

EA. Final grupos junio. Dobles grados con Matemáticas

29 de junio de 2015

---

1.
  - a) (0,5 puntos) Define acción de un grupo  $G$  sobre un conjunto  $X$ .
  - b) (0,5 puntos) Dado  $a \in X$  define  $Stab(a)$ , el estabilizador de  $a$ .
  - c) (1 punto) Demuestra que  $Stab(a)$  es un subgrupo de  $G$ .
  - d) (1 punto) Enuncia el teorema de la órbita-estabilizador.
2. Considera las permutaciones  $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)$  y  $\tau = (1\ 5)$ .
  - a) (1 punto) Calcula  $\alpha = \sigma^{-2}\tau^{-1}$ . Calcula el orden de  $\alpha$  y su paridad.
  - b) (1 punto) ¿Es  $\langle \sigma \rangle$  normal en  $S_6$ ? ¿Y en  $D_6$ ?
3. Considera  $R_8 = \{z \in \mathbb{C} / z^8 = 1\}$ , el grupo de raíces 8-ésimas de la unidad.
  - a) (1 punto) Da una descripción explícita de los elementos de  $R_8$ .
  - b) (1 punto) Enumera todos los subgrupos cíclicos de  $R_8$ . Pista: Te puede ayudar pensar en un grupo más sencillo al que  $R_8$  sea isomorfo.
  - c) (0,5 puntos) De esos subgrupos cíclicos, di cuáles son normales en  $R_8$ .
4. (2,5 puntos) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica adecuadamente tus respuestas:
  - a)  $\mathbb{Z}_8^*$  es un grupo cíclico.
  - b)  $\mathbb{Z}_{10}^*$  es un grupo cíclico.
  - c) Todo grupo de orden 10 tiene algún elemento de orden 10.
  - d) Sean  $G$  un grupo de orden  $n$  y  $g \in G$ . Se cumple  $g^{2n+1} = g$ .
  - e) Sea  $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4) \in D_4$ . Se cumple que  $(D_4 / \langle \sigma \rangle)$  y  $\mathbb{Z}_4$  son grupos isomorfos.

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70