

1. Demostrar que el producto de dos matrices diagonales es otra matriz diagonal. ¿Es conmutativo este producto?
2. Hallar todas las matrices cuadradas de orden 2 cuyo cuadrado sea nulo.
3. Hallar las potencias n-ésimas de las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}$
4. Decidir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdadera y cuáles son falsas, dando en cada caso una demostración o un contraejemplo, según corresponda:
 - a. Si A y B son simétricas, entonces AB es simétrica.
 - b. Si A es simétrica y P es cuadrada, entonces PAP^T es simétrica.
 - c. Si A es una matriz cualquiera, entonces AA^T y $A^T A$ son simétricas.
 - d. Si AB es simétrica, entonces A y B también lo son.
5. Demostrar que una matriz cuadrada de orden n puede descomponerse de forma única como suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica.

Realizar la descomposición de la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 2 & -5 & 5 \end{pmatrix}$

6. Sea A una matriz antisimétrica. Demostrar:
 - a. A^2 es simétrica.
 - b. Si B es simétrica, entonces AB es simétrica si y sólo si $AB = -BA$

7. Hallar todas las matrices que conmutan con $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

8. Calcular los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x+1 & 1 \\ 1 & 1 & x+1 \end{vmatrix}$$

9. Calcular los siguientes determinantes por dos procedimientos: desarrollando por los elementos de la primera fila y mediante triangulación por transformaciones elementales

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & -2 \\ 3 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 8 & 5 \\ 6 & 7 & 10 & 6 \\ 7 & 8 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

- c. A es k -nilpotente, es decir, existe k tal que $A^k = 0$

13. Demostrar sin desarrollar, que los siguientes determinantes son nulos:

a.
$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & a+c \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$$

b.
$$\begin{vmatrix} a & 3a & 4a \\ a & 5a & 6a \\ a & 7a & 8a \end{vmatrix}$$

14. Sabiendo que $|A| = 5$, calcula los otros determinantes: $A = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 5$

$$B = \begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ 3/2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x+3 & 3y & 3z+2 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$$

15. Pasando a determinantes triangulares, calcular el valor de:

a.
$$A = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

b.
$$B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

16. Hallar la matriz inversa de: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -4 \\ 3 & 7 & -35 \end{pmatrix}$

17. ¿Para qué valores de x la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & x & x \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ no admite matriz inversa?

18. Obtener las matrices A y B que verifiquen el sistema:
$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A - 3B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

19. ¿Para qué valores de m la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ no admite matriz inversa?

20. Hallar el rango de:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$
 (Por el método de Gauss y Determinantes)

21. Siendo: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99