5.- Una compañía inmobiliaria tiene 200 apartamentos para alquilar. La distribución de las superficies (X) de los apartamentos es:

Superficie (m^2)	**Número de apartamentos**
40-50	30
50-60	40
60-80	60
80-100	40
100-120	30

a) ¿Cuál es la superficie media de los apartamentos?
b) ¿Cuál es el tipo de apartamentos más frecuente?
c) Si se hiciese una ampliación en los apartamentos, de forma que la superficie de dichos apartamentos aumenta en 5 m^2, calcular a) y b).
d) Calcular la varianza de esta distribución, antes y después de la ampliación

L_i	n_n	x_i	x_i-x_0	x'_i=xi-x_0/a	n_i*x'_i	x'^2_i	n_i*$x'i^2$	h_i
40-50	30	45	-25	-5	-150	25	750	3
50-60	40	55	-15	-3	-120	9	360	4
60-80	60	70	0	0	0	0	0	3
80-100	40	90	20	4	160	16	640	2
100-120	30	110	40	8	240	64	1920	1,5
		x_0=70	a=5		130		3670	

a) $\overline{x'} = \frac{\sum n_i x'_i}{N} = \frac{130}{200} = 0{,}65 \quad \overline{x} = a\overline{x}'+x_0 = 0{,}65.5+70 = 73{,}25$

b) $\hat{x} = 55$

c) $y_i = x_i + 5 \Rightarrow \overline{y} = \overline{x} + 5 = 73{,}25 + 5 = 78{,}25 \quad \hat{y} = \hat{x} + 5 = 55 + 5 = 60$

d) $s'^2 = \frac{\sum n_i x'^2_1}{N} - \overline{x}'^2 = \frac{3670}{200} - 0{,}65^2 = 18{,}35 - 0{,}4225 = 17{,}9275$

$s^2 = a^2 s'^2 = 5^2.17{,}975 = 448{,}1875$

Como la varianza es invariante frente a los cambios de origen, es la misma después de la ampliación

6.- La distribución del salario mensual para un conjunto de 50 trabajadores de una determinada empresa, (en miles de u.m.) es:

Salarios (10^3u.m)	**Número de apartamentos**
25-30	7
30-45	19
45-55	16
55-70	8

a) ¿Cuál es el salario más frecuente?
b) ¿Cuál es el salario medio?
c) ¿Cuál es el salario que cobran al menos la mitad de los empleados?
d) Si los salarios suben un 15% más un aumento de 2000 u.m. ¿Cuál es la varianza de los nuevos salarios?

I_i	n_i	x_i	x_i-x_0	x'_i=xi-x_0/a	n_i*x'_i	x'^2_i	n_i*$x'i^2$	h_i	N_i
25-30	7	27,5	-10	-2	-14	4	28	1,4	7
30-45	19	37,5	0	0	0	0	0	1,27	26
45-55	16	50	12,5	2,5	40	6,25	100	1,6	42
55-70	8	62,5	25	5	40	25	200	0,53	50
		37,5	5		66		328		

a) $\hat{x} = 50$

b) $\overline{x'} = \dfrac{\sum n_i x'_i}{N} = \dfrac{66}{50} = 1{,}32 \quad \overline{x} = a\overline{x}' + x_0 = 1{,}32.5 + 37{,}5 = 44{,}1$

c) $\dfrac{N}{2} = 25 \quad x_M \in [30{,}45) \quad \left.\begin{array}{l} 19 \_\_\_\_\_\_ 15 \\ 18 \_\_\_\_\_\_ x \end{array}\right\} x = \dfrac{18.15}{19} = 14{,}21$

$x_M = 30 + 14{,}21 = 44{,}21$

d) $s'^2 = \dfrac{\sum n_i x'^2_1}{N} - \overline{x}'^2 = \dfrac{328}{50} - 1{,}32^2 = 6{,}56 - = 17{,}9275 - 1{,}7424 = 16{,}1851$

$s^2 = a^2 s'^2 = 5^2.16{,}1851 = 404{,}6275$

$y_i = 1{,}15 x_i + 2 \;\; s_y^2 = 1{,}15^2 s_x^2 = 535{,}12$

7.- En dos sectores productores de bienes de consumo, la inversión en publicidad se distribuye de la siguiente forma entre sus empresas:

