1º/ a) Supongamos que a ~~...~~ es divisor de cero $\Rightarrow$

$\exists b \in A,\ b \neq 0$ t.q. $a \cdot b = 0$

Como a es invertible, por hipótesis, $\exists a^{-1} \in A$

Multiplicando por a^{-1}:

$$a^{-1} a \cdot b = a^{-1} \cdot 0 \Rightarrow b = 0 \quad \text{¡!} \text{ (contradicción)}$$

Luego a no es divisor de cero.

$\boxed{\text{VERDADERO}}$

b) $\boxed{\text{FALSO}}$ $A = \mathbb{Z}$

$a = 2$ no es invertible y no es divisor de cero.

c) $\boxed{\text{VERDADERO}}$

A cuerpo $\Rightarrow$ todo elemento $\neq 0$ es invertible $\Rightarrow$ A dominio de integridad

$\Rightarrow$ no hay divisores de cero

d) $\boxed{\text{FALSO}}$ $A = \mathbb{Z}$ es dominio de integridad pero no cuerpo.

e) $\boxed{\text{VERDADERO}}$

a^3 invertible $\Rightarrow \exists b \in A$ t.q. $a^3 \cdot b = 1$; $b \cdot a^3 = 1$

$\Rightarrow a \cdot (a^2 \cdot b) = 1$; $(b \cdot a^2) \cdot a = 1 \Rightarrow a$ invertible.

f) a, b invertibles

$a + b = 1 + (-1) = 0$ no inv...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

2º a) I no es ideal primo de $\mathbb{Z}$ porque $\boxed{\text{FALSO}}$

$4 \in I$; $4 = 2 \cdot 2$, $2 \notin I$

b) I no es ideal maximal de $\mathbb{Z}$ porque

si fuera maximal, por ser $\mathbb{Z}$ a.c.c.u., $\boxed{\text{FALSO}}$

I tendría que ser primo (falso por a))

c) $\boxed{\text{FALSO}}$

$2 \in I$

$\frac{1}{2} \in A = \mathbb{R}$ $\qquad 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \notin I$

d) ~~VERDADERO~~ $\boxed{\text{FALSO}}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad \det(A) = \det(B) = 0 \Rightarrow A, B \in I$

$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\det(A+B) \neq 0 \Rightarrow A+B \notin I$

I no es subanillo, por tanto no es ideal

e) $\mathbb{Z}_{10}$ no es cuerpo:

$2, 5 \in \mathbb{Z}_{10}$; $2, 5 \neq 0$; $2 \cdot 5 = 10 = 0$

$\boxed{\text{FALSO}}$

3º a) $p(1) = 1 + 2 - 1 + 4 - 1 = 5 = 0 \Rightarrow$

1 es raíz de p

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$q(x)$

$q(2) = 8 + 12 + 8$ [illegible] $25 = 0 \Rightarrow 2$ raíz de q

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 3 & 2 & 1 \\
2 & & 2 & 0 & 4 \\
\hline
 & 1 & \underset{\overset{\parallel}{0}}{5} & 2 & \boxed{5=0}
\end{array}
$$

$$q(x) = (x-2)\underbrace{(x^2+2)}_{r(x)}$$

$r(0)=2$

$r(1)=3$

$r(2)=6=1$

$r(3)=11=1$

$r(4)=18=3$

r no tiene raíces y es de grado 2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ r irreducible.

$$p(x) = (x-1)(x-2)(x^2+2)$$

irreducibles por ser de grado 1.

b) $p(x)$ cumple el criterio de Eisenstein con $p=2$

$\Rightarrow$ $p(x)$ irreducible.

c) $x^4-4 = (x^2-2)(x^2+2)$

dif. cuadrados.

x^2+2 no tiene raíces en $\mathbb{R}$, luego tampoco en $\mathbb{Q}$ $\Rightarrow$ x^2+2 irreducible

x^2-2 irreducible por el criterio de

ser de grado 1

x^2+2 irred. porque tiene grado 2 y no tiene raíces en $\mathbb{R}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.