

12 de mayo de 2016

1. Teoría:

- a) (0,25 puntos) Define acción de un grupo G sobre un conjunto B .
- b) (0,25 puntos) Define la relación que aparece de forma natural asociada a la acción de un grupo sobre un conjunto.
- c) (1 punto) Demuestra que la relación anterior es de equivalencia.
- d) (0,25 puntos) Define la órbita de un elemento $x \in B$.
- e) (0,25 puntos) Define el estabilizador de un elemento $x \in B$.
- f) (1 punto) Demuestra el estabilizador que acabas de definir es un subgrupo de G .

2. (3 puntos) Di, razonadamente, si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, proporcionando demostraciones o contraejemplos según sea necesario:

- a) \mathbb{Z}_6 y $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ son grupos isomorfos.
- b) \mathbb{Z}_8 y $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ son grupos isomorfos.
- c) \mathbb{Z}_{10}^* y \mathbb{Z}_4 son grupos isomorfos.
- d) \mathbb{Z}_{16}^* y D_4 son grupos isomorfos.

3. Considera el grupo $G = D_6$. Utiliza la siguiente notación para sus elementos:

$$\begin{aligned}\tau_{14} &= (26)(35) & \tau_a &= (12)(36)(45) \\ \tau_{25} &= (13)(46) & \tau_b &= (23)(14)(56) \\ \tau_{36} &= (15)(24) & \tau_c &= (34)(25)(16) \\ \sigma &= (123456)\end{aligned}$$

Denotaremos el resto de elementos de G como potencias de σ . Considera los subgrupos $H = \langle \sigma^3 \rangle$ y $K = \langle \sigma \rangle$.

- a) (1 punto) Responde razonadamente, sin realizar operaciones con los elementos del grupo: ¿es K normal en G ?
- b) (0,5 puntos) ¿Cuántos elementos tiene G/K ? Enuméralos.
- c) (1 punto) Demuestra que H es normal en G .
- d) (0,5 puntos) ¿Cuántos elementos tiene G/H ? Enuméralos.
- e) (0,5 puntos) Calcula el orden de cada elemento del cociente G/H .
- f) (0,5 puntos) Calcula el inverso de cada elemento del cociente G/H .

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white shadow effect, and a blue arrow-like shape points upwards from behind the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70