Sector A		Sector B	
Inversión (miles de euros) x_i	Número de empresas n_i	Inversión (miles de euros) y_i	Número de empresas n_i
70	10	90	10
80	15	100	15
90	40	110	40
100	25	120	25
110	10	130	10

a) ¿En cuál de los dos sectores la inversión en publicidad de las diferentes empresas que los componen es más homogénea?

b) Considerando sólo el sector A:

- ¿Cuál es la inversión mínima en publicidad del conjunto formado por el 15% de las empresas que más invierten en publicidad?
- Supuesta una ordenación de los datos de menor a mayor cuantía de la inversión, ¿entre qué dos valores oscila el 50% central de la distribución?

a) Para responder a esta pregunta debemos calcular el coeficiente de variación de Pearson en ambos sectores:

Sector A							
Datos cuantitativos continuos							
	Frecuencias		90	10			
x_i	n_i	N_i	x_i-x_o	x_i=(x_i-x_o)/a	n_i*x_i	x_i^2	n_i*x'_i^2
70	10	10	-20	-2	-20	4	40
80	15	25	-10	-1	-15	1	15
90	40	65	0	0	0	0	0
100	25	90	10	1	25	1	25
110	10	100	20	2	20	4	40
Total	100				10		120
Media						91	
Varianza						119	
Desviación típica						10,909	
Cociente de variación						0,120	

$$\bar{x}'_A = \frac{\sum n_i x_i^{'}}{N_A} = \frac{10}{100} = 0{,}1 \quad \bar{x}_A = a\bar{x}'_A + x_0 = 10.01 + 90 = 91$$

$$s_A^2 = \frac{\sum n_i x_i'^2}{N_A} - \overline{x}'^2_A = \frac{120}{100} - 0{,}01 = 1{,}19 \;\; s_A^2 = a^2 s'^2_A = 10^2.1{,}19 = 119$$

$$s_A = \sqrt{119} = 10{,}91$$

$$CV_A = \frac{s_A}{\overline{x}_A} = \frac{10.91}{91} = 0{,}12$$

Sector B							
Datos cuantitativos continuos							
	Frecuencias		110	10			
x_i	n_i	N_i	x_i-x_o	x_i=(x_i-x_o)/a	n_i*x_i	x_i^2	n_i*x'_i^2
90	10	10	-20	-2	-20	4	40
100	15	25	-10	-1	-15	1	15
110	40	65	0	0	0	0	0
120	25	90	10	1	25	1	25
130	10	100	20	2	20	4	40
Total	100				10		120
Media						111	
Varianza						119	
Desviación típica						10,909	
Cociente de variación						0,098	

$$\overline{x}'_B = \frac{\sum n_i x_i'}{N_B} = \frac{10}{100} = 0{,}1 \;\; \overline{x}_B = a\overline{x}'_B + x_0 = 10.01 + 110 = 111$$

$$s_B^2 = \frac{\sum n_i x_i'^2}{N_B} - \overline{x}'^2_B = \frac{120}{100} - 0{,}01 = 1{,}19 \;\; s_B^2 = a^2 s'^2_B = 10^2.1{,}19 = 119$$

$$s_B = \sqrt{119} = 10{,}91$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\overline{x}_B} = \frac{10.91}{111} = 0{,}098$$

Como $CV_B < CV_A$ la inversión en publicidad es más homogénea en B.

b) Nos piden en primer lugar el percentil 85:

$\frac{85N}{100} = 85$ Miramos la columna de frecuencias acumuladas y el valor de la variable en que sobrepasamos la frecuencia acumulada 85 es $P_{85} = 100$.

En segundo lugar nos piden Q_1 y Q_3.

$\frac{25N}{100} = 25$ Miramos la columna de frecuencias acumuladas y el valor de la variable en que llegamos justo, sin sobrepasarla a la frecuencia acumulada 25 es 80, luego

$$Q_1 = \frac{80+90}{2} = 85$$

$\frac{75N}{100} = 75$ Miramos la columna de frecuencias acumuladas y el valor de la variable en que sobrepasamos la frecuencia acumulada 75 es $Q_3 = 100$.

