

## EA. Final anillos mayo. Dobles grados con Matemáticas

13 de mayo de 2015

---

1. (3 puntos) Define ideal e ideal maximal. Sea  $A$  un anillo conmutativo con unidad y  $M$  un ideal de  $A$ . Demuestra que  $M$  es maximal si y solo si  $A/M$  es cuerpo.
  
2. (3 puntos) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica adecuadamente tus respuestas:
  - a) Sean  $A$  un anillo conmutativo con unidad e  $I$  un ideal de  $A$ . Si  $I$  es primo, entonces  $I$  es maximal.
  - b) Consideramos  $A = \mathbb{R}[x]$  e  $I = (x^2)$ . El cociente  $A/I$  es dominio de integridad.
  - c) La aplicación  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ , definida por  $f(a) = -a$  es un homomorfismo de anillos.
  
3. (2 puntos) Di en cada caso si el polinomio  $p(x)$  es o no irreducible en el anillo correspondiente. Justifica adecuadamente tus respuestas:
  - a)  $p(x) = x^2 + 2x + 5$  en  $\mathbb{R}[x]$ .
  - b)  $p(x) = x^3 + x^2 + x + i$  en  $\mathbb{C}[x]$ .
  - c)  $p(x) = x^4 + x + 1$  en  $\mathbb{Z}_2[x]$ .
  - d)  $p(x) = 3x^4 + 7x + 5$  en  $\mathbb{Q}[x]$ .
  
4. (2 puntos) Sea  $A = \mathbb{Z}_2[x]$  e  $I = (x^2 + 1)$ .
  - a) (0,75 puntos) ¿Es  $A/I$  un cuerpo?
  - b) (0,75 puntos) Enumera los elementos de  $A/I$ .
  - c) (0,5 puntos) Encuentra una expresión genérica (es decir, una fórmula) para la suma y para la multiplicación en  $A/I$  (no construyas las tablas).

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**