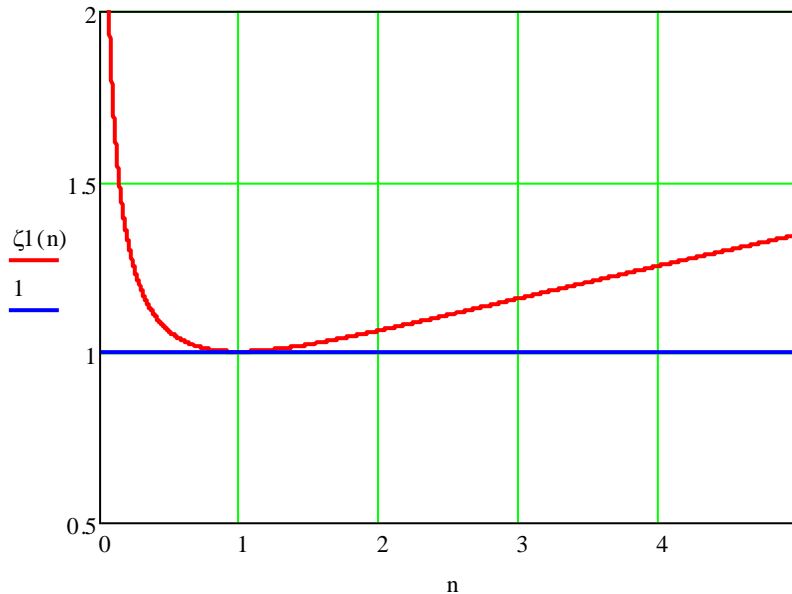
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (V)

Factor de amortiguamiento $\zeta = \frac{1+n}{2\sqrt{n}}$

Factor de calidad $Q = \frac{\sqrt{n}}{1+n}$



Cartagena99

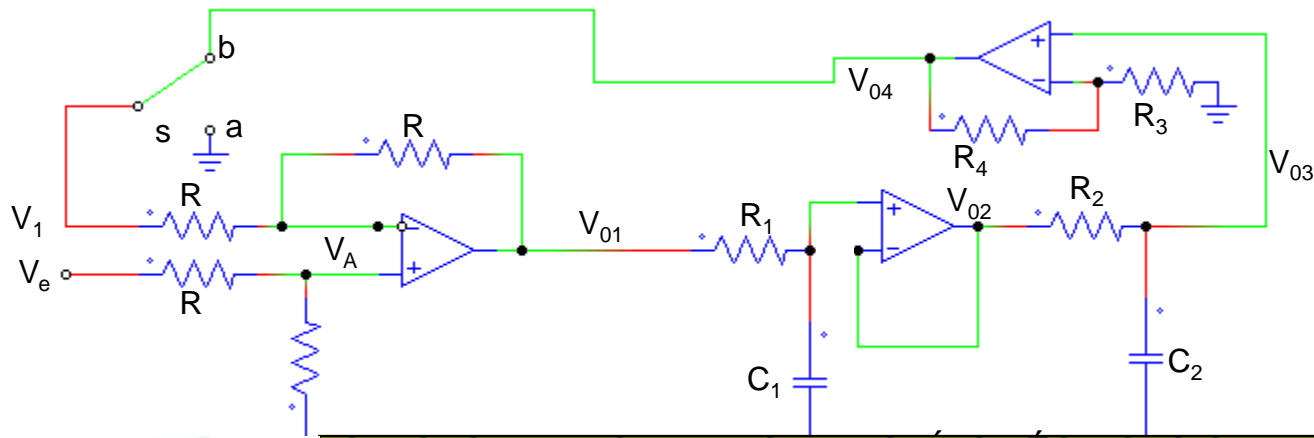
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Q máximo en un filtro con realimentación negativa (VI)

Posición b, operación en bucle cerrado con realimentación negativa a través de una β activa implementada con un amplificador no-inversor.
 ¿Cuál es el ζ mínimo o el Q máximo?

