

Ecuaciones de Maxwell

Ecuaciones de Maxwell. Campos EM variables en el tiempo.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Lenz-Faraday

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l$$

Gauss

Principio de conservación de carga

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Densidad de corriente de Desplazamiento

Ampere-Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

¿ \exists Monopolos magnéticos?

Ecuaciones de Maxwell. Problemas de compatibilidad

En un principio se tenía: $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$

Pero esta expresión, entraba en conflicto con la ecuación

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Ecuación de continuidad o de conservación de la carga

Esto llevó a Maxwell a incluir el término que se mostrará tan decisivo.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Densidad de corriente de Desplazamiento

¡Nueva relación entre campos eléctricos y magnéticos!

Ecuaciones de Maxwell. Campos EM variables en el tiempo.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l$$

- La fuente del campo eléctrico son las densidades de carga eléctrica
- Las líneas de campo no son cerradas

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- Campos magnéticos variables en el tiempo, dan lugar a un rotacional de campo eléctrico, es decir a una circulación del mismo sobre una trayectoria
- El campo eléctrico en régimen dinámico (no estático) NO es un campo conservativo

Ecuaciones de Maxwell. Campos EM variables en el tiempo.

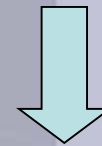
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

•La aparición de no uniformidades en el campo magnético (rotacional de H) serán debidas a dos causas:

- Corrientes
- Variación temporal del campo eléctrico

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

•No existen monopolos magnéticos. No hay sumideros o fuentes. Las líneas de campo magnético son cerradas



$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

Potencial magnético vector

Potencial vector magnético.

- Potencial vector magnético

- Permite el cálculo del campo magnético a partir de las corrientes
- Simplifica problemas de radiación
- Se completa la definición especificando su divergencia: $\text{div } \vec{A}=0$ (Condición de Coulomb)
- En magnetostática esta condición conduce a la ecuación vectorial de Poisson:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

Cuya solución general de manera análoga al potencial escalar V , es:

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}(r')}{|r - r'|} dv$$

Ecuación de Helmholtz

Ecuación de Helmholtz para potenciales escalares y vectoriales

$$\nabla^2 V + k^2 V = -\frac{\rho_v}{\epsilon}$$
$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

Ecuaciones de Maxwell. Forma fasorial

$$E(x, y, z, t) = E_0 \cos \omega t = \operatorname{Re}[E(x, y, z) \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\rho(r, t) = \rho_0(r) \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}[\rho_0(r) \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\mu\omega\vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\varepsilon}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

E y H son fasores vectoriales y ρ, J son fasores fuente

ECUACIONES DE MAXWELL. Consecuencias

- Son expresiones matemáticas de resultados experimentales
- Su aplicación a cualquier situación, Sí puede verificarse
- Son las ecuaciones básicas que rigen el comportamiento de los campos electromagnéticos producidos por fuentes de carga y densidades de corrientes
- Se deducen de ellas las ecuaciones de propagación de las ondas electromagnéticas en un medio lineal

Ecuaciones de Maxwell --- Ondas

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \nabla \times \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \sigma(\nabla \times \vec{E}) + \varepsilon \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = -\sigma\mu \frac{\partial H}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Teniendo
en cuenta
que :

$$D = \varepsilon E \quad j = \sigma E$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

¡Ecuación de Ondas!

Ecuaciones de Maxwell --- Ondas

De forma análoga se puede realizar con el campo E, y llegar a las siguientes expresiones:

$$\nabla^2 \vec{H} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$