EJERCICIOS DE ESPACIOS VECTORIALES

1. Dados los vectores de $\mathbb{R}^3$ $\{(4,-1,0),(2,1,-3)\}$, exprese, si se puede, los siguientes vectores como combinación lineal de ellos.

a) (14,1,-9)

b) (0,3,-6)

2. Estudie la dependencia o independencia lineal de los siguientes vectores de $\mathbb{R}^4$:

a) $\{(1,2,-4,0),(-2,4,-8,0),(2,3,0,1)\}$

b) $\{(1,2,-4,0),(2,4,8,0),(4,8,0,0)\}$

c) $\{(2,0,3,0),(0,1,-3,0),(1,-2,0,8)\}$

3. De los conjuntos de vectores anteriores extraiga el máximo número de vectores linealmente independientes. ¿En algún caso disponemos de un Sistema Generador de $\mathbb{R}^4$?

4. Calcule para qué valores del parámetro a los siguientes vectores forman base de $\mathbb{R}^3$

a) $\{(2,a,1),(a,1,0),(1,2,0)\}$

b) $\{(2,a,1),(a,1,-1),(2,2,0)\}$

c) En los casos anteriores, ¿es posible obtener un sistema generador añadiendo un cuarto vector de $\mathbb{R}^3$ como combinación lineal de los disponibles?

5. Dado el conjunto de vectores

$v_1 = (2,0,2,9),\ v_2 = (1,2,1,3),\ v_3 = (1,0,1,3),\ v_4 = (2,4,2,6)$

a) Justifique si puede afirmarse que $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ forman una base del espacio vectorial $\mathbb{R}^4$. Análogamente razónese si es un sistema generador de $\mathbb{R}^4$.

b) Calcule *a y b* para que el vector (0,1,a,b) pertenezca al subespacio generado por los vectores $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

6. Dados los vectores $v_1 = (1,2,a,1),\ v_2 = (a,1,2,3),\ v_3 = (0,1,b,0)$

a) Determine *a* y *b* para que los tres vectores sean linealmente dependientes

b) Teniendo *a* y *b* los valores encontrados en a), determine las ecuaciones del subespacio generado por los tres vectores

7. Dados los vectores $\{(0,-1,2,-1),(a,-1,0,1),(1,-1,b,0)\}$, calcule *a* y *b* para que generen un subespacio de dimensión 2 y encuentre las ecuaciones de dicho subespacio

8. Dado el subespacio $S=\left\{(1,-5,0)\,(0,0,1)\,(0,0,0)\,(-1,5,2)\,(\frac{1}{5},-1,\frac{1}{5})\right\}$, halle su dimensión y la expresión de sus ecuaciones paramétricas y cartesianas. Encuentre un vector que pertenezca al subespacio anterior, comprobando que es combinación lineal de los vectores de la base de S.

9. Dado el subespacio vectorial S de $\mathbb{R}^4$ descrito por las ecuaciones paramétricas: $\{x_1=a,\ x_2=a+b,\ x_3=c,\ x_4=b;\ con\ a,b,c\in\mathbb{R}\}$, encuentre una base de dicho subespacio, las ecuaciones cartesianas y determine las coordenadas del vector $(1,2,0,1)$ respecto a dicha base.

10. Dado el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores,

$S=L\{(1,2,-4,1),(2,4,-8,2),(2,3,1,1)\}$

Determine:

a) $Dim(S)$
b) Una base del subespacio
c) Las ecuaciones paramétricas del subespacio
d) Las ecuaciones cartesianas del subespacio

11. Halle la dimensión y una base del subespacio S denotado por el sistema $\left.\begin{array}{l} x+y=0 \\ 2y-z=0 \end{array}\right\}$

12. Sean $v_1=(1,4,-5,2),\ v_2=(1,2,-3,1),\ v_3=(3,2,x,y)$ vectores del espacio vectorial $\mathbb{R}^4$

a) Determine *x* e *y* para que v_3 pertenezca al subespacio generado por v_1 y v_2

b) Encuentre las ecuaciones paramétricas y cartesianas de dicho subespacio

13. Obtenga una base del subespacio de $\mathbb{R}^4$ determinado por la ecuación $2x_1-3x_3+x_4=0$

14. Halle dimensión, base y ecuaciones del subespacio formado por los vectores cuyas componentes son $\{(x_3+x_2, x_2, x_3, 2x_3)\}$