Interruptor S en la posición b



© Antonio Lázaro Blanco 2010-2013

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



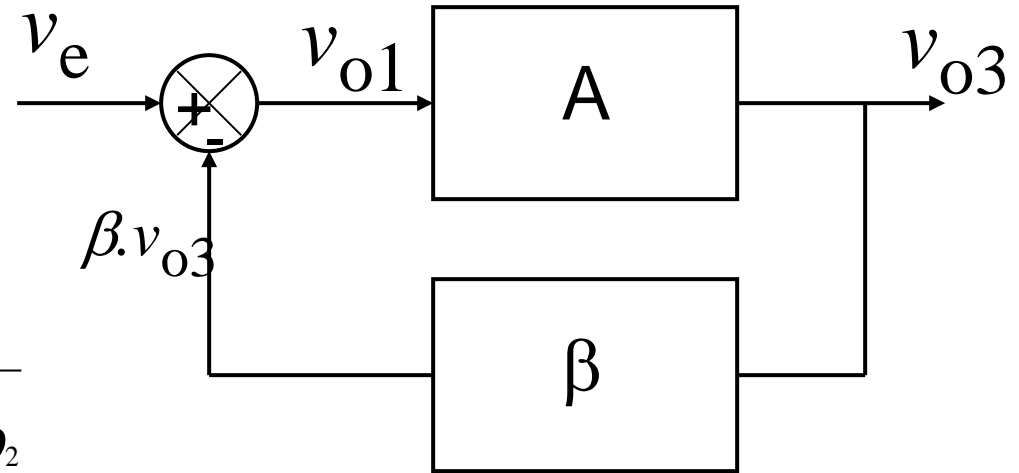
Q máximo en un filtro con realimentación negativa (VII)

Ahora realimentación.

$$v_{o1} = v_e - \beta \cdot v_{o3} ;$$

$$v_{o3} = v_{o1} \cdot A$$

$$A = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2}$$



$$G = \frac{A}{1 + A \cdot \beta} = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (VIII)

$$G = \frac{A}{1 + A \cdot \beta} = \frac{\frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2}}{1 + \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2} \cdot \beta}$$

$$G = \frac{A}{1 + A \cdot \beta} = \frac{\omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 + (\omega_1 + \omega_2) \cdot s + \omega_1 \cdot \omega_2 + \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \beta}$$

Identificando términos con la ecuación bi-cuadrática paso bajo

1
Cartagena99

$\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot (1 + \beta)$ $k \cdot \omega^2$
 CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (IX)

$$\omega_0^2 = (\omega_1 \cdot \omega_2) \cdot (1 + \beta); \quad \omega_0 = \sqrt{(\omega_1 \cdot \omega_2) \cdot (1 + \beta)}$$

$$2\zeta \cdot \omega_0 = \omega_1 + \omega_2; \quad \zeta = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2 \cdot \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot (1 + \beta)}}$$

¿Qué factor de amortiguamiento, ζ , y que factor de calidad, Q , se ha llegado a conseguir?

Sea $\omega_2 = n \cdot \omega_1$ n mide las veces que ω_2 es mayor que ω_1

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot n \Rightarrow \quad \zeta = \frac{\omega_1 \cdot (1 + n)}{\omega_1 \cdot 2 \cdot \sqrt{n(1 + \beta)}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

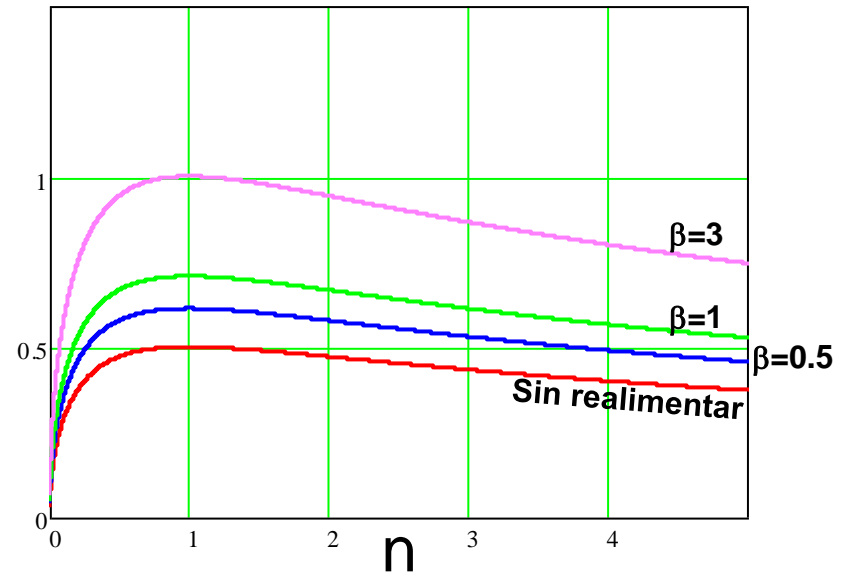
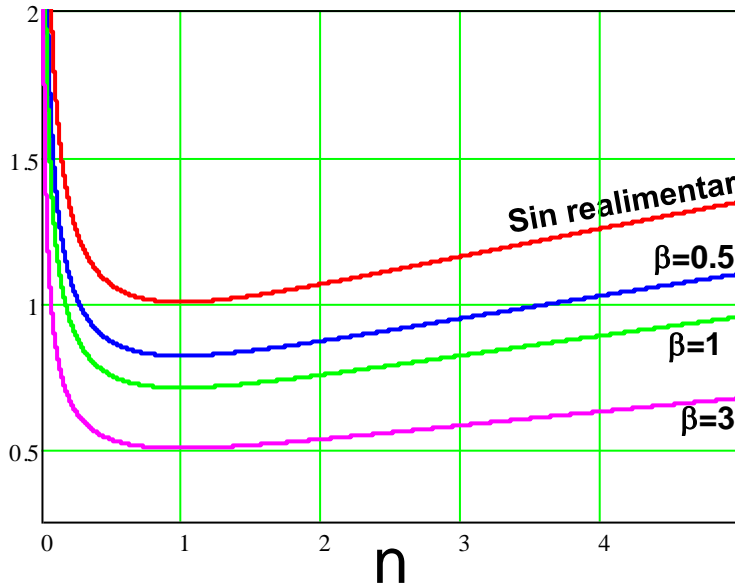
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Q máximo en un filtro con realimentación negativa (I)

Factor de amortiguamiento $\zeta = \frac{(1+n)}{2 \cdot \sqrt{n(1+\beta)}}$

Factor de calidad $Q = \frac{\sqrt{n(1+\beta)}}{(1+n)}$



El ζ mínimo se obtiene para $n=1$ y vale:

El Q máximo se obtiene para $n=1$ y vale:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos con estructura Sallen & Key

Son filtros de segundo orden con operacionales que consiguen por medio de la realimentación negativa del amplificador desplazar los polos de su respuesta en bucle cerrado hasta que éstos resultan complejos conjugados.

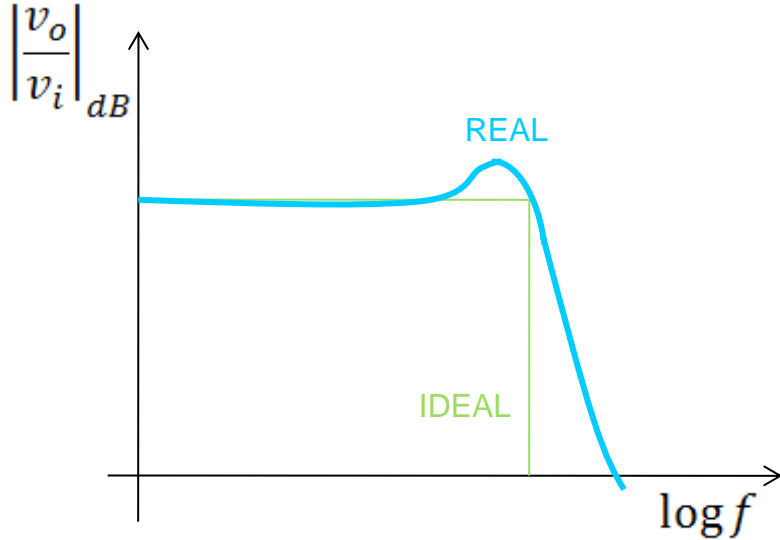
Con ello se consigue $Q \geq \frac{1}{2}$ o $\xi < 1$.

Cartagena99

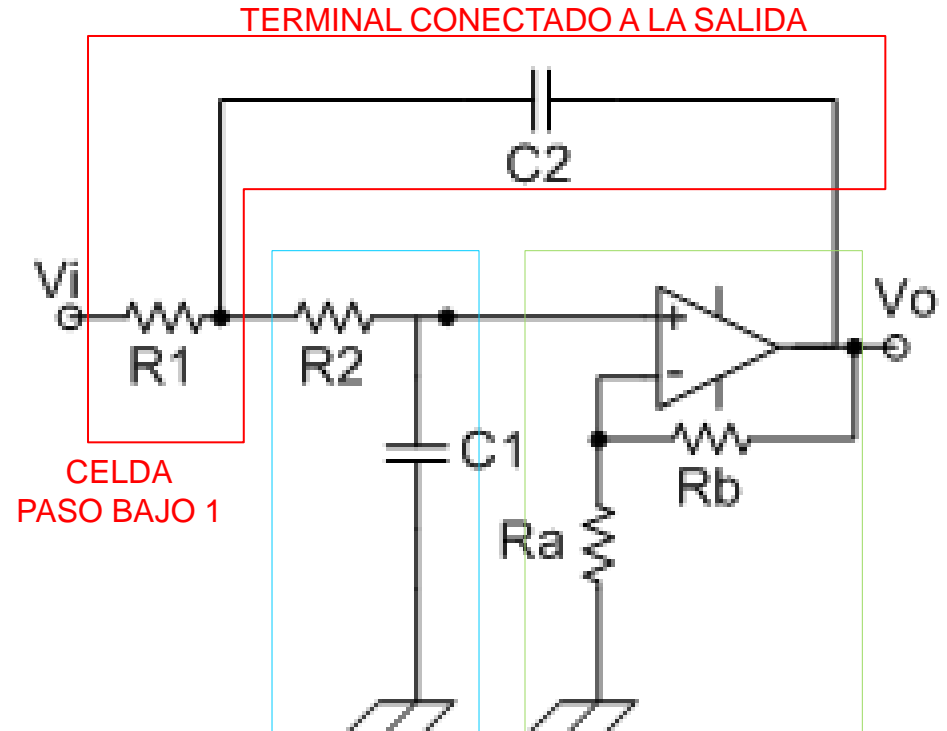
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

FILTRO PASO BAJO



ESTRUCTURA SALLEN & KEY



ECUACIÓN BICUADRÁTICA

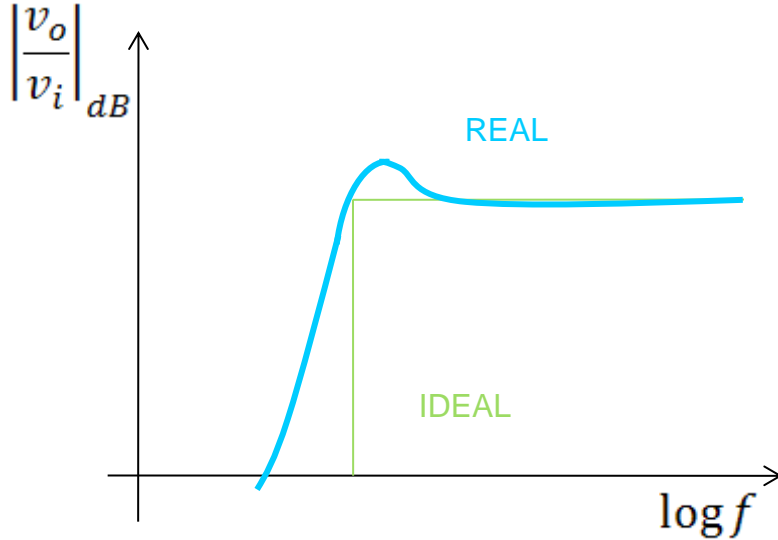
(función de transferencia)

Cartagena99

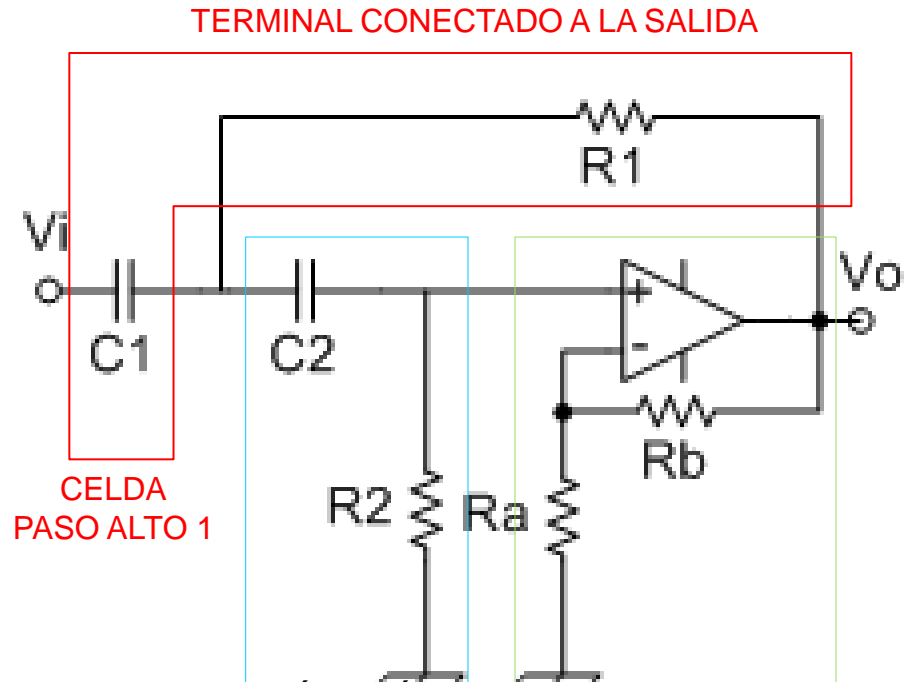
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

FILTRO PASO ALTO



ESTRUCTURA SALLEN & KEY



ECUACIÓN BICUADRÁTICA

(función de transferencia)

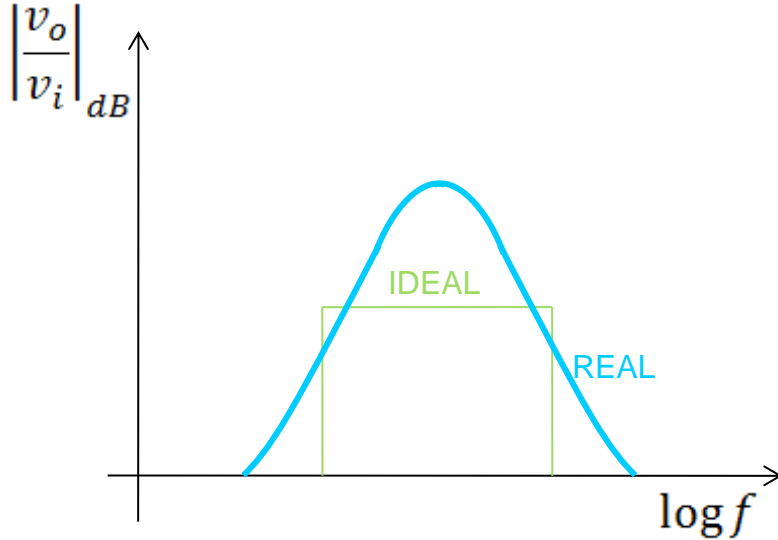
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

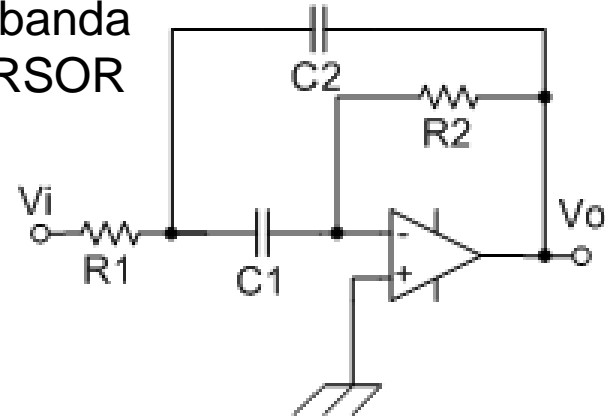
Filtros activos: PASO BANDA

FILTRO PASO BANDA

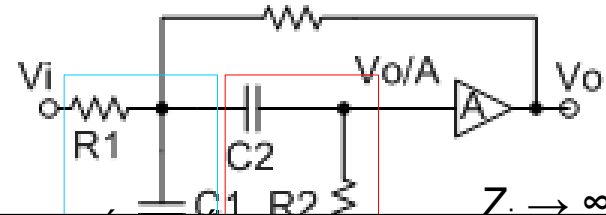


ESTRUCTURA SALLEN & KEY

Paso banda
INVERSOR



Paso banda
NO INVERSOR



ECUACIÓN BICUADRÁTICA

(función de transferencia)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

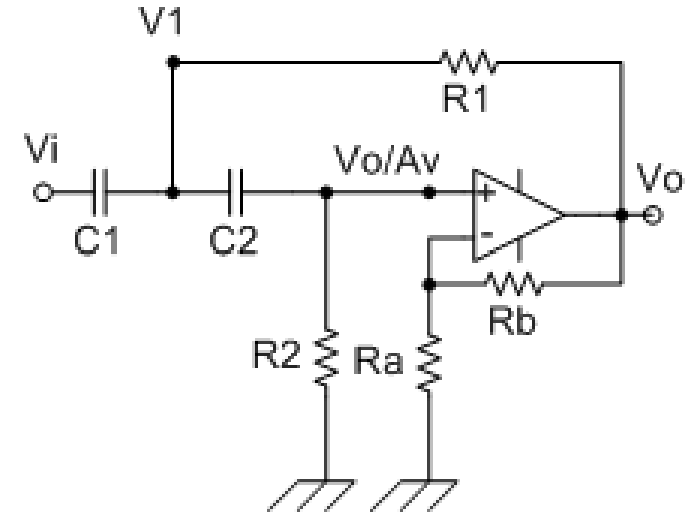
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PASO ALTO (i)

$$(v_o - v_i)sC_1 + \left(\frac{v_o}{A_v} - v_1\right)sC_2 + (v_2 - v_1)\frac{1}{R_1} = 0$$

