

## Ejercicios de Cálculo Matricial

1. Efectúe los siguientes productos matriciales:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad \text{Solución: } \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 13 & -11 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad \text{Solución: } \begin{pmatrix} -10 & 23 & 13 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}_{3 \times 4} \quad \text{Solución: } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 6 \\ -5 & 3 & 8 & -8 \\ -3 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 4}$$

$$\text{d) } (1 \ 2 \ 1 \ 1)_{1 \times 4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{4 \times 2} \quad \text{Solución: } (10 \ 0)_{1 \times 2}$$

2. Dadas  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 7 & -5 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$ , compruebe que no se cumple la propiedad conmutativa, es decir que  $A \cdot B \neq B \cdot A$

$$\text{Solución: } A \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & -5 & 0 \\ 26 & -20 & 10 \\ -7 & 5 & -2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \neq B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 24 & -15 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

3. Dadas las siguientes matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Calcule:

a)  $A \cdot B \cdot C$

Solución:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Solución:

$$A^t \cdot B^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^t \cdot B^t \cdot C^t = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$$

c)  $2A + B + 3C$

Solución:

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 19 & 16 \end{pmatrix}$$

d)  $C^t \cdot B^t \cdot A^t$

Solución:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

e)  $2C^t \cdot 4A^t \cdot 3B^t$

Solución:

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot 3 \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 4 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 408 & -480 \\ 384 & -480 \end{pmatrix}$$

4. Siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , calcule  $A^2 - 2A - I$ , siendo  $I$  la matriz identidad.

Solución:

$$A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |A| = -5$$

$$\text{b) } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |B| = 15$$

$$\text{c) } C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |C| = -6$$

$$\text{d) } D = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |D| = 4$$

$$\text{e) } E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |E| = 6$$

$$\text{f) } F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |F| = 6$$

6. Calcule la inversa, si es posible, de las matrices siguientes:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Solución: no tiene

$$\text{c) } C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } C^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -24 & -32 & 8 \\ 12 & 14 & -3 \end{pmatrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**

$$e) E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } E^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Calcule para qué valores de  $a \in \mathbb{R}$  es invertible la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1-a & 0 \\ 1 & 2-a & a \\ 0 & 1 & 2a \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } |A| = (2-a)2a - a - 2a(1-a) = 4a - 2a^2 - a - 2a + 2a^2 = a = 0$$

luego: para  $a \neq 0$  tiene inversa.

8. Calcule el valor de  $a$  para que las siguientes matrices sean invertible.

$$a) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & a \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } a \neq 1$$

$$b) B = \begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } a \neq 1, -1$$

9. Averigüe el rango de las siguientes matrices:

$$a) A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } \text{rg}(A) = 2$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } \text{rg}(B) = 1$$

$$c) C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Solución: } \text{rg}(C) = 2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