8.- De dos barrios de una ciudad se tiene la siguiente información sobre las rentas percibidas por las familias que viven en ellos:

Barrio 1		Barrio 2	
Renta (cientos de euros)	Número de familias	Renta (cientos de euros)	Número de familias
10-20	24	5-15	10
20-30	36	15-25	42
30-40	20	25-55	35
40-50	20	55-75	20
50-100	50	75-95	13

a) Halle la renta media de las familias de cada barrio, así como la renta media del conjunto de las dos regiones.
b) ¿Cuál de las dos medias es más representativa?
c) ¿En cuál de los dos barrios está la masa salarial distribuida más equitativamente entre las familias?
d) ¿Cuál es el nivel de renta percibido por un mayor número de familias en el primer barrio?
e) Si en el segundo barrio se clasifica a una familia en el grupo en donde se encuentran el 50% de las menos favorecidas, ¿cuál sería el tope de renta que podría percibir?

Barrio I									
Datos cuantitativos continuos									
Valores			Frecuencias		35	10			
L.inf.	L.sup	x_i	n_i	N_i	x_i-x_o	x_i=(x_i-x_o)/a	n_i*x_i	x_i^2	n_i*x'_i^2
10	20	15	24	24	20,00	-2	-48	4	96
20	30	25	36	60	10,00	-1	-36	1	36
30	40	35	20	80	0,00	0	0	0	0
40	50	45	20	100	10,00	1	20	1	20
50	100	75	50	150	40,00	4	200	16	800
Total			150				136		952

$$\overline{x}'_I = \frac{\sum n_i x_i'}{N_I} = \frac{136}{150} = 0{,}91 \quad \overline{x}_I = a\overline{x}'_I + x_0 = 10.0{,}91 + 35 = 44.1$$

$$s_I^2 = \frac{\sum n_i x_i'^2}{N_I} - \overline{x}'^2_I = \frac{952}{150} - 0{,}91^2 = 6{,}3467 - 0{,}8281 = 5{,}5186$$

$$s_I^2 = a^2 s'^2_I = 10^2.5{,}5186 = 551{,}86 \quad s_I = \sqrt{551{,}86} = 23{,}49$$

$$CV_I = \frac{s_I}{\bar{x}_I} = \frac{23{,}49}{44{,}1} = 0{,}53$$

x_i	n_i	N_i	p_i	x_i*n_i	(xi*ni)↑	q_i
15	24	24	0,16	360	360	0,054
25	36	60	0,40	900	1260	0,191
35	20	80	0,53	700	1960	0,297
45	20	100	0,67	900	2860	0,433
75	50	150		3750	6610	
Total	150		1,76	6610	6610	0,974

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{k-1}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{0{,}974}{1{,}76} = 0{,}446$$

Barrio 2									
Datos cuantitativos continuos									
Valores			Frecuencias		40	5			
L.inf.	L.sup	x_i	n_i	N_i	x_i-x_o	x_i=(x_i-x_o)/a	n_i*x_i	x_i^2	n_i*x'_i^2
5	15	10	10	10	-30,00	-6	-60	36	360
15	25	20	42	52	-20,00	-4	-168	16	672
25	55	40	35	87	0,00	0	0	0	0
55	75	65	20	107	25,00	5	100	25	500
75	95	85	13	120	45,00	9	117	81	1053
Total			120				-11		2585

$$\bar{x}'_{II} = \frac{\sum n_i x_i'}{N_{II}} = \frac{-11}{120} = -0{,}092 \quad \bar{x}_{II} = a\bar{x}'_{II} + x_0 = 5.(-0'092) + 40 = 39{,}54$$

$$s_{II}^2 = \frac{\sum n_i x_i'^2}{N_{II}} - \bar{x}'^2_{II} = \frac{2585}{120} - (-0.092)^2 = 21{,}5417 - 0{,}0085 = 21{,}5332$$

$$s_{II}^2 = a^2 s'^2_{II} = 5^2.21{,}5332 = 538{,}33 \quad s_{II} = \sqrt{538{,}33} = 23{,}20$$

$$CV_I = \frac{s_I}{\bar{x}_I} = \frac{23{,}20}{39{,}54} = 0{,}59$$

x_i	n_i	N_i	p_i	x_i*n_i	(xi*ni)↑	q_i
10	10	10	0,08	100	100	0,021
20	42	52	0,43	840	940	0,198
40	35	87	0,73	1400	2340	0,493
65	20	107	0,89	1300	3640	0,767
85	13	120		1105	4745	
Total	120		2,13	4745	4745	1,479

$$I_G = \frac{\sum_{i=1}^{k-1}(p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{1,479}{2,13} = 0,306$$