$$\left(v_1 - \frac{v_o}{A_v}\right)sC_2 = \frac{v_o}{A_v}\frac{1}{R_2} \Rightarrow v_1 = \frac{\frac{v_o}{A_v}\frac{1}{R_2} + \frac{v_o}{A_v}sC_2}{sC_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_o}{A_v} \cdot \frac{1}{sR_2C_2} + \frac{v_o}{A_v} = \frac{v_o}{A_v} \left(\frac{1}{sR_2C_2} + 1\right)$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO ALTO (ii)

$$v_i s C_1 = v_o \left[\frac{1}{A_v} \left(\frac{1}{s R_2 C_2} + 1 \right) \left(s C_2 + s C_2 + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{s C_2}{A_v} - \frac{1}{R_1} \right]$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{s C_1 A_v}{\left(\frac{1}{s R_2 C_2} + 1 \right) \left(s C_1 + s C_2 + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{s C_2}{A_v} - \frac{1}{R_1}} =$$

$$= \frac{A_v s C_1 s R_2 C_2}{(1 + s R_2 C_2) \left(s C_1 + s C_2 + \frac{1}{R_1} \right) - s C_2 s R_2 C_2 - \frac{A_v}{R_1} s R_2 C_2} =$$

$$= \frac{A_v s C_1 s R_2 C_2 R_1}{(1 + s R_2 C_2) (s R_1 C_1 + s R_1 C_2 + 1) - s^2 R_1 R_2 C_2^2 - A_v s R_2 C_2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

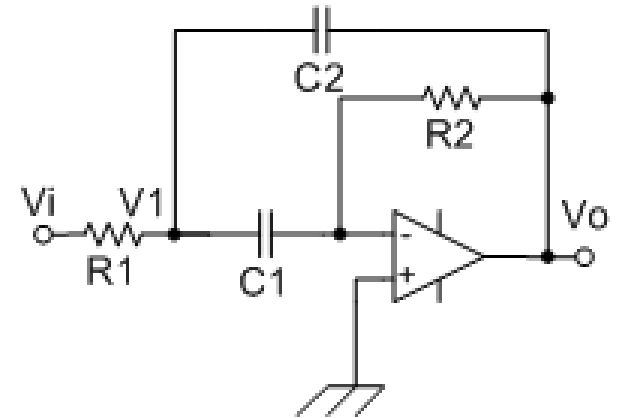
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA INVERSOR (i)

$$\frac{v_o}{v_i}(s) = -\frac{sR_2C_1}{R_1R_2C_1C_2s^2 + sR_1(C_1 + C_2) + 1}$$



$$(1) \quad \underbrace{(v_i - v_1)}_{i_{R_1}} \frac{1}{R_1} + \underbrace{(v_o - v_1)}_{i_{C_2}} sC_2 = \underbrace{sv_1}_{i_{C_1}} C_1$$

$$(2) \quad \underbrace{sv_1}_{i_{C_1}} C_1 + \underbrace{v_o}_{i_{R_2}} \frac{1}{R_2} = 0 \Rightarrow v_1 = -v_o \frac{1}{sR_2C_1}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA INVERSOR (iii)

$$\frac{v_o}{v_i} = - \frac{\frac{1}{RC} s}{s^2 + s \frac{2}{RC} + \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Identificando términos,

$$K = -\frac{1}{RC} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad Q = \frac{1}{2}$$

Cartagena99

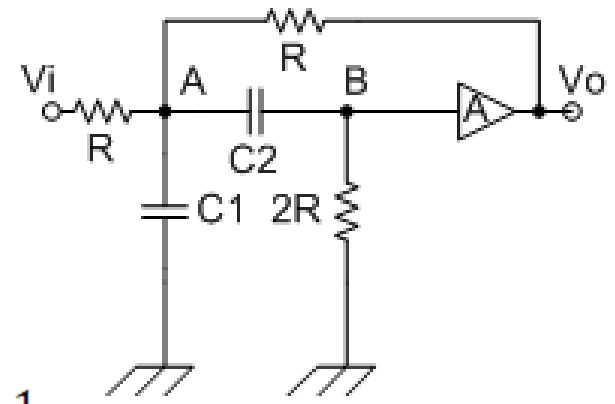
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA NO INVERSOR (i)



Nodo A

$$(1) \quad (v_i - v_A) \frac{1}{R} = v_A Cs + (v_A - v_B)Cs + (v_A - v_o) \frac{1}{R}$$

Operando,

$$v_i - v_A = v_A RCs + (v_A - v_B)RCs + v_A - v_o$$

$$v_i = v_A(2RCs + 2) - v_B RCs - v_o$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA NO INVERSOR (ii)

Nodo B

$$(2) \quad (v_A - v_B)Cs = v_B \frac{1}{2R}$$

$$v_A Cs = v_B \left(\frac{1}{2R} + Cs \right) = v_B \frac{1 + 2RCs}{2RCs}$$

$$(3) \quad v_B = \frac{v_o}{A}$$

$$(3) \rightarrow (2)$$

$$v_A = \frac{v_o}{A} \left(\frac{1 + 2RCs}{2RCs} \right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA NO INVERSOR (iii)

$$(4) \rightarrow (1)$$

$$ARC s v_i = v_o(1 + 2RCs)(1 + RCs) + v_o(RCs)^2 - ARC s v_o$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A RCs}{1 + 2RCs + RCs + 2(RCs)^2 - (RCs)^2 - ARC s}$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A RCs}{1 + (3 - A)RCs + (RC)^2 s^2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros activos. Filtros de Sallen & Key

PASO BANDA NO INVERSOR (iv)

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A RCs}{1 + (3 - A)RCs + (RC)^2 s^2} = \frac{K \frac{s}{\omega_0}}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{1}{Q} \frac{1}{\omega_0} s + 1}$$

Identificando términos,

$$\omega_0^2 = \frac{1}{(RC)^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$(3 - A) RC = \frac{1}{Q} \frac{1}{\omega_0} \Rightarrow Q = \frac{1}{3 - A}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



1. **Concepto de filtro.**
 - a) Señales periódicas. Representación en frecuencia. Series de Fourier
 - b) Selección de determinadas frecuencias.
2. **Generalidades de filtros**
 - a) Tipos de filtros
 - b) Aplicaciones de filtros
 - c) Filtros ideales y reales
 - d) Modificación de la fase.
3. **Filtros pasivos.**
 - a) Primer orden. Paso bajo.
 - b) Primer orden. Paso banda
 - c) Segundo orden. Filtros L-C.
 - d) Problema de adaptación de impedancias.
4. **Filtros de primer orden con operacionales**
 - a) Recordatorio: análisis de circuitos con operacionales realimentados negativamente
 - b) Filtro paso bajo de 1er orden con seguidores de tensión.
 - c) Filtros de primer orden con topología inversora .
 - d) Q máximo en Filtros de 1er orden con topología inversora
5. **Filtros activos (Segundo orden, desplazamiento de las raíces por RN).**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Filtros: Cuadro resumen

	Orden	Q	Características
Pasivos	1er orden RC	$Q \leq 0.5$	<ul style="list-style-type: none"> •Problema adaptación Z •Sólo $Q < 0.5$
	2º orden LC	$Q \geq 0.5$	<ul style="list-style-type: none"> •Problema adaptación Z •Tamaño, peso, coste L •Basado en la resonancia •Consiguen polos complejos conjugados
Amp.Op + 1er orden	1er orden	$Q \leq 0.5$	<ul style="list-style-type: none"> •Buenas Z_i y Z_o •Sólo $Q < 0.5$
Activos 2º orden	2º orden	$Q \geq 0.5$	<ul style="list-style-type: none"> •Buenas Z_i y Z_o •$Q \leq 0.5$ y $Q \geq 0.5$ •Consiguen polos complejos conjugados